CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Del 10 al 14 de Julio

VIII CIBEM

Madrid 2017

LIBRO DE ACTAS

"Miramos con ilusión
hacia el futuro
de la educación matemática"

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

LIBRO DE ACTAS

Editado por:
Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas
C/ H. Carvajal, 5. 23740 Andújar (Jaén) España

www.fespm.es

ISBN: 978-84-945722-3-4

La Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas no se hace responsable de los trabajos publicados en estas actas.

Los autores son responsables de que las citas en sus trabajos están adecuadamente indicadas con referencias apropiadas en el texto, así como de no haber utilizado fuentes distintas de las indicadas en la bibliografía, asumiendo las consecuencias de un posible plagio.

VIII CIBEM

Madrid 2017

CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

COMUNICACIONES BREVES 301-400

CB-302

DIÁLOGOS CON REGINE DOUADY A 30 AÑOS DE JUEGO DEENCUADRES. UN PELDAÑO EN LA HISTOENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA DEL SIGLO XX

Alejandra Deriard
alejandraderiard@gmail.com
Instituto Superior de Formación Docente Bernardo Houssay
Argentina

Historia Social de la Enseñanza de la Matemática en Latinoamérica
CB
Nivel Educativo: No específico
Palabras clave: Histoenseñanza, matemática, instrumento, juego de encuadres

Resumen

El contenido del presente artículo surge de la necesidad de reconstruir los recorridos que fueron forjando la escritura de la Tesis Doctoral de Regine Douady, a fin de poder captar el "estilo" de sus propias "prácticas educativas". Este trabajo de reconstrucción se realiza en el marco de una investigación cuyo propósito es describir la Historia de la Enseñanza de la Matemática en Argentina, a partir de los años 80.
El capítulo 1 de la Tesis Doctoral de Regine Douady fue leído por generaciones de futuros investigadores en Enseñanza de la Matemática a partir de los años 90, en Argentina. Este escrito se propone llevar a la luz los pormenores del brillante trabajo que fue su tesis doctoral, tanto por el método utilizado, como por la extensión temporal de la misma.
Se ofrece a continuación una síntesis de esta reconstrucción de la historia de la enseñanza de la matemática, la cual resulta imprescindible para poder comprender el sorprendente estilo de Douady, cuyos escritos forman parte de un recorrido inédito.
De los diálogos con Regine Douady hasta la escritura final de este trabajo, fuentes históricas y anécdotas se funden en homenaje a más de 3 décadas de su escritura

A modo de justificación:

Este trabajo de reconstrucción histórica se realiza en el marco de una investigación cuyo propósito es describir la Historia de la Enseñanza de la Matemática en Argentina, a partir de los años 80 y pretende responder a los interrogantes: ¿Cuál es la historia detrás del proceso investigativo gestor de la Tesis Doctoral de Regine Douady? ¿Cómo explica la autora el significado de los constructos "Juego de Encuadres" y "Dialéctica Instrumento Objeto"? ¿Cómo se documenta el paso de la autora por Brasil y Argentina?

ISBN 978-84-945722-3-4

La traducción al español del primer capítulo de la tesis doctoral (TD) de Regine Douady, en la cual se definen los constructos ligados a la dialéctica **“instrumento/objeto” (IO)** y al **“juego de encuadres” (JC)** comienza a ser parte de los contenidos de los seminarios de posgrado ligados a la enseñanza de la matemática, hacia fines de los 90, en el ámbito académico argentino. No queda claro, de las fuentes consultadas al momento de la escritura de este trabajo en 2016, la fecha en la cual dicho texto ingresa efectivamente a la academia argentina ni quien realiza la traducción del francés al español, aunque está documentado que existen trabajos de autores argentinos y documentos curriculares que citan dicho texto entre sus referencias bibliográficas, en los años 90.

En la TD de Douady aparecen recopiladas sus investigaciones entre los años 1970 y 1984, de las que surgen los constructos de JC y de Dialéctica IO. Este trabajo pretende dar cuenta del origen de dichos constructos y de la historia detrás de la escritura de la TD. Regine muestra fundamental interés en el aprendizaje de la matemática en el nivel primario y es por ello que sus investigaciones ocurren en este nivel específico, aun no siendo formada al respecto.

El trabajo de investigación que da origen a su TD se lleva a cabo durante más de una década y define cuestiones de avanzada para el período histórico 1970 -1984, situando a Regine en el centro de la Didáctica de las Matemáticas en el ámbito de la Escuela Francesa.

Metodología y Fuentes

La metodología de investigación utilizada se inscribe en el método histórico/ historiográfico definido como el conjunto de técnicas y métodos propuestos para describir los hechos históricos acontecidos y registrados en distintas fuentes.

Las fuentes consultadas fueron libros, documentos curriculares, e-mails, grabaciones de entrevistas y análisis de sitios web.

El origen de la Tesis Doctoral de Regine Douady:

Regine inicia su pesquisa a partir de los interrogantes ¿Cómo se aprende en la escuela? ¿Cómo hacer del aula una reunión de investigadores?

ISBN 978-84-945722-3-4

En los años previos a la década del 70, Regine Douady vive su cotidianeidad en un ambiente de eruditos al estar casada con Adrien Douady, un matemático francés, miembro del grupo Bourbaky y de la Academia Francesa de Ciencias.

"En mi vida privada, estuve rodeada de matemáticos de todos los niveles; tanto estudiantes como expertos. Adrien, mi esposo, fue un matemático de renombre. Siempre me maravillé por el modo en que los matemáticos dialogaban de matemáticas en sus reuniones, intercambiando argumentos…acerca del modo en que vivían las matemáticas. Había algo natural en su relación con las matemáticas que me fascinó. Veía como conciliaban la simplicidad, la imaginación y el rigor. Había descubierto un nuevo mundo. Es por eso que empecé a observarlos más de cerca y a escucharlos con mucha atención."(Deriard, 2016).

Como consecuencia de la cotidianeidad, surge un especial interés acerca del modo en el que debería aprenderse en las escuelas primarias. Es por ello que trabaja sobre la hipótesis de que "*la enseñanza debe integrar en su organización momentos donde la clase simule una sociedad de investigadores en actividad" (Deriard, 2016).*

Constructos definidos en su proceso de investigación, instrumento y objeto:

Regine define los caracteres de un conocimiento matemático del siguiente modo:

*"Para un concepto matemático, es conveniente distinguir su carácter **instrumento** (I) y su carácter **objeto** (O). Por instrumento, entendemos el funcionamiento del concepto, por necesidad, en los diversos problemas que permite resolver. Un concepto toma su sentido por su carácter útil o instrumento".* (Douady, 1984)

Un concepto es I cuando es utilizado con la idea de resolver un problema, dentro de un contexto. Un mismo I puede ser adaptado a varios problemas, varios I pueden ser adaptados a un mismo problema. Un I puede ser: implícito o explícito.

*"Por **objeto (O)**, entendemos el concepto matemático, considerado como objeto cultural que tiene su lugar en un edificio más amplio que es el saber de las matemáticas, en un momento dado, socialmente reconocido"* (Douady, 1984).

El O no depende de sus usos, se presenta descontextualizado. Es necesario para la generalización del concepto, especialmente en la institucionalización llevada a cabo por el maestro. El status de O ubica al concepto matemático en su lugar en el corpus de conocimiento científico.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

En la historia de los conocimientos matemáticos, el proceso de descubrimiento empieza muy a menudo con una intuición precedido por una necesidad de instrumento. Luego, se puede apelar a métodos inductivos, a la repetición, con el propósito de ahondar más en ella, en su naturaleza y viabilidad. Se recurre a la razón lógica para validar el descubrimiento o rechazarlo. Así, se llega, por ejemplo, al enunciado de un teorema.

Podemos decir que un esquema clásico de la producción científica de conocimientos matemáticos utilizado por el investigador es I/O/I.

Douady propone que en la clase se trabaje de manera similar, reproduciendo este esquema de producción científica instrumento/objeto/ instrumento (I/O/I.).

Ahora bien, el conocimiento recibido por el docente, en formato de diseño curricular, no sigue la lógica del **I/O/I**. La currícula le llega al maestro como **O**, el cual debe contextualizar, transformándolo en **I**, como parte de un problema y luego, al momento de institucionalizar, le da el **status de objeto** de conocimiento para los alumnos. Podemos afirmar entonces que la trayectoria del status del saber es, de manera esquemática, para el docente **O/I/O**. He aquí entonces la dificultad, en parte, para los maestros, de permitirse pensar la clase invirtiendo su lógica **O/I/O.** Es por ello que el trabajo con el maestro es esencial para poder transformar una lógica, en la lógica inversa.

Esta organización de la clase, que se podría definir como comunidad escolar matemática de estudio, está fundada desde el punto de vista cognitivo sobre la dialéctica I/O/I y el JC, que se desencadenan a partir de problemas que responden a ciertas condiciones.

Definición de encuadre (necesidad de revisar la traducción del término *cadre*, en la versión original; *marco*, en la versión traducida en los `90 en Argentina):

"El termino <u>cadre</u>(C), reagrupa, para un problema, a los objetos y las relaciones vinculadas, teoremas, métodos, sistemas de representación diversos: figuras, notaciones simbólicas, formulas, tablas, gráficos. Es una parte de un dominio matemático relacionada con lo que queremos estudiar." (Douady, 1984).

Este término "cadre", traducido en Argentina como "marco", adquiere especial interés para Regine, con respecto a la correcta traducción del mismo. Para la autora el concepto no debe limitarse a la palabra "marco". Sucede que el término "marco" es demasiado rígido para el

ISBN 978-84-945722-3-4

significado que ella le atribuye en sus escritos. Con el fin de revisar la traducción de su trabajo, acordamos, en nuestros diálogos que la palabra "marco", podría sustituirse con la palabra "encuadre" o "enfoque". Para Douady el enfocar, supone poner el foco, la atención en ciertos aspectos por encima de otros y no resulta un término tan estático como la palabra "marco" (Deriard, 2016).

La autora redefine la noción de C en 1992 (Douady, 1992) de la siguiente manera *"Un encuadre está constituido por objetos de un campo de la matemática, por las relaciones entre esos objetos, por sus formulaciones eventualmente diferentes y por las imágenes mentales asociadas a esos objetos y a esas relaciones."*

Para la autora, llevar adelante un juego de encuadres (JC) puede facilitar la resolución del problema pero también puede ayudar a la comprensión de cierto procedimiento frente a otros. Desde la perspectiva de Douady, el JC es un pasaje de un enfoque a otro con el fin de obtener formulaciones diferentes de un problema, permitiendo una entrada diferente al mismo. Mediante el JC se permite un cambio de enfoques con el objeto de que este nuevo ingreso a la solución del problema permita el uso de I no utilizables en un C anterior. Los cambios de encuadres pueden ser espontáneos por iniciativas de los alumnos o previstos por el docente en la planificación de la clase. Un JC, entonces, consiste en trabajar una misma cuestión matemática en dos diferentes dominios, permitiendo pasar de un C a otro para facilitar la resolución del problema, volviendo al C original luego de ser resuelto.

Para poner en claro los términos en juego, se propone el siguiente ejemplo de problema para el nivel secundario utilizando el JC y la dialéctica I/O/I:

El problema que se presenta a continuación, fue utilizado en clases de química que involucran conceptos matemáticos (Deriard, Matteucci, Maggiorotti, 2013)

<u>Problema</u>:

a-Construir la gráfica que relacione temperaturas de ebullición de los primeros quince alcanos no ramificados en función del número de átomos de carbono de cada alcano.

b-Construir una recta que manifieste comportamientos promedio similares a la función original.

El docente organiza la clase de modo que los alumnos trabajen grupalmente.

ISBN 978-84-945722-3-4

Algunos alumnos resuelven mediante software el trazado de las gráficas. Otros, con lápiz y papel.

Con cada C utilizado (informático, algebraico, analítico, gráfico), los alumnos ponen de manifiesto diferentes relaciones en diferentes dominios, obligándose a reflexionar, debatir y argumentar a la hora de validar los resultados

Dependiendo del modo de resolución (lápiz y papel, software), variarán las rectas obtenidas.

El JC permite un análisis de cuestiones matemáticas que no podría hacerse si solo se resuelve por el medio informático o solo con lápiz y papel.

Es pertinente observar que si el alumno decide resolver desde un C informático, su foco estará puesto en conceptos diferentes a si decide realizarlo con regla sobre una hoja.

Es importante destacar que las imágenes mentales de quienes resuelven, así como sus conocimientos previos y sus propias concepciones (imposibles de ser conocidas por el docente en su totalidad) frente al problema, son las que impulsan el **C** a elegir.

Proceso investigativo llevado a cabo por Douady previo a la escritura de su Tesis:

Mediante su TD, Regine tuvo la intención de "*poner a prueba las posibilidades y limitaciones del quehacer matemático, en situación áulica, imbuidas por el stress escolar"* (Deriard, 2016).

Douady se propone, por lo tanto, llevar adelante un proceso investigativo que le llevaría más de 10 años, para acercar el modo de hacer de los matemáticos al campo de la didáctica de la matemática, constituyéndola en elemento teórico, con un doble objetivo:

•Que sea de utilidad para el análisis de los hechos de enseñanza y de aprendizaje tales como se viven (mediante observación directa de clases)

•Que sea de utilidad para la elaboración de ingenierías didácticas, aprovechables en clases

El proceso de investigación de Regine se inicia en 1970, mucho antes del armado formal del protocolo de investigación, como suele suceder en muchas pesquisas.

Ella comienza la tarea investigativa observando el trabajo de un colega, quien, junto a maestros, creaba situaciones de ingeniería, para luego proceder a la observación de ellas en clases. Regine lo acompaña en ese trabajo durante dos años. Pasado ese tiempo, desea testear modos de trabajos distintos a los registrados por su colega. Es por ello que en 1973 entra en

ISBN 978-84-945722-3-4

contacto con la escuela primaria de Montrouge y durante dos años comienza a trabajar con maestros de esa escuela. Recién en 1975 determina claramente el protocolo experimental y le propone a Marie-Jeanne Perrin que se una al equipo compuesto finalmente por Regine, Marie-Jeanne Perrin, Marianne Fremin (quien filmaba las clases y tomaba notas), C. Latour y dos maestros más de la escuela primaria de Montrouge. (Deriard, 2016).

El trabajo descrito en su TD se lleva a cabo con dos cohortes de alumnos. La primera comienza a ser observada en 1973, pero es recién en 1975 en donde el trabajo se torna más riguroso, hasta 1978. La primera cohorte de alumnos se compone por 26 estudiantes, para finalmente contar con 18 alumnos que fueron observados en todos los cursos.

La experiencia se replica en otros dos colegios siguiendo a los mismos alumnos por períodos de dos años, hasta 1982, fecha en la cual la autora decide poner en orden el material y escribir la TD para transmitir sus conclusiones.

Las conclusiones a las que arriba Regine luego del proceso investigativo fueron (Deriard, 2016):

- Se pueden construir conocimientos haciendo jugar la dialéctica I/O/I sobre al menos dos C respetando los umbrales de conocimientos de los alumnos.
- Para un cierto número de objetos matemáticos, es posible encontrar problemas que puedan resolverse en, al menos, dos C diferentes.
- Para llevar a cabo una enseñanza que tome en cuenta las conclusiones citadas aquí arriba, sólo falta determinar la articulación entre la dialéctica I/O/I y su gestión en el marco de la clase. “*El maestro lleva consigo toda la responsabilidad*”
- Surge la necesidad de formular la hipótesis:

  “Se pueden formar maestros capaces de poner en práctica la dialéctica I/O/I”

El fin de este trabajo y el inicio de otros:

El contenido del presente informe surge de la necesidad de reconstruir los recorridos que fueron forjando la escritura de la Tesis Doctoral de Regine Douady, a fin de poder captar el estilo de sus propias prácticas educativas.

En el presente trabajo, se da a conocer la historia según la cual se originan los constructos de *juego de encuadres y dialéctica instrumento objeto*. Una búsqueda por sitios de internet académicos permite observar que los constructos definidos por Regine son parte de

ISBN 978-84-945722-3-4

innumerables trabajos de investigación en Brasil y en Argentina, manifestando la vigencia de los mismos 33 años después de su escritura.

Si bien no fue posible saber quién realizó la primera traducción del capítulo I de su TD, a partir de los diálogos con la autora, es posible situarla en el ámbito de la educación en Latinoamérica, entre los años 86 y 96, trabajando en conjunto con Tania Campos, Esther Pillar Grossi y Gilda Pallis, en Brasil. En Argentina, durante el mismo período, la podemos situar junto a la profesora Elsa Bergadá Mujica, quien manifiesta no haber realizado dicha traducción,

El trabajo de Douady en Francia fue de gran importancia académica. Además de su tesis doctoral, fue prolifera en sus escritos. Dirigió el IREM desde 1988 hasta su retiro, en 1999. Dirigió además la revista Recherches en Didactique des Maths por 3 años, y el ADIREM también por 3 años.

Acompañó tesistas de varios países. Sigue dictando conferencias y seminarios.

Regine tiene la humildad de los seres que siguen enseñando a pesar de su retiro y que comparten lo que saben, sin distinción de aprendices.

En lo particular, Regine me brindó su confianza, sus enseñanzas y su afecto. Es por eso que estoy eternamente agradecida.

Bibliografia:

Chemello, *Estrategias para la enseñanza de la Matemática*, (Universidad de Quilmes, 1999, Buenos Aires)

Deriard A., Magiorotti F. Matteucci C. *Matemática y Química ¿Una integración posible?*, en Retos y Perspectivas en la Enseñanza de las Ciencias, (Educación Editora, 2013, Vigo)

Deriard A. *Diálogos con Regine* (Deriard, 2016, Buenos Aires)

Douady, *R. Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des Mathématiques. Une réalisation dans tout le cursus primaire*, Tesis Doctoral. (IREM, Universidad de París, 1984, París)

Douady, R, *Relación enseñanza aprendizaje : dialéctica útil, objeto, juegos de encuadres : traducción autorizada 2016* (Deriard, 2016, Buenos Aires)

ISBN 978-84-945722-3-4

Douady, R. *Des apports de la didactique des mathematiques* à l`*enseignement*. (Repères, IREM,Universidad Paris VII, 1992, París).

Parra C. *Los niños, los maestros y los números.* Desarrollo Curricular 1.1992. Municipio de Buenos Aires. http://www.sermaestro.com.ar/lnlmyln.pdf (consultado el 15/03/2016)

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-303

A CONSTITUIÇÃO DISCURSIVA DE SUJEITOS PROFESSORES PELA ETNOMATEMÁTICA

Fernanda Longo

fernandalongo25@gmail.com

Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Brasil

Núcleo temático: IV - Formação de Professores de Matemáticas
Modalidade: CB
Nível educativo: Formação e atualização de ensino
Palavras chave: Etnomatemática – Formação de Professores – Práticas discursivas - Verdade

A Etnomatemática, perspectiva da Educação Matemática que emergiu com os estudos de Ubiratan D'Ambrosio, tem sido um campo de conhecimentos potente e cada vez mais presente nos cursos de formação de professores de matemática no Brasil. Considerando essa presença, este trabalho apresenta, num viés analítico de caráter pós-estruturalista, resultados de uma pesquisa que analisou o discurso etnomatemático que circula no cenário acadêmico brasileiro e que cerca a constituição de sujeitos professores de matemática em formação. Para este fim, mobilizam-se as teorizações de Michel Foucault acerca das noções de discurso, enunciado, regimes de verdade e prática discursiva. O material empírico examinado é constituído por livros que reúnem produções sobre Etnomatemática, utilizados como bibliografias de disciplinas em cursos de Licenciatura em Matemática, bem como narrativas de alunos-professores que participaram de um minicurso que propunha pensar sobre práticas pedagógicas consideradas produtivas no ensino de Matemática a partir da Etnomatemática. Na análise foi possível delimitar unidades de sentido que evidenciam verdades que emergem do discurso etnomatemático e que regulam formas de agir dos professores: o compromisso com a diversidade cultural, a valorização da matemática da vida cotidiana e a valorização das formas de ensino-aprendizagem que se baseiem em uma matemática contextualizada.

I. Introdução

A Etnomatemática, programa idealizado por Ubiratan D'Ambrosio (1998), considera uma abordagem enredada nos contextos dos sujeitos envolvidos, levando em conta as maneiras de explicar, entender, medir, quantificar os conhecimentos matemáticos construídos por estes grupos. Além disso, tem como uma de suas características o rompimento com os esquemas disciplinares, pois "estes esquemas fazem com que tenhamos visões parciais e incompletas da realidade" (D'Ambrosio, 1993, p.11). Levando em conta estas questões, podemos

ISBN 978-84-945722-3-4

aproximar o Programa Etnomatemática da Educação Matemática, pois é possível perceber que existe a vontade e a busca por novas formas de oferecer aos alunos uma melhor compreensão dos conteúdos da matemática escolar, através da história, do uso dos recursos tecnológicos e da aproximação com situações da realidade. A Etnomatemática conversa com este último item, pois é vista como uma proposta de dimensão histórica, cognitiva e social, que toma para si o compromisso de se explorar o saber/fazer matemático cotidiano com o objetivo de dialogar com o saber/fazer matemático escolar ou acadêmico.

Este trabalho pretende apresentar uma discussão teórica, de caráter pós-estruturalista, sobre os discursos que o Programa Etnomatemática mobiliza na formação de sujeitos professores de matemática no contexto brasileiro, o que ele permite ver e dizer dentro de uma prática etnomatemática.

A perspectiva pós-estruturalista, que traz consigo uma problematização das "verdades" instituídas, vem contribuir para esta discussão ao entender a Etnomatemática como uma prática discursiva no âmbito da formação de professores de matemática, isto é, como um discurso que vem instituir uma vontade pela problematização da matemática formal e pelo "respeito" às diferentes formas de matematizar em diversas sociedades e culturas.

Entendendo o programa como uma prática discursiva, que mobiliza verdades, é possível perceber que estas verdades produzem subjetividades, conduzem maneiras de ser, de ver e de agir. Assim, esta pesquisa buscou entender de que maneira a Etnomatemática, como prática discursiva, orienta modos de dizer e ver a Educação Matemática na formação inicial de professores de matemática.

II. Ditos e escritos: o material empírico

O material de pesquisa foi selecionado de modo a caracterizar o discurso etnomatemático em sua correlação com a Educação Matemática, procurando entender de que forma estas verdades circulam, para então dar visibilidade às práticas deste discurso. Assim, o livro "Etnomatemática, Currículo e Formação de Professores"[1] foi selecionado por ser um material

[1] KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio J. de., Etnomatemática, *Currículo e Formação de Professores.* Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2004.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

que reunia uma grande parte das pesquisas realizadas no Brasil até o momento da análise, de ampla circulação e difusão, e que constitui a Etnomatemática como uma proposta acadêmico-disciplinar no interior da Educação Matemática, com poder e grau de legitimidade.

O material foi organizado conforme marcadores de organização e seleção dos enunciados linguísticos: resultados das pesquisas, títulos dos trabalhos, a conceituação de Etnomatemática adotada, os autores mais citados, os referenciais teóricos e os lócus pesquisados. Dessa forma, foi possível visualizar as recorrências e as dispersões do discurso. A partir das recorrências, das regularidades, foi possível constituir unidades de sentido; as dispersões permitiram entender as condições de funcionamento deste discurso.

Cabe ressaltar que não se trata, neste texto, de encontrar a essência da Etnomatemática, não se trata de desvendá-lá no seu fundamento, mas, "a partir do próprio discurso, da sua aparição e de sua regularidade, passar às suas condições externas de possibilidade" (Foucault, 1996, p. 53), mostrando que a partir do momento que uma lógica, com regras próprias lhes é atribuída, assume-se a vontade ética de entender a condução de metodologias pedagógicas, do governo de condutas de professores em Educação Matemática.

Como outra parte do contexto de pesquisa, são consideradas as narrativas de um minicurso realizado em um encontro nacional de estudantes de Licenciatura em Matemática. Estas narrativas serviram como material de análise para procurar entender o discurso pedagógico etnomatemático presente na construção e na transformação das subjetividades dos participantes do minicurso. Além disso, a partir da docência posta em debate, possibilitaram a constituição de identidades docentes. Os estudos foucaultianos afirmam que existe uma verdade que faz com que os participantes escrevam o que significa uma prática pedagógica de qualidade. Uma relação com a verdade é estabelecida, já que na escrita elaboramos as verdades que são traduzidas em princípios racionais de ação. Passamos a ser conduzidos por determinadas regras.

Os participantes foram convidados a produzir um (con)texto que contivesse uma experiência pedagógica em matemática julgada como tendo sido produtiva para si, enquanto alunos e/ou professores. Este (con)texto seguiu um roteiro de itens que julgou-se interessantes para a constituição do mesmo, como, por exemplo, onde aconteceu, quais foram os procedimentos, qual o conteúdo proposto, qual o objetivo de tal experiência, em que nível escolar ela foi aplicada.

ISBN 978-84-945722-3-4

III. Ferramentas Teóricas

A maior parte das pesquisas realizadas em Etnomatemática é proveniente das teorizações de Ubiratan D'Ambrosio, considerado o autor das primeiras definições da Etnomatemática. Ele se utiliza da etimologia para conceituar a Etnomatemática: "dada no sentido de a palavra significar "etno", do grego referente a contexto cultural, "matema", também do grego significa entender/conhecer/explicar e "tica" sugerida pela palavra "techne" que é a mesma raiz de arte e técnica" (D'Ambrosio, 1993, p.5). O Programa Etnomatemática vendo sendo explorado nas mais diversas vertentes, sejam elas antropológicas ou matemáticas, desde sua apresentação no III Congresso Internacional de Educação Matemática na Alemanha (ICME-3), sendo como programa de pesquisa e/ou como proposta metodológico-pedagógica.

Entender a Etnomatemática como um campo de saber significa acionar outras maneiras de explicar fatos e fenômenos, aceitando-as como legítimas. D'Ambrosio (2005) nos traz o fato de que a Matemática tornou-se um instrumento de seleção para o acesso e permanência na escola, fortalecendo mais ainda a dimensão social da Educação Matemática. A Etnomatemática tem sido expressa como uma ferramenta poderosa contra a desigualdade, mostrando a importância de se compreender os modos de explicar, em um contexto cultural específico, a fim de delinear um ponto de partida para práticas pedagógicas de desenvolvimento do saber matemático na escola.

Os estudos foucaultianos permitem pensar que os sujeitos são regulados e constituídos pelos discursos que os perpassam. Procurando entender como esses discursos se constituem e de que forma eles regulam a ação dos sujeitos, considero aqui o Programa Etnomatemática como uma formação discursiva, no sentido apontado por Michel Foucault, compreendendo que "os discursos formam sistematicamente os objetos de que falam. Certamente os discursos são feitos de signos; mas o que eles fazem é mais que utilizar esses signos para designar coisas. É esse mais que os tornam irredutíveis a língua e ao ato de fala" (Foucault, 1998, p.56).

Foucault (1998, p. 141) define discurso como um "[...] conjunto de enunciados que tem seus princípios de regularidades em uma mesma formação discursiva", sendo que essa formação discursiva se concretiza por

> um conjunto de regras anônimas, históricas, sempre determinadas no tempo e no espaço que definiram, em uma dada época e para uma determinada área social,

ISBN 978-84-945722-3-4

> econômica, geográfica ou lingüística, as condições de exercício da função enunciativa (idem, ibidem, p. 136).

Isso significa, então, tratarmos a Etnomatemática como um conjunto de regras que formam, falam, desenvolvem, orientam, neste caso, a ação pedagógica. Veiga Neto (2007) nos alerta a não confundirmos discurso com palavras ou coisas, já que o discurso não é o resultado da combinação de palavras que representam as coisas do mundo. Discursos são aqui entendidos como práticas que formam os objetos de que falam, já que práticas produzem e são produzidas pelos discursos. Isto implica em analisar suas vinculações com os regimes de verdade e as relações de poder-saber que o constituem e, a partir do entendimento do seu funcionamento, é possível passar às suas condições externas de possibilidade.

Da mesma maneira, deve-se entender que não é possível falar em políticas de verdade ou vontades de verdade em Etnomatemática sem considerar a sua disciplinarização, pois, segundo Foucault (1996, p. 30), "é o dispositivo disciplinar que confere valor e verdade ao discurso. Isto é, um discurso verdadeiro é um discurso ligado ao exercício do poder". (idem, ibidem, p. 15). Esta disciplinarização leva a pensar na importância desse processo para a Educação Matemática. Conforme Bello e Longo (2010), a disciplinarização é um processo de transformação de uma prática social em disciplina, isto é, a constituição de um saber legitimado dentro de um espaço acadêmico, levando em conta os aspectos histórico-sociais deste saber. A Etnomatemática e outras tendências têm sofrido este processo, aproximando-se cada vez mais das práticas escolares.

Dessa forma, Foucault nos conduz a um novo olhar já que todo saber constitui novas relações de poder, e onde se exercita poder constituem-se novos saberes. Por ser disciplinarizada, a Etnomatemática torna-se um campo de produção de saberes, e, neste sentido, é impossível falar de saberes desvinculados de poderes. Assim, compreender quais são os regimes de verdade, que saberes produzem e que relações de poder estabelece enquanto prática de pesquisa auxilia no processo de que se possa entender o que se admite como verdadeiro em torno da Etnomatemática no âmbito da produção acadêmica, agindo nos modos de ver, agir, operar e falar de si nas práticas pedagógicas.

IV. Das Unidades de Sentido às Subjetividades

ISBN 978-84-945722-3-4

Dentre o material analisado, foi possível delimitar três unidades de sentido, que apareceram de forma recorrente. Uma delas traz a necessidade de se entender a "matemática como parte da vida cotidiana". Há uma forte tentativa de vincular contextos com matemática. Aqui cabe perguntar: que matemática vem a ser essa? A matemática acadêmica? A partir do momento em que dizemos que existe uma maneira de vinculação, estamos pressupondo que matemática e contexto, vida, cultura popular são coisas dissociadas, e dessa forma um não seria produzido pelo outro. Por outro lado, se matemática faz parte do cotidiano, ela então seria produzida pelo contexto, portanto não parece haver sentido buscar a sua vinculação. Esta emergiria naturalmente de algum contexto de estudo. Neste sentido, a forma de se entender ou de se produzir a matemática pela Etnomatemática reporta a uma dispersão sobre o entendimento, na prática, desse saber. Entender a matemática como um conjunto de saberes que não tenham vinculação com a realidade remete a uma perspectiva platônica, enquanto que assumir os saberes como fazendo parte do mundo real remete a uma perspectiva pragmática. Portanto, se existir uma maneira de vincular a matemática ao cotidiano, estamos falando de campos discursivos diferentes.

Além disso, devemos considerar o âmbito que a realidade alcança no discurso etnomatemático. A realidade pode ser entendida como sendo a cultura, a vivência, a experiência ou, então, os conhecimentos prévios. O paradigma educacional atual apresenta com bastante força "usar a realidade" nas aulas de matemática. Esta ideia se aproxima de uma das vertentes do construtivismo, a perspectiva experimental, para a qual deve haver um mundo de experiências a ser compartilhado que revela uma realidade matemática a ser observada e descoberta. Isso significa que esta política de verdade está produzindo um discurso: que existe matemática em todas as culturas, universalizando assim os saberes matemáticos. Esta unidade de sentido é uma verdade que tem grande potencia no discurso da Educação Matemática.

Isto é evidenciado nas narrativas dos sujeitos pesquisados, que recorrentemente associam a conexão da matemática acadêmica com o mundo real como experiências pedagógicas de sucesso. É consenso de que, quando as aulas são contextualizadas, os alunos prestam mais atenção, sentem-se mais instigados por poder aplicar aquele conhecimento em uma situação de verdade, ou seja, uma situação que não é só da escola. Existe, porém, uma grande confusão acerca do conceito utilizado para contextualização. Quando partimos de uma situação real

ISBN 978-84-945722-3-4

tendo por finalidade o aprendizado de conteúdos da matemática escolar, estamos assumindo que os conteúdos não foram construídos culturalmente, mas são transcendentais, antepostos a um contexto, e, portanto, impossíveis de serem contextualizados. Deste modo, parece estar ocorrendo uma modelagem do real pela matemática escolar e não uma prática de contexto, onde compreender o contexto é o objetivo.

Uma outra subjetividade aqui é percebida quando os professores trouxeram em suas narrativas a importância da utilização do material concreto, como um facilitador da visualização e abstração dos conceitos matemáticos. Os jogos e materiais concretos, em detrimento dos conteúdos formais chamados de tradicionais, mobilizam todo um vocabulário crítico-construtivista nos textos dos participantes do minicurso, constituindo assim modos de ser professor de matemática. Pode-se dizer que os participantes estão implicados em um conjunto de regras, que regula o que dizem/pensam. Além disso, existe a plena convicção de que o uso dos materiais concretos é de extrema importância para uma aula de qualidade. Esta é uma ideia construtivista que está naturalizada, imune a contestações.

Dentre as verdades da Etnomatemática, emerge também a valorização e validação dos saberes emergentes das diversas culturas e a valorização dos saberes emergentes da realidade na qual a escola está inserida. Um professor é considerado *bom* pelos alunos, pelos colegas, quando consegue mostrar aos seus alunos a aplicação dos conhecimentos no mundo, quando consegue dar sentido à matemática. Esta valorização perde força na escola a partir do momento em que a escola pretende vencer conteúdos. Da mesma forma, a verdade de que existem saberes nas diversas culturas perde força quando se utiliza como pressuposto a existência de uma matemática única e presente em todas as culturas. A segunda unidade de sentido emerge justamente de ditos como "*fazer da matemática uma disciplina que preserve a diversidade*".

Isso demonstra de alguma forma o "compromisso com a diversidade cultural" que a Etnomatemática adquire para si. Este compromisso deve ser assumido de forma que a entender que os conhecimentos matemáticos que compõem o currículo são conhecimentos muito particulares, específicos de um determinado grupo, que devem ser questionados, para que abram espaço para a disciplinarização dos saberes dos grupos culturais. A produção da noção de diversidade cultural, neste caso, vem se dando pela via da verdade instituída pela Matemática Acadêmica e não pelo sentido e significado que as práticas sociais adquirem nos

ISBN 978-84-945722-3-4

grupos nas quais acontecem. Dessa forma, a Etnomatemática produz identidades e conduz maneiras de agir dos sujeitos envolvidos.

A terceira unidade de sentido traz a valorização das formas de ensino-aprendizagem que se baseiem em uma matemática contextualizada, de viés inter e transdisciplinar. As enunciações trazem a sugestão de um caráter transdisciplinar da matemática. Isso significa entender os saberes como expressões ou compreensões da realidade como um todo. Novamente recaímos no paradoxo: produção cultural da matemática *versus* universalidade dos significados. Se pensarmos em valorização cultural, não podemos partir de um conhecimento instituído, e sim entender como um saber é produzido naquela cultura.

V. Considerações Finais

O Programa Etnomatemática é um exemplo do poder que as palavras tem. Para Bampi (1999), o trabalho de D'Ambrosio produz algo mais na medida em que garante uma função classificatória do discurso, delimitando, selecionando, fato este que lhe confere um estatuto de verdade. Nesse sentido, as escolhas dos professores pelas práticas pedagógicas não são neutras, elas dependem de certas regras, de certas verdades sobre o que é bom, o que é certo e o que se deve ou não fazer.

Quem pensa em práticas pedagógicas e de ensino-aprendizagem são pesquisadores que também são professores, ou seja, são inclusive os pesquisadores arrebatados pelo discurso vigente. A finalidade dos estudos em educação é encontrar o porquê dos maus resultados e como fazer com que isto mude. O discurso atual, autorizado pela etnomatemática, afirma que a mudança ocorrerá se apelarmos pra diferentes maneiras de ensino-aprendizagem.

As narrativas demonstram sua relação com as unidades de sentido constituídas. Isto acontece porque os sujeitos constituem e são constituídos pelas verdades, pelos discursos e, assim, delineiam maneiras de ser. Em resumo, os pesquisadores constituem a partir dessas analíticas o que podemos denominar de "sujeitos etnomatemáticos", produzindo saberes a respeito deles e mobilizando modos de pensar metodologias em torno de práticas educacionais de ensino- aprendizagem de matemática.

Referencias bibliográficas

Bampi, L. (1999) Efeitos de poder e verdade do discurso da Educação Matemática. *Educação e Realidade. v.24, n.1, p.* 115-143.

ISBN 978-84-945722-3-4

Bello, S.E.L. & Longo, F. (2010, julho) Etnomatemática: Uma Analítica Discursiva Dos Seus Enunciados. *Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática*, Salvador, BA, Brasil.
D'Ambrosio, U. (1993) Etnomatemática: um programa. *Educação Matemática em Revista*. *ano 1, v.1, p. 5-11*.
D'Ambrosio, U. (1998) *Etnomatemática*. São Paulo: Ática.
D'Ambrosio, U. (2005) *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica.
Foucault, M. (1996) *A ordem do discurso* (2 ed.). São Paulo: Loyola.
Foucault, M. (1998). *Arqueologia do Saber*: *Tradução de Luiz Felipe Baeta Neves* (4 ed.). Rio de Janeiro: Forense Universitária.
Knjnik, G; [et al]. (2004). *Etnomatemática, Currículo e Formação de Professores*. Santa Cruz do Sul: EDUNISC.
Veiga-Neto, A. (2007) *Foucault e a Educação* (2 ed.). Belo Horizonte: Autêntica.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-304

PENSAMIENTO Y LENGUAJE MATEMÁTICO EN EL CONTEXTO DE LA EDUCACIÓN INFANTIL. UN ACERCAMIENTO INTERPRETATIVO.

Mª Soledad Ros Romero
msoledadros@yahoo.es
Tesis doctoral defendida en la Universidad Complutense de Madrid en enero de 2016.- España

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Modalidad: Comunicación breve.

Nivel Educativo: Educación Infantil.

Palabras clave: Conocimiento matemático, situaciones-problema, diversidad, prácticas de enseñanza.

Resumen

Estudio etnográfico desarrollado en 3 años. Educación Infantil.
Objeto: registrar y analizar las características de las prácticas de enseñanza que propician el desarrollo del pensamiento matemático de los niños/as, y su consecuente expresión en situaciones cotidianas. Interesó interpretar y comprender la diversidad infantil -a nivel de pensamiento y de formas para expresarlo- en relación con las argumentaciones que eligen para justificar sus decisiones; la formulación de sus descubrimientos o resoluciones originales; la confrontación de ideas con adultos e iguales; etc. ante situaciones que les plantean problemas a resolver que, por el "significado pragmático" en que se encuadran, invitan a los niños/as a aceptar el desafío de interpretar lo que está sucediendo y buscar soluciones. El trabajo de campo se asentó en la convicción de que la población infantil reelabora, en interacción cooperativa con otros, conocimientos matemáticos relacionados con los obstáculos cognitivos que están inmersos en las distintas situaciones a la que se enfrenta. Los resultados permitieron comprender la potencialidad de las prácticas de enseñanza para fomentar, o no, el interés de los niños/as por utilizar, en situaciones contextualizadas, sus respectivos conocimientos matemáticos (aritméticos, geométricos y/o algebraicos) marcados por la diversidad (de estilos cognitivos, formas de expresión, intereses y motivaciones, etc.).

ISBN 978-84-945722-3-4

Desarrollo del trabajo

Justificación, propósitos y fines de la investigación

El presente estudio tiene lugar en el marco de un aula de Educación Infantil (en adelante, EI) a partir de una estancia prolongada e intensiva en el campo de estudio, propiciado por el doble rol de investigadora y docente que asumimos. Se trata de un estudio longitudinal desarrollado a lo largo de tres cursos escolares (2011-2014) en el que se observa y analiza sistemáticamente la realidad concreta, describiendo, interpretando y categorizando para comprender y mejorar el campo educativo. En ningún caso se tuvo la pretensión de generalizar.

Desde el ámbito de la docencia, nos convocó la necesidad de indagar en torno a algunas cuestiones: ¿estamos enseñando realmente matemáticas a los niños y niñas de EI?, ¿son actividades de matemáticas las propuestas preparatorias que se suelen llevan a cabo como resabio de una didáctica tradicional?, ¿pueden los niños y niñas de esta etapa operar con matemáticas reales?, ¿se propicia desde la escuela un ambiente alfabetizador desde el punto de vista matemático?, ¿se da cabida en el aula a la diversidad -de estilos de pensamiento, estrategias, lenguajes…-?, ¿qué conocimientos previos ponen en juego los niños y las niñas para resolver, desde una perspectiva matemática, distintas situaciones de su entorno?, ¿qué tipo de prácticas se han de poner en marcha desde la enseñanza para que alumnos y alumnas establezcan conexiones, de forma evolutiva, entre sus conocimientos primitivos y el lenguaje formal y convencional propios de las matemáticas?, ¿qué tipo de estrategias docentes favorecen este proceso?, ¿aparecen en ellas la cultura matemática?

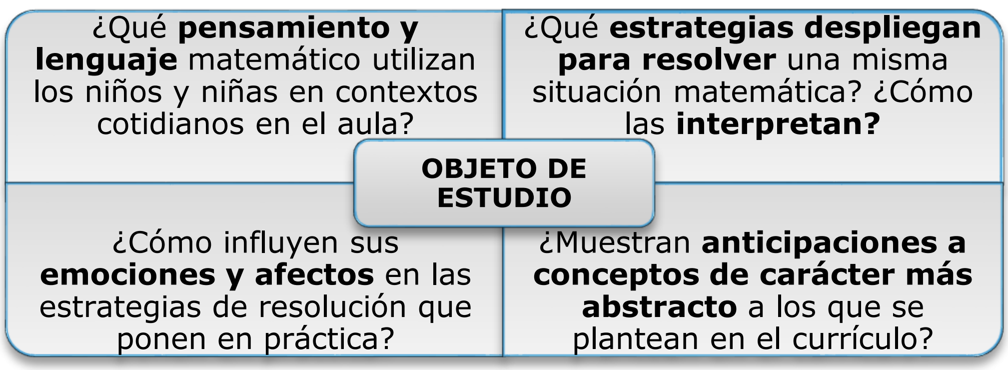
Desde la perspectiva del valor que aporta el conocimiento matemático (facilita la resolución de situaciones cotidianas, contribuye al desarrollo del pensamiento lógico, aporta un lenguaje para la comunicación y pertenece a un ámbito de conocimiento generado por la humanidad) concebimos la necesidad de que las propuestas de enseñanza que se lleven a cabo en las aulas de EI provoquen situaciones problemáticas significativas, enmarcadas en un contexto real o realista, en tanto constituyan desafíos significativos a los que los niños y las niñas se puedan enfrentar desde sus respectivos conocimientos apriorísticos y en cuya resolución evolucionarán en sus aprendizajes. Situaciones que ofrezcan la posibilidad de "organizar, sistematizar, complejizar, resignificar los conocimientos iniciales y construir otros que

ISBN 978-84-945722-3-4

resulten ser un nuevo punto de inicio más que uno de llegada respondiendo, de este modo, a la esencia con que la humanidad ha construido (y continúa construyendo) conocimiento matemático (en Ros, 2015, pp.31).

No obstante, en las aulas de EI del ámbito español, tienen lugar con elevada frecuencia praxis desde metodologías de corte tradicional centradas en indicar procedimientos de resolución en torno a conceptos matemáticos en lugar de propuestas de indagación en torno a situaciones concretas. En este escenario, los conceptos matemáticos suelen abordarse al margen de la resolución de situaciones contextualizadas, como es el caso del concepto de número y el cálculo inicial, que no se abordan en el marco de la resolución de problemas sino que son tratados como conceptos que se acometen como actividades preparatorias para ser utilizadas en un futuro. Ello tiene como consecuencia que se obvie el repertorio de estrategias de resolución y la interpretación que de estas situaciones matemáticas hacen los niños y niñas.

Todas estas cuestiones nos llevan a definir un objeto de estudio en torno al que organizar la investigación que presentamos:



Construcción de los antecedentes de la investigación.- Marco teórico y conceptual

No corresponde, en este momento, desarrollar una profunda reflexión acerca del objeto de estudio a partir de una revisión exhaustiva de la bibliografía al respecto, si bien, parece apropiado evidenciar que en los últimos diez años ha tenido lugar un creciente y profundo interés por la cuestión de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el aula, que ha dado lugar a numerosos estudios aportando nuevas y amplias miradas para el abordaje de la materia en las aulas.

Por otro lado, llevamos a cabo una selección de las investigaciones recientes y recogimos aquellas que se estimaron poseían mayor interés para el objeto de estudio. Desde las mismas, se hizo necesario indagar en torno a una serie de ejes temáticos imprescindibles en aras de un mejor conocimiento y comprensión del tema que se planteaba. Se trata de los siguientes:

- *Lenguaje y pensamiento, y su relación con el conocimiento de las matemáticas*: atendiendo a la pragmática y al carácter comunicativo propio de las matemáticas así como a la relación entre el lenguaje formal e informal que despliegan los niños y niñas;

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

- *Los niños y niñas de la etapa de Educación Infantil, sus procesos de aprendizaje y la relación de los mismos con la materia*: profundizando en las cuestiones que se derivan de la curiosidad infantil, la cultura matemática, la dimensión emocional de su aprendizaje, el papel del error, el paralelismo entre el desarrollo del concepto de número a lo largo de la historia y el pensamiento matemático en los primeros años de vida, así como la relación entre los conocimientos formales e informales;
- *El objeto de las matemáticas y el campo educativo*: haciendo un recorrido desde las teorías, instituciones y metodologías que desarrollan la didáctica de las matemáticas hasta la indagación de las matemáticas en la vida cotidiana, la formación del profesorado, las cuestiones acerca de la planificación, diseño, organización, evaluación del objeto de las matemáticas en el campo educativo.

Diseño metodológico de la investigación

La realidad educativa española evidencia la insuficiente competencia y alfabetización matemática necesarias para el enfrentamiento a la vida cotidiana, a la historia escolar y al futuro laboral. En nuestro caso, en el ejercicio de la docencia, encontramos en el aula un marco incomparable para sumergirse plenamente en el contexto, indagando desde la fase incipiente del desarrollo de la competencia matemática, propiciando la oportunidad de conocerlo en profundidad, y generando procesos de densa descripción, interpretación y comprensión con la intención de mejorar la práctica docente.

Desde este contexto, la presente investigación dedicada a la educación, y más específicamente a la docencia, se enmarca, siguiendo a Rockwell (2009) en una modalidad de investigación etnográfica educativa desde la que se pretende construir conocimiento interpretando el conocimiento matemático que se observa de la diversidad de acercamientos a las situaciones problemas y desde la indagación de la relación entre el conocimiento matemático y las prácticas de enseñanza.

Se distinguen dos contextos en la recopilación de datos en el desarrollo de la investigación:

- En el contexto del aula de EI, las actuaciones realizadas (tramos de escenas de situaciones-problema sometidos a análisis N:240);
- Recogida de datos del grupo de discusión que se establece a partir de la realización de un seminario de formación permanente de docentes desarrollado paralelamente en el tiempo (Encuentros N:9).

Se utilizaron tres estrategias para interpretar la realidad recogida a partir del diario de campo, las grabaciones efectuadas (audio y vídeo), las fotografías tomadas y la recogida de producciones escritas de los niños y niñas:

- observación participante;
- grupos de discusión entre el alumnado bajo la coordinación de la investigadora; y
- grupos de discusión entre docentes.

El análisis de los datos recabados se efectúa a partir del Método Comparativo Constante de Glaser y Strauss (1967) y posteriores revisiones (Sirvent, 2003) por considerarlo un procedimiento analítico muy riguroso. Ello permitió identificar unidades de análisis

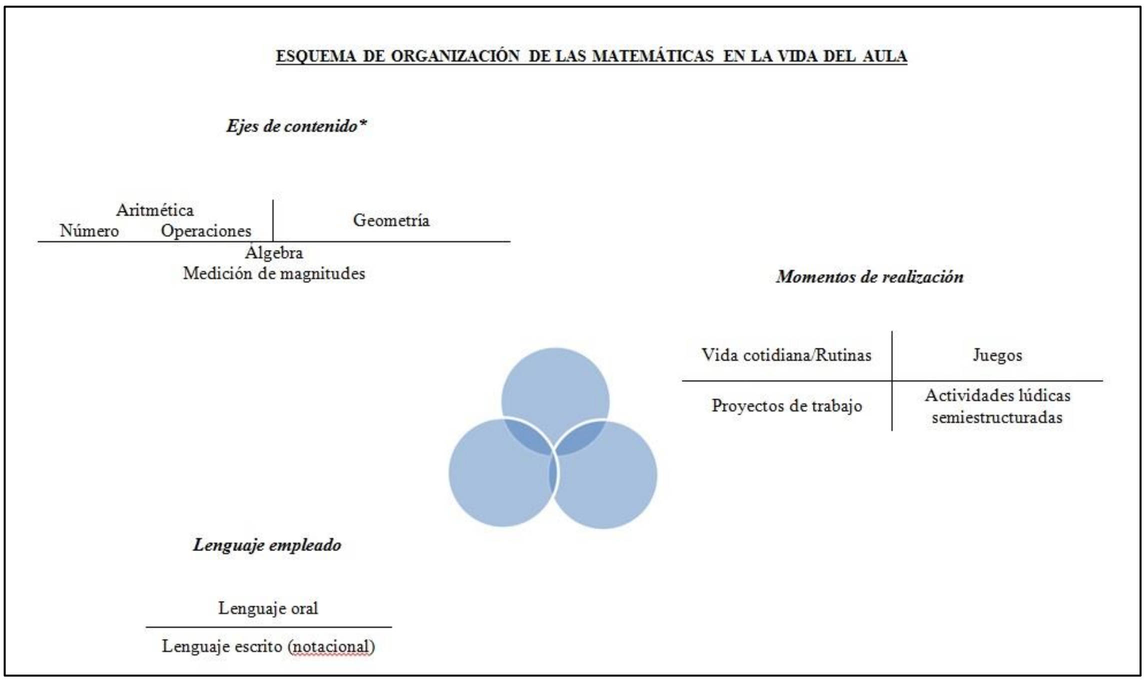
ISBN 978-84-945722-3-4

recurrentes en las diferentes fuentes de información –saturación de unidades de análisis- para la elaboración del informe descriptivo final constituido a partir de la triangulación y la cristalización de dichas unidades de análisis.
Como complemento al desarrollo de la investigación, se llevó a cabo un muestreo teórico con la intención de realizar una interpretación más profunda de los datos recabados en el trabajo de campo.
Por último, se trató de conferir rigurosidad y consistencia a la investigación a partir de criterios y procedimientos que aportan confiabilidad y validez siguiendo los expresados por el National Research Council (2002, en Feurer, Towne & Salvenson, 2002).

Desarrollo de la investigación

En el contexto de aula se trabajaron situaciones matemáticas (N:240) que recogían contenidos matemáticos relacionados con la aritmética, la geometría y el álgebra, atendiendo a que dichos contenidos se expresan de forma oral y de forma escrita por los niños y niñas, a partir de los diferentes contextos que se dan en el aula: vida cotidiana, proyectos de trabajo, juegos y actividades lúdicas semiestructuradas, tal y como se refleja a continuación:

(en Ros, 2015, pp. 211)



Así, se analizan situaciones específicamente preparadas por la investigadora como aquellas que surgen de la cotidianeidad de la vida del aula: mediciones, anotaciones y comparaciones sobre las medidas del propio cuerpo y el de los otros bajo el paraguas del proyecto del Cuerpo Humano, elección de la compañía de autobuses con la que se realizará una excursión tras la comparación de dos presupuestos atendiendo a la situación de que queda poco dinero, búsqueda de un monumento en el mapa de la Comunidad de Madrid a partir de varias premisas en el marco del proyecto de La Edad Media, organización de datos en gráficas a partir de la información recogida acerca de los lugares de vacaciones de los niños y niñas, comparación de los valores de los termómetros externo al aula e interno y su relación con la sensación térmica en el aula y fuera de ella, resolución sobre cómo establecer cuánto tiempo permanecer cada uno en el balancín del patio, registro de libros de préstamo de la biblioteca

ISBN 978-84-945722-3-4

de aula teniendo en cuenta la fecha de devolución y el número-código del ejemplar, análisis del cuadro *Las Señoritas de Avignon* y reproducción en el papel y con el propio cuerpo, dibujo de la simetría del rostro de cada niño y niña, elaboración de un cuadrante de riego de plantas analizadas sus características, análisis del plano de un autobús y cálculos para decidir si caben en él los alumnos que irán a una excursión, juegos de mesa (Oca, cartas, tangram, "Tapa la tabla"…), elaboración de recetas siguiendo las cantidades e instrucciones de las mismas, seguimiento por observación directa y anotación diaria de las fases de la luna a lo largo de un mes bajo el marco del proyecto de El Espacio, elaboración del índice del libro realizado en clase a partir de la investigación acerca del espacio y paginación del mismo, y un larguísimo etcétera de situaciones matemáticas que tuvieron lugar en el contexto de un aula de Educación Infantil a lo largo de tres cursos escolares.

Informe final y conclusiones

> *Liberarnos de una realidad escolar que, algunas veces, se presenta cerrada, encasillada y aburrida. Convertir el ir a la escuela cada día en una aventura interesante para los niños, para nosotros y para las familias. Vivir con pasión nuestra profesión y permitir que nuestros alumnos vivan con pasión sus aprendizajes en la vida cotidiana de la escuela.*
>
> (D´Angelo & Medina, 2011)

El análisis e interpretación de los datos dio lugar a la expresión de una misma realidad desde una doble perspectiva: la que presentan los niños y niñas desde su pensamiento y lenguaje, y la de las prácticas de enseñanza que dan lugar a que éstos se generen y desarrollen. Así, conforme a los aportes interpretativos obtenidos en la presente investigación etnográfica, es necesario subrayar la necesidad de introducir las matemáticas ya desde la enseñanza inicial, acogiendo los conocimientos informales de los niños y niñas, a partir de verdaderas situaciones-problema (planificadas ex profeso o rescatando los aprendizajes incidentales que se dan en la vida cotidiana del aula), aprovechando la curiosidad que por el ámbito matemático sienten, y sin postergarlo hasta que se encuentren dominadas las técnicas básicas.
A la luz de los datos recabados en el estudio, se advierten algunas cuestiones fundamentales para abordar el ámbito de las prácticas de enseñanza de las matemáticas en el aula de EI, que comentamos a continuación.

En primer lugar, las prácticas de enseñanza desde la perspectiva de *cultura matemática* interpelan a los niños y niñas que encuentran sentido, utilidad y un objetivo claro, y les moviliza a poner en juego estrategias diversificadas.

Por otro lado, la apropiación de conocimientos matemáticos requiere de prácticas educativas relacionadas con el quehacer matemático: explorar caminos de resolución diversificados para los problemas, resignificar estos problemas, planificar, relacionar, buscar analogías con otras situaciones, evocar experiencias previas que ayuden a categorizar la situación-problema, preguntar, ensayar, tantear, anticipar, experimentar, formular hipótesis, interpretar, verificar resultados, confrontarlos con los iguales, revisar, argumentar, registrar para poder volver a la información obtenida, presentar los resultados, comunicarlos de forma oral y/o en términos de lenguaje formal, pensar sobre los procedimientos empleados, transferir los procedimientos a otras situaciones, etc.

Así mismo, el rol del maestro/a como mediador y dinamizador favorece el despliegue de estrategias infantiles y colabora en el desarrollo cognitivo desde las Zonas de Desarrollo Próximo (ZDP).

Por otra parte, la acogida de las matemáticas informales de los niños y niñas y su creatividad infantil, favorece la aparición de estrategias propias que derivan en resoluciones con carácter

ISBN 978-84-945722-3-4

aritmético, geométrico y algebraico, al mismo tiempo que adquieren estos conceptos, cada cual desde su nivel de desarrollo y sin necesidad de un entrenamiento previo, haciéndose fundamentales en estos procesos el trabajo cooperativo y colaborativo. Así mismo, el respeto por el uso de un lenguaje informal de los niños y niñas y su reformulación en un lenguaje formal, rico y diverso, específico del ámbito matemático, parece colaborar en un mejor acceso al mismo.
En otro orden de ideas, se constata que el desarrollo en el grupo-clase de una capacidad de comunicación dialógica, reflexiva y de construcción conjunta de significados, favorece el acceso a diferentes estilos de pensamiento y a diferentes niveles de conceptualización matemática, desde las ZDP de cada niño y niña. Subrayamos en este punto que la pluralidad de aportes, la diversidad de alumnado, enriquece el aprendizaje y la expresión de las propias ideas, así como clarifica el propio pensamiento al hacerlo explícito. Ello hace posible, y así queda observado en la presente investigación, que desde un estilo de enseñanza fundamentado en prácticas educativas auténticas, significativas y propositivas, se propicien anticipaciones de conceptos relacionados con la aritmética, geometría y algebra que por lo general se postergan a niveles educativos posteriores.
Además de ello, evidenciamos que el error cognitivo es parte del proceso de aprendizaje y que su respeto genera oportunidad de desarrollo y sentimiento de capacidad. Así, observamos que no aparecen sentimientos negativos hacia la matemática y se fortalece la percepción de capacidad desde el enfoque matemático situado, con significados pragmáticos, desde grupos heterogéneos en los que cada cual tiene una respetada identidad propia que se valora como positiva para el conjunto y en los que se genera ayuda mutua.
Por todo ello, a la luz de estas evidencias, consideramos que el docente debe llevar a cabo prácticas en las que se propicien oportunidades al mismo tiempo que incertidumbres, propuestas que, además, respeten el rol activo del alumnado, su diversidad, su necesidad de movimiento, exploración, indagación y descubrimiento, planteando situaciones que den lugar a la búsqueda de posibles respuestas desde las experiencias vividas, la creatividad y el juego, generando un clima de intercambio e inclusión, placer y acogida de sus emociones y afectos.
Finalmente, y atendiendo a una perspectiva de futuro, dados los datos que arroja la presente investigación, parece conveniente desplazar la mirada centrada únicamente en la infancia ampliándola de manera conjunta con las prácticas de enseñanza. Por otra parte, se hace necesario ahondar en una formación del profesorado inicial y permanente en procesos de investigación y desde espacios de encuentro comunicativos, analíticos, compartidos con especialistas y otros docentes, así como indagar en torno una formación compartida con toda la comunidad educativa.
La educación matemática trasciende al desarrollo personal de los niños y niñas en tanto que adquiere un valor de inserción social y cultural que contribuye a la inclusión, igualdad y equidad. Sólo por ello, merece una apuesta por una visión holística de la misma y necesita de una respuesta amplia y global: política, curricular, de investigación, de formación docente.

ISBN 978-84-945722-3-4

Referencias bibliográficas

Aguilar, B., Ciudad, A., Láinez, M. C., & Tobaruela, A. (2010). Construir, jugar y compartir. Un enfoque constructivista de las matemáticas en Educación Infantil. Jaén: Novedades Educativas.

Alsina, C. (2007). Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en educación matemática y sus implicaciones docentes. *Revista Iberoamericana de Educación, 43*, pp. 85-101.

D´Angelo, E. & Medina, A. (2011). *Aprender a aprender en contextos cotidianos del aula de educación infantil*. Madrid: Ediciones de la Torre.

D´Angelo, E. (2001). La matemática y su lenguaje. En Sainz, M. C. & Argos, J. *Educación Infantil. Contenidos, procesos y experiencias* (pp.121-146). Madrid: Narcea.

Feurer, M., Towne, L. & Shalvenson, R.J. (2002). Scientific culture and educational research. *Educational Researcher, 31* (8), pp. 4-14. En Fischbein, E. (1987). *Intution in science and mathemattics: An educational aproach*. Dordretcht: Reidel.

Guzmán, M. (2001). Tendencias actuales de la Educación Matemática. Sigma, *Revista de matemáticas, 19*, pp. 5-25.

Lera, M. (2007). Calidad de la Educación Infantil: instrumentos de evaluación. *Revista de Educación*, *343, mayo-agosto*, pp. 301-323.

Parra, C. & Saiz, I. (Comps). (1994). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós.

Rockwell, E. (2009). Between the community and the state: the changing role of the "director de escuela" in post-revolutionary Mexico. *Journal of Educational Administration and History*, *41*(3), pp. 267-283.

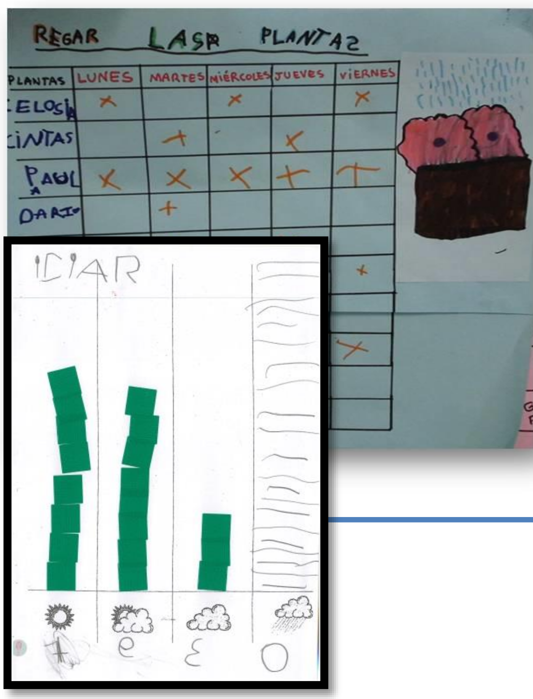
Ros, S. (2015). *Pensamiento y lenguaje matemático en el contexto de Educación Infantil. Un acercamiento interpretativo*. Madrid: UCM.

ISBN 978-84-945722-3-4

Sirvent, M. T. (2003). El proceso de investigación, las dimensiones de la metodología y la construcción del dato científico. En Sirvent M. T. *El proceso de investigación*, 2003. Investigación y Estadística I Cuadernos de la Oficina de Publicaciones de la facultad de filosofía y Letras (Opfyl). Recuperado de: http://infanciaenred.org.ar/margarita/etapa2/PDF/010.pdf 13

ANEXOS

Fotografías que muestran, en el desarrollo de la investigación, el aprendizaje de las matemáticas por los niños y niñas de Educación Infantil, a partir de su uso funcional y contextualizado, desde la perspectiva de cultura matemática y el pragmatismo.[2]

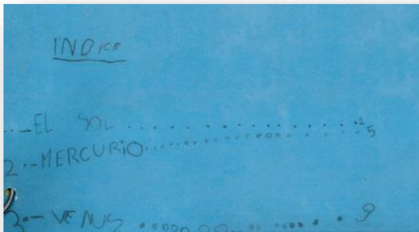


Cuadrante de riego de las plantas que niños y niñas han traído a la clase a partir de las instrucciones que las acompañan (cuántos días regarlas teniendo en cuenta los días que hay colegio y las necesidades de cada una de ellas) elaborado entre todos.

…riormente se comparan … curso y se ahonda en el … de las estaciones desde …cas.

[2] Entre los materiales que desearíamos mostrar están dos vídeos breves (tres y dos minutos respectivamente, y un audio. Quedamos a la espera de conocer la posibilidad de compartirlos en la comunicación.

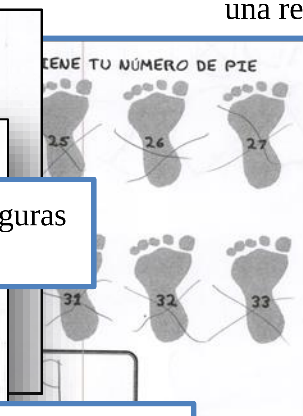
ISBN 978-84-945722-3-4

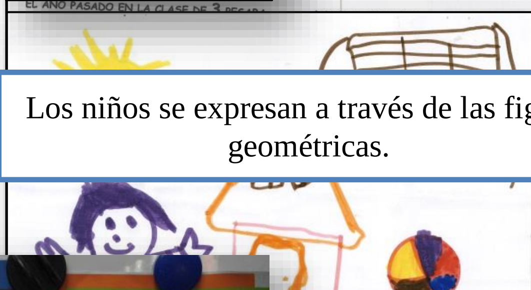


Elaboración por parte de todos los alumnos del índice del libro que recoge sus investigaciones acerca del proyecto del Espacio (Sistema Solar).

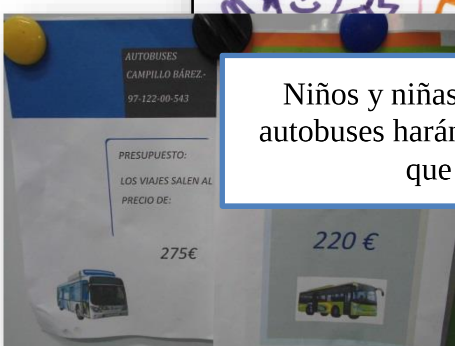
etría a través del Humano.

Ahondamos en el conocimiento de los números a partir de lo que éstos expresan de una realidad.





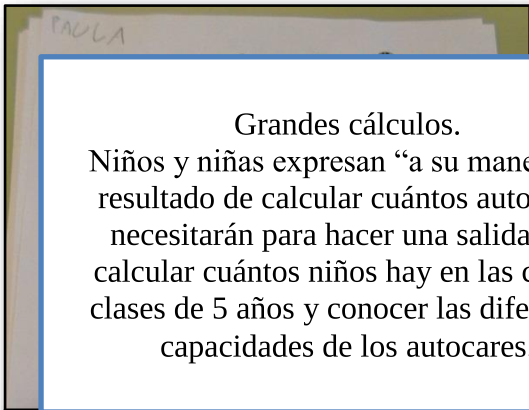
Los niños se expresan a través de las figuras geométricas.



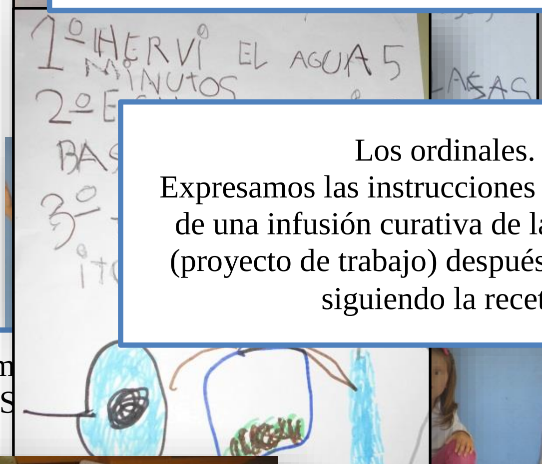
Niños y niñas deciden con qué compañía de autobuses harán la excursión bajo la premisa de que queda poco dinerito.

onocimiento de la ndo nuestra agenda elaboración de un calendario.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4



Grandes cálculos.
Niños y niñas expresan “a su manera” el resultado de calcular cuántos autocares necesitarán para hacer una salida tras calcular cuántos niños hay en las cuatro clases de 5 años y conocer las diferentes capacidades de los autocares.



Los ordinales.
Expresamos las instrucciones de elaboración de una infusión curativa de la Edad Media (proyecto de trabajo) después de elaborarla siguiendo la receta.

Las m
Las S

Las matemáticas a través de los juegos.
Juego de la Oca utilizando dos dados para sumar la puntuación.

m
la receta de pan que venderemos
e en el mercadillo medieval (proyecto
rabajo de La Edad Media).

ISBN 978-84-945722-3-4

Tardes de mates en familia.
Quincenalmente las familias nos acompañan para seguir investigando y jugando con las matemáticas.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-305

SCIENTIX, LA COMUNIDAD DE DOCENTES DE CIENCIAS Y MATEMÁTICAS

Daniel Aguirre Molina
daniel@colegiopedropoveda.org
Colegio Pedro Poveda, Jaén (España)

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
Modalidad: CB
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras clave: Scientix, recursos, proyectos, comunidad

Resumen

La alfabetización científica y matemática es un aspecto importante en la formación de nuestro alumnado. No solo porque es necesario incrementar el número de estudiantes en carreras científicas y técnicas, también porque el dominio de estas disciplinas ayuda a poder educar ciudadanos responsables y críticos.

Consciente de esta necesidad, la Comisión Europea, a través de European Schoolnet, creó Scientix. Este proyecto nació como un repositorio donde fueran depositados los resultados derivados de la investigación en Didáctica de las Ciencias y las Matemáticas, así como los recursos generados a partir de estas investigaciones, principalmente de proyectos financiados por entidades públicas y orientados a educación preuniversitaria.

Pero Scientix se ha ido adaptando a la situación social que vivimos y, consciente de que la formación no son solo recursos, ha evolucionado y se ha convertido en una comunidad donde la formación proviene de múltiples facetas: Cursos en línea, presencia en las redes sociales, webinars de interés educativo, cursos presenciales y una red de embajadores para difundir todo lo anterior. Además, se ha pasado de un ámbito europeo a mundial.

Esta comunicación pretende presentar el proyecto Scientix (www.scientix.eu) a los asistentes al congreso, mostrando todas las posibilidades de participación e interacción que la caracterizan.

Desarrollo del trabajo

La alfabetización científica es necesaria en nuestra sociedad actual. Vivimos en un entorno donde la ciencia y la tecnología (y por lo tanto las matemáticas que la sustentan) se encuentran por todas partes. A menudo hemos de tomar decisiones sobre nuestra salud, sobre lo que comemos, sobre la tecnología que utilizamos y es necesario un adecuado conocimiento de los fundamentos que sustentan nuestro entorno. Además, y desde un punto de vista

ISBN 978-84-945722-3-4

meramente económico, el empleo basado en disciplinas STEM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas, en su siglas en inglés) está en alza. Se está observando un importante incremento de los puestos de trabajo relacionados con estos campos y, sin embargo, se están reduciendo los estudiantes que desean dedicarse a este tipo de disciplinas. La Unión Europea no es ajena a esta preocupación y desde hace varios años invierte importantes recursos en la promoción de las vocaciones STEM. En concreto, el proyecto Scientix es una de las propuestas diseñadas para este fin. Este proyecto nació en 2010 por encargo de la Comisión Europea a European Schoolnet (EUN). Esta red está apoyada por 31 Ministerios de Educación europeos y tiene entre sus objetivos la mejora de la calidad de la educación en Europa. Igualmente promueve la dimensión europea de los centros educativos y promueve el uso de las TICs (Tecnologías de la Información y la Comunicación) en el aula. Desde sus inicios, a Scientix se le asignó la tarea de recopilar los recursos y resultados de investigación que se generaban relacionados con la educación STEM orientados a estudiantes preuniversitarios y que fueran subvencionados con fondos públicos.

Se observaba que, a menudo, los recursos educativos que se generaban en estos proyectos, resultado de investigaciones realizadas con una adecuada metodología científica y a menudo con eficacia probada, una vez que terminaba el proyecto, eran conocidos únicamente por un entorno reducido a las personas implicadas o bien en las diversas publicaciones que se realizaban, pero que normalmente no llegaban a los centros educativos, que es donde encontrarían plena utilidad.

El superar esa brecha fue uno de los objetivos iniciales del proyecto Scientix y, a través de su portal web fue publicando tanto los resultados de estas investigaciones como los recursos de enseñanza que se iban generando, creándose de esta forma un repositorio de recursos para el aula de calidad contrastada. Pero además, con la posibilidad de solicitar, de forma gratuita, que estos recursos puedan ser traducidos al idioma de trabajo del alumnado. A continuación mostraremos algunos ejemplos relacionados con las matemáticas.

De forma paralela se creó una red de embajadores para la difusión del proyecto y que alcanzara a sus destinatarios potenciales: Profesorado de infantil, primaria y secundaria como usuarios de los recursos (o generadores de los mismos) y profesorado universitario del ámbito de la educación STEM, como investigador y, por supuesto, a todos los interesados en esta temáticas (creadores de programas docentes, etc).

ISBN 978-84-945722-3-4

Cada país participante en el proyecto contaba con 3 embajadores que tenían entre sus tareas la difusión del portal y la evaluación de los recursos presentes en el mismo, así como el localizar nuevos recursos y otras tareas paralelas.
Además, se contaba con un Punto Nacional de Contacto, que aportaba el enlace que los diversos Ministerios de Educación y servía de punto de difusión de Scientix a un nivel oficial. En el caso de España, esta tarea fue asumida por la FECYT (Fundación Española para la Ciencia y la Tecnología). Durante esta fase del proyecto, de 2013 a 2015, denominado Scientix 2, se organizó un congreso internacional en Bruselas que puso en contacto investigadores y profesores (octubre de 2014) y además, cada país organizó un congreso nacional. El congreso nacional correspondiente a España se celebró en Madrid en octubre de 2015.
De forma paralela se organizaron cursos de formación de profesorado en diversos formatos (online a través de la plataforma Moodle, de libre acceso, presenciales en Bruselas organizados directamente por EUN y en los diversos países participantes organizados por los embajadores, webinars sobre diversos temas de interés, foros de debate sobre temas educativos y finalmente cursos en formato MOOC, Massive Open Online Course).
Igualmente, para los investigadores, Scientix es una plataforma desde donde pueden obtener una mayor difusión a sus descubrimientos, presentando los mismos al profesorado en los diversos eventos de networking que se organizan, así como multiplicar su impacto al entrar en contacto con profesores usuarios de los recursos generados.
Todo lo anterior generó un gran interés en todos los participantes. Numerosos profesores se unieron a la red y ésta fue creciendo de forma importante. Tras esto, desde 2016 y hasta el año 2019 se está desarrollando Scientix 3. Con sus mismos objetivos, este proyecto ha evolucionado y ahora se ha vuelto mucho mayor. Más social, acorde con los nuevos tiempos, y con un ámbito mucho más internacional. La red de embajadores se ha ampliado de 86 a más de 350 y ya no solo a nivel europeo. Scientix está abierto a muchos más países, teniendo actualmente embajadores de 38 diferentes, la mayoría europeos pero también de Perú, México o India. España es uno de los países con mayor número de participantes activos con 43 embajadores.
Actualmente, continúan las acciones de formación de profesorado tanto presenciales como a través de internet, accesibles a través del portal Scientix y el repositorio de proyectos y

ISBN 978-84-945722-3-4

recursos sigue creciendo. Pero más importante aun es que este proyecto se ha convertido en un punto de encuentro para el profesorado e investigador STEM. Es la puerta de acceso a una comunidad y a numerosas oportunidades de colaboración. A menudo la tarea docente se ejerce demasiado hacia adentro del aula y es difícil conectar con otros profesionales de la misma especialidad. A través de Scientix se puede acceder, de forma rápida y sencilla, por medio de las redes sociales, a cientos de compañeros dispuestos a ayudar o a resolver cualquier duda, al tiempo que de forma periódica ofrecen recursos, información sobre iniciativas, concursos y nos mantiene al día sobre temas específicos de nuestra profesión. Esta comunidad está abierta a cualquier persona interesada y la mejor forma de participar es dándose de alta en el portal, recibiendo los boletines mensuales (digest) y participando en el grupo de Facebook "Science teachers in Europe", donde se concentran muchos de los miembros de Scientix.

Algunos recursos relacionados con las matemáticas en el portal Scientix

En el portal Scientix existen numerosos recursos interesantes para cualquier profesor de Matemáticas que imparta docencia en niveles no universitarios. Además, es importante destacar que si algún recurso enfocado hacia el alumnado no se encuentra en un idioma dominado por éste, se puede solicitar su traducción de forma gratuita. Para ello, debe ser solicitado por al menos tres docentes registrados.
A continuación presentamos varios ejemplos con enfoque matemático, sabiendo que existen muchos más y que los expuestos son solo algunos de los más recientes incorporados al portal.

Proyecto Next Lab

(http://www.scientix.eu/projects/project-detail?articleId=577301)

Esta iniciativa, heredera del proyecto Go Lab, promueve el uso de laboratorios virtuales o remotos para la enseñanza STEM. En el campo de las Matemáticas plantea unidades

ISBN 978-84-945722-3-4

didácticas basadas en el uso de apps como por ejemplo para trabajar las fracciones de forma práctica, gráfica y aplicada, o bien un simulador de sombras, interesantes para trabajar experiencias como el experimento de Eratóstenes, o herramientas sencillas para realizar análisis de regresión por mínimos cuadrados.

Proyecto iStage2-Smartphones in Science Teaching (http://www.scientix.eu/resources/details?resourceId=15314)

Este proyecto publica varios recursos donde podemos introducir el uso de los teléfonos móviles en la enseñanza, ofreciendo actividades listas para ser realizadas, relacionadas con el sonido, la contaminación acústica o el estudio del campo magnético terrestre, entre otras.

Proyecto PRIMAS PROMOTING INQUIRY IN MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION ACROSS EUROPE (http://www.scientix.eu/projects/project-detail?articleId=13774)

En este proyecto podemos encontrar numerosos recursos para la enseñanza de las matemáticas desde un punto de vista activo, basado en el aprendizaje por investigación y con un amplio muestrario tanto de actividades para el aula como de elementos útiles para la formación del profesorado. Las propuestas que incorpora han sido experimentadas en el aula y evaluadas para ofrecer sus mejores resultados.

Proyecto COMPASS: Common Problem Solving Strategies as Links between Mathematics and Science.

ISBN 978-84-945722-3-4

(http://www.scientix.eu/projects/project-detail?articleId=40486)

Este proyecto proporciona materiales para trabajar la interdisciplinariedad entre varias asignaturas. Por ejemplo, actividades donde se analizan datos procedentes de la prensa y se someten a estudio por medio de experimentos en el laboratorio y además se potencian las competencias relacionadas con el pensamiento crítico.

Proyecto Ciudades Amigables
(http://www.scientix.eu/resources/details?resourceId=13434)

Este proyecto pretende potenciar la conciencia cívica en el ámbito de la accesibilidad urbana y plantea algunas unidades didácticas orientadas a cuarto curso de educación secundaria.

Existen muchos más recursos relacionados con las matemáticas. De hecho, una simple búsqueda centrada en esta área ofrece 322 recursos de un fondo de 1679. Y no podemos dejar de resaltar que muchos de estos recursos están planteados desde la óptica de un aprendizaje activo y aplicado.

Algunas oportunidades de formación relacionadas con las matemáticas ofertadas por Scientix

La formación puede ser obtenida a través de varios medios, ya mencionados: MOOCs, webinars o cursos Moodle abiertos. Entre estos últimos podemos destacar algunos generalistas relacionados con el uso de la tecnología en educación, como los dedicados a la

ISBN 978-84-945722-3-4

realidad aumentada, el uso de GPS o la creación de apps para Android. Además, temas concretos como la medición de la velocidad del sonido o la aceleración de la gravedad pueden ser estudiados a través de estos cursos. Los mismos están planteados como herramientas para que el docente las pueda utilizar con sus estudiantes.

Conclusión

El trabajo docente no es sencillo. El profesorado debe atender diariamente a numerosos frentes como parte integrante de su tarea. Los procesos educativos son complejos y el disponer de un buen repositorio de recursos es una ayuda importante.

Por otro lado, el cambio metodológico que mejore los procesos de enseñanza STEM requiere la existencia de recursos de calidad contrastada.

Pero no estamos solos en esta tarea y el proyecto Scientix es un buen punto de encuentro para docentes e investigadores, donde no solo pueden compartir sus ideas, dudas y conocimientos, sino que además permite disfrutar de experiencias de desarrollo profesional por medio de encuentros, congresos y cursos de formación tanto online como presenciales.

En definitiva, el participar en Scientix puede proporcionar a los docentes de disciplinas STEM la oportunidad de mejorar su tarea diaria y, en consecuencia, la sociedad que nos rodea.

Referencias bibliográficas

Gras-Velázquez, À.*, Schwarzenbacher, B., Tasiopoulou, E., Debry, M., Bargoin, M., Kudenko, I. & Hernández, M. (2013),* ***The Scientix Observatory: Online Communication Channels with Teachers and Students – Benefits, Problems and Recommendations****, Morten F. Paulsen - András Szucs, 2013 (Ed.), The Joy of Learning: Enhancing Learning Experience, Improving Learning Quality, Proceedings of the EDEN Annual Conference 2013, Oslo, Norway, 12-15 June 2013, p. 457-466 (ISBN 978-963-89559-3-7)*

Jiménez-Iglesias, M.*, Nistor, A., Gras-Velázquez, À., Angelov, A., Barciela, P., de Jong, T., Fernandez, A., Korczynska, A., Lozano-Romaguera, C., Loziak, D., Matthews, B., McOwan*

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

, P., Olivotto, C., Pascucci, A., Pastor-Pina, F., Reutlinger, M., Slusarczyk, A., and Verdaguer-Codina, J. (2015), **Materials created in projects: hands-on, online portals, papers...**, *Scientix Observatory*

Kearney, C*. (2016),* **Is there a shortage of STEM teachers in Europe?**, *Scientix Observatory, March 2016*

Magid, S. *, Derek, B.& Angelov, A. (2016),* **Contribution of teachers networking to the success of European projects**, *Scientix Observatory, March 2016*

Nistor, A*., Jiménez-Iglesias, M., Gras-Velázquez, À., Berbenni-Rehm, C., Cantó, J., Cunha, C., Daumur, I., Debono, F., Diaz Marcos, J., Gil Docampo, M., Idin, S., Ioan, T., Janes, M., Jochemczyk, W., Kerkhoven, A., Lambrechts, P., Lammer, L., Laporta Grau, M., Lefkos, I., Lepuschitz, W., Muñoz, A., Oledzka, K., Olivotto, C., Ortiz, J., Owen, L., Palavitsinis, N., Perez-Rubio, V. J., Pinzi, V., Rogers, M. W., Roszkowska-Lech, B., Souza, G., Vuk, B. & Wasaznik, A. (2016),* **Introducing new STEM topics in the curriculum**, *Scientix Observatory, March 2016*

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-308

LOS PROBLEMAS EN PRIMARIA. RESOLUCIÓN E INVENCIÓN

Esperanza Mª García Zorí – María Sotos Serrano

espe_margar@hotmail.com – maria.sotos@uclm.es

Universidad de Castilla-La Mancha, España

Núcleo temático: La Resolución e invención de Problemas en Matemáticas.

Modalidad: CB

Nivel educativo: 2. Primario.

Palabras clave: resolución, invención, Educación Primaria.

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo comprobar las competencias sobre resolución e invención de problemas en el alumnado de Educación Primaria. Para ello se ha realizado una investigación cuantitativa en la que han participado 52 sujetos de 4º de Primaria y 25 sujetos de 5º de Primaria. A nivel metodológico, se utilizan dos cuestionarios, el primero con problemas de cambio aumentado, de cambio disminuido, combinación, comparación, producto cartesiano y división en situaciones de proporcionalidad simple, y el segundo dedicado a la invención de problemas a partir de unas operaciones dadas.

Por último, resaltar que no existen dificultades a la hora de resolver problemas. Los resultados son bastante buenos y responden a la propia lógica del sistema de enseñanza. En el ámbito de la invención de problemas a partir de una operación dada se manifiestan más dificultades. Es probable que la escuela entrene al alumnado para aplicar algoritmos para resolver problemas matemáticos escolares, pero no para plantear un problema a partir de una operación aritmética.

Introducción

ISBN 978-84-945722-3-4

La resolución de problemas debe ocupar un lugar importante en las matemáticas escolares (NCTM, 1980), pero su uso puede obedecer a diferentes objetivos. Schroeder y Lester (1989) distinguieron entre enseñar *sobre* resolución de problemas, *para* resolver problemas o *vía* resolución de problemas.

Tradicionalmente, la escuela enseña *para* resolver problemas, por lo que se preocupa por la aplicación de destrezas matemáticas en dicha resolución, siendo los problemas un procedimiento para consolidar conocimientos adquiridos.

Por otra parte, la resolución de problemas no sólo se debe plantear de manera directa sino también de forma inversa, ya que potencia la reversibilidad del pensamiento (Canals, 2010). Se trata de encontrar la situación inicial de una determinada solución o de un determinado planteamiento, se trata de inventar problemas.

En este sentido, una enseñanza *para* resolver problemas entrena en la aplicación de destrezas aritméticas, pero eso no asegura que se estén desarrollando las competencias de pensar y argumentar matemáticamente, que sí se mejoran mediante programas basados en la invención de problemas (Fernández y Barbarán, 2010).

Objetivo y metodología

El objetivo de este trabajo es el de averiguar la capacidad para resolver problemas y la de inventarlos a partir de una operación dada, en alumnas/os de Educación Primaria.

Para ello se utilizan dos cuestionarios. El primero compuesto por 14 problemas aritméticos de enunciado verbal (de cambio aumentado, de cambio disminuido, de combinación, de comparación, de producto cartesiano y de división en situaciones de proporcionalidad simple) que el alumnado tiene que resolver (Anexo 1). El segundo compuesto por cuatro operaciones incompletas (suma, resta, multiplicación y división), para que el alumnado invente cuatro problemas que se correspondan con dichas operaciones (Anexo 2).

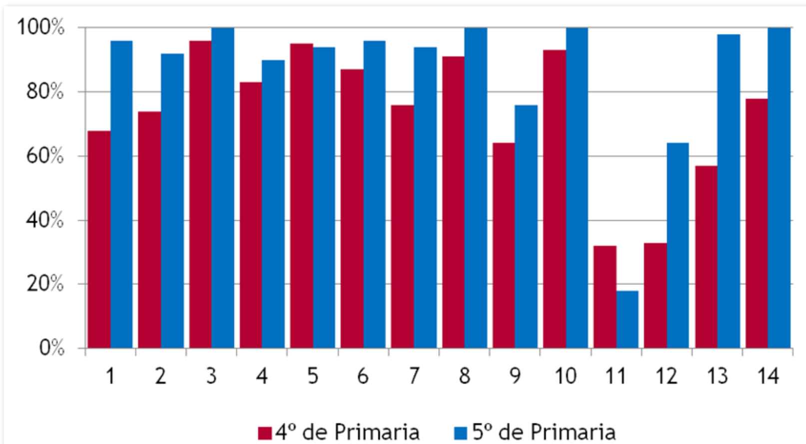
El trabajo de campo se realizó en un colegio concertado de la ciudad de Albacete, en los cursos 4º y 5º de Educación Primaria, con dos grupos en cada curso que suponen un total de 75 alumnas/os.

Resultados

ISBN 978-84-945722-3-4

Referente a los resultados sobre **resolución de problemas**, se puede advertir que los resultados de 5º de Primaria son mejores que los de 4º. Sin embargo, hay dos preguntas en las que el curso menor obtiene mejor puntuación.

Figura 1: Respuestas a los problemas. 4º y 5º Primaria



- Cambio aumentando (problemas 1, 2 y 3): Como vemos en la gráfica, en 4º se sigue una progresión de menor a mayor. El que más ha costado ha sido el de cambio desconocido, la mayoría se equivoca a la hora de la colocación de la operación. El de mejor puntuación es el problema con final desconocido, puede ser debido a que este es el tipo de problema más utilizado en las aulas. En cuanto a 5º de Primaria, han presentado más errores en el problema de comienzo desconocido y la mayor puntuación en el de final desconocido, puede que sea por la misma razón que en 4º.
- Cambio disminuido (problemas 4, 5 y 6): En general tiene un resultado muy bueno en los tres casos y no se ha podido apreciar ningún aspecto relevante a destacar, únicamente la mayor puntuación de 4º en el problema de comienzo desconocido (nº 5), aunque la diferencia no resulta significativa.
- Combinación (problemas 7 y 8): Este tipo de problema ha tenido una puntuación muy buena en ambos cursos, sí que es relevante señalar que el de parte desconocida ha resultado más

ISBN 978-84-945722-3-4

difícil que el de final desconocido, volviendo a recordar que puede ser debido a que puede que sea el problema más practicado en las aulas.

- Comparación (problemas 9 y 10): En este tipo de problema se han conseguido unas de las peores puntuaciones en ambos casos. En el primer tipo, con referente desconocido, el mayor error cometido en ambos cursos ha sido el de sumar en vez de restar, puede ser debido a un incompleto análisis a la hora de leer el enunciado del problema y a la rapidez con la que quieren acabar.
- Producto cartesiano (problemas 11 y 12): En el primero hay más niños en 4º que lo han realizado correctamente que niños de 5º. Las erratas más comunes en este problema es que no analizan a conciencia lo que pide el problema y eligen una operación al azar, la más utilizada es la suma y la división. De hecho, este problema es el de menor porcentaje de acierto en ambos cursos y lo curioso es que el siguiente problema obtiene mejor resultado que el anterior y pertenece al mismo tipo (producto cartesiano) pero, en vez de preguntar por la cantidad compuesta, se pregunta por la segunda parte del problema, por lo tanto, la operación es distinta (división en vez de multiplicación).
- División (situaciones de proporcionalidad simple)(problemas 13 y 14): En el caso de 5º el resultado del segundo problema de este tipo (partitivo) ha sido del 100% y el del primer problema ha sido de casi el 100%, un resultado extraordinariamente bueno. El de 4º ha sido algo más bajo, aun así el resultado también es bastante bueno. En los dos casos, la puntuación es más baja en el de medida, confundiendo en ocasiones, la división con una multiplicación o una suma. En algunos casos, han expresado un resultado correcto utilizando otro algoritmo, la suma (3€+3€+3€+3€: puede comprar 4 discos), se ha dado puntuación de 1 (en proceso) ya que la resolución del problema es correcto pero el algoritmo utilizado no lo es. De hecho, al comentar la ficha de problemas se dejó suficientemente claro que solo se necesitaba una operación para cada uno de los problemas.

Es necesario destacar algunas cuestiones observadas durante la corrección de los problemas. En ocasiones, los errores se cometen por no leer con la suficiente atención el problema, de hecho van escribiendo los números conforme van leyendo en el papel para realizar la operación y luego deciden qué tipo de operación escogen, en estos casos son niños que quieren terminar muy rápido los ejercicios.

ISBN 978-84-945722-3-4

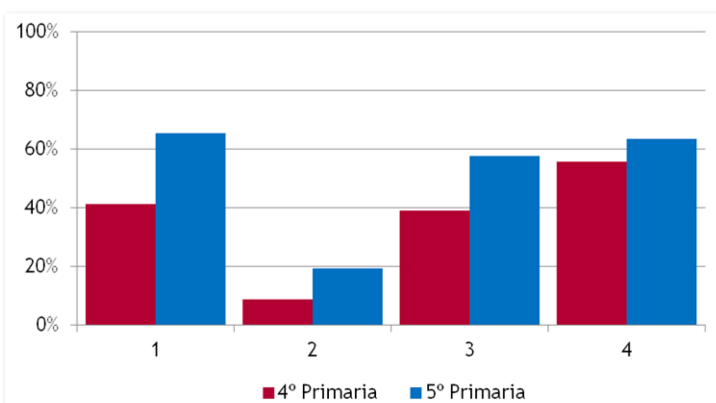
En otras ocasiones, podemos encontrar la solución sin ninguna operación. Lo primero que podemos pensar es que han copiado pero en los casos que ha ocurrido no ha sido así. Los propios niños durante la realización de los cuestionarios han preguntado: *¿Y si no sabemos cómo lo sabemos pero sabemos que es ese resultado pasa algo? ¿Lo pongo?* Mi respuesta hacia esta pregunta fue que intentaran pensar qué operación ha sido la que le ha llevado a ese resultado, aun así, en algunos casos, no llegaban a la operación utilizada. Entonces, lo que podemos pensar es que han llegado por lógica a ese resultado sin saber realmente el proceso de resolución.

Además, en gran cantidad de cuestionarios, se puede ver que hay niños que han utilizado dibujos para resolver el problema y esto les ha ayudado bastante, de hecho los niños que los han utilizado han respondido correctamente. La representación les ha sido útil para asimilar de un modo visual la situación expuesta.

Por último, resaltar que, en general, no existen dificultades a la hora de resolver problemas. Los resultados son bastante buenos y responden a la propia lógica del sistema de enseñanza (los resultados de 5º curso son ligeramente mejores que los de 4º curso).

Los resultados obtenidos en la prueba de **invención de problemas** son bastante bajos, al contrario que en la resolución de problemas. Por otra parte, los resultados de 5º de Primaria son mejores que los de 4º en todos los casos, posiblemente debido al proceso de desarrollo cognitivo.

Figura 2: Invención de problemas. 4º y 5º Primaria



ISBN 978-84-945722-3-4

La primera operación, se trata de una suma con la segunda parte desconocida. En el caso de 5º es el problema que más fácil ha resultado. En 4º ha resultado bastante peor, lo han hecho correctamente menos de la mitad de la clase.

En la segunda operación, una resta con comiendo desconocido, se ha obtenido una puntuación en ambos casos extremadamente baja. Tanto en 4º como en 5º, ha tenido errores en la operación (*5-7=2*). En cuanto a la invención del problema, menos del 20% ha logrado hacerlo correctamente. En la mayoría de los casos daban todos los datos que componen la operación.

En lo referido a la operación número 3, la puntuación de 5º no ha sido muy mala, sin embargo, en 4º se sitúa por debajo de la mitad de la clase. En ambos casos, han utilizado el concepto *el triple* en varias ocasiones, incluso el cuádruple. Otros niños han recurrido a problemas de producto cartesiano, del tipo del ejercicio 11 del anterior ejercicio, pero en pocos casos.

En la operación 4, los datos han sido relativamente buenos si los comparamos con los demás. La mayoría tiene asimilado el concepto de *dividir* como sinónimo de repartir, por tanto, la redacción de este problema por parte de la mayoría es esta.

En general, se pueden sacar aspectos en común en los dos cursos. Por ejemplo, tienen bastante dificultad para inventar un problema cuando la incógnita no es el resultado y terminan haciéndolo de este modo. Otras veces inventan el problema dando todos los datos de las operaciones, por tanto, la incógnita ya está dada en el enunciado. En otros casos no inventan un problema en sí, sino que describen el proceso del algoritmo *(si a 3 le sumo algo y me da 8, ¿qué le he sumado?).* Otro aspecto a destacar, es que, en unos casos, han tomado como referencia los problemas que habían resuelto anteriormente, sin embargo, en otros casos han inventado verdaderas historias, basadas en su vida real, incluyendo aspectos que suelen ocurrir en su día a día.

Conclusiones

Se ha comprobado que el alumnado está mucho mejor preparado para resolver problemas que para imaginarlos (a partir de una operación dada), lo que plantea dudas sobre cómo se trabaja dicha resolución de problemas en la escuela y el excesivo peso que se le otorga a la mecánica de la resolución.

ISBN 978-84-945722-3-4

Se ha podido comprobar que en el cuestionario de resolución de problemas se han obtenido porcentajes muy altos en general, aunque se ha detectado un déficit importante en los problemas de producto cartesiano.

Pero a la hora de inventar problemas a partir de una operación dada los resultados son bastante bajos. Por este motivo, podemos deducir que este conflicto viene dado por la práctica escolar. Generalmente se le ha dado más importancia a conocer los algoritmos necesarios para resolver problemas (incluso hay ocasiones en que tienen mecanizada la operación para cada tipo de problema) que a la práctica de imaginar problemas para determinadas situaciones. De hecho, se podría decir que esta práctica brilla por su ausencia en la mayoría de las aulas de los centros educativos.

Referencias bibliográficas

Canals, M. A. (2010). *Problemas y más problemas*. Barcelona: Rosa Sensat.

Fernández, J. A. y Barbarán, J. J. (2010). Incidencia de la invención y reconstrucción de problemas en la competencia matemática. Unión, 32, 29-43.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1980). *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980s*. Reston, Virginia: NCTM.

Schroeder, T. L. y Lester, F. K. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. En P. R. Trafton y A. P. Shulte (Eds.), New directions for elementary school mathematics, pp. 31-42. Reston, VA: The Council.

ANEXO 1. Cuestionario de problemas para resolver

Cambio aumentando:

1. Cambio desconocido: Un niño tiene 5 canicas y comienza a jugar. Durante el juego gana varias canicas. Si al final tiene 8, ¿cuántas ha ganado?

ISBN 978-84-945722-3-4

2. Comienzo desconocido: Una niña tiene varias canicas al comenzar el juego. Luego gana 4 canicas. Al final tiene 10 canicas, ¿cuántas canicas tiene al principio?
3. Final desconocido: Un niño tiene 8 canicas cuando empieza el juego. Durante el juego gana 5 canicas más, ¿cuántas canicas tiene al terminar el juego?

Cambio disminuido:

4. Cambio desconocido: Pepe tenía 10 cromos de su serie favorita pero ha regalado algunos a su prima porque los tenía repetidos. Si ahora tiene 7 cromos, ¿cuántos cromos dio a su prima?
5. Comienzo desconocido: María fabrica de forma artesanal collares y tiene varios hechos para regalar a su familia. Regala uno a cada una de sus 4 tías, quedándose con 6 más para seguir regalando al resto de su familia. ¿Cuántos collares tenía fabricados?
6. Final desconocido: En el patio de mi casa había 15 árboles pero tuvimos que talar 8 porque ocupaban demasiado espacio, ¿cuántos árboles hay ahora en el patio?

Combinación:

7. Parte desconocida: Juan tiene 4 cómics de su héroe favorito. Si María tiene varios cómics distintos, del mismo personaje, y entre los dos tienen 7 cómics en total, ¿cuántos cómics tiene María?
8. Final desconocido: Pedro tiene 5 peluches de los Minions en su casa y Laura tiene 12 en casa de su abuela. Quedan para jugar con todos los peluches. ¿Cuántos peluches juntan entre Pedro y Laura para jugar?

Comparación:

9. Con referente desconocido: Pedro tiene 7 lapiceros. Pedro tiene dos lapiceros más que Carmen. ¿Cuántos lapiceros tiene Carmen?

ISBN 978-84-945722-3-4

10. Con referente conocido: Paco tiene 6 canicas. Marta tiene 3 canicas más que Paco. ¿Cuántas canicas tiene Marta?

Producto cartesiano:

11. Cantidad compuesta desconocida: Tengo 12 camisetas y 4 pantalones. ¿De cuántas maneras los puedo combinar para vestirme?

12. Cantidad compuesta conocida: Tengo 5 sudaderas que al combinarlas con los pantalones de chándal que tengo, me permiten 20 formas distintas de vestirme. ¿Cuántos pantalones de chándal tengo?

División (situaciones de proporcionalidad simple):

13. Como medida: Juan tiene 12€ y quiere comprar discos que cuestan 3€. ¿Cuántos discos puede comprar?

14. Partitivo: Pilar necesita colocar 12 vestidos dentro de 4 armarios. Si los reparte por igual, ¿cuántos vestidos colocará en cada armario?

ANEXO 2. Cuestionario de operaciones para inventar problemas

ISBN 978-84-945722-3-4

Las operaciones dadas a los alumnos para la invención de problemas son las siguientes:

1. 3 + __ = 8
2. __ - 7 = 2
3. 3 x 4 = __
4. 15 : 3= __

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-309

DIFICULTADES EN LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA ASOCIADAS A LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN EN CURSOS DE CÁLCULO DIFERNCIAL

Raúl Prada Núñez – Pastor Ramírez Leal
raulprada@ufps.edu.co – pastorramirez@ufps.edu.co
Universidad Francisco de Paula Santander - Colombia

Núcleo temático: II. Resolución de Problemas Matemáticos
Modalidad: Comunicación Breve (CB)
Nivel educativo: Educación Superior
Palabras clave: Modelización, Problemas de Optimización.

Resumen

Muchos académicos han argumentado que la enseñanza tradicional de problemas en la Matemática Escolar no propicia en los estudiantes una auténtica disposición hacia la modelización matemática ni la resolución de problemas, sino que por el contrario se convierte en un obstáculo. Con éste proyecto se pretende realizar una revisión de las investigaciones que han sido ejecutadas alrededor de las dificultades presentes en los estudiantes al momento de resolver problemas de optimización como aplicación de la Derivada. Se realizará una investigación mixta en dos etapas con estudiantes de primer semestre de universidad. En la primera etapa se aplicará una prueba de conocimiento con cuatro situaciones de optimización, con el fin de clasificar los estudiantes. En la segunda etapa se realizará entrevista semi-estructurada con dos estudiantes de cada grupo seleccionados de forma intencional con el fin de ahondar en sus argumentos alrededor de los procesos realizados entorno a solución de problemas de optimización del Cálculo Diferencial. Se aplicó prueba piloto con un grupo de seis estudiantes voluntarios en los que se evidenciaron diversas dificultades a nivel de comprensión de lectura, de dominio matemático pero principalmente de carencia de un método o proceso cómo abordar éste tipo de situaciones en contexto.

Introducción

Los conocimientos matemáticos son estudiados en todos los países del mundo y son abordados desde el pre-escolar hasta la educación superior, luego supone ser un pilar fundamental en la formación del ser humano. Pero desafortunadamente diferentes informes internacionales sobre evaluación en Matemáticas, como los informes PISA del 2003, 2006, 2009 y 2012 o el informe en pruebas TIMSS del 2011, evidencian bajos resultados en ésta área del saber y, más específicamente, en la resolución de problemas. Los trabajos de Castro,

ISBN 978-84-945722-3-4

(2008), Puig, (2008) y Santos, (2007) sugieren que la resolución de problemas debería ser uno de los ejes principales de la actividad matemática por ser el medio adecuado dónde se demuestre el aprendizaje matemático; ellos resaltan el aumento en los currículos de la resolución de problemas; pero los resultados en estas pruebas internacionales confirman que los intentos realizados por enseñar a los estudiantes estrategias generales de resolución de problemas no han tenido éxito.

Uno de los aspectos que se ha estudiado desde la educación matemática es la influencia de la afectividad en los proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y particularmente en la resolución de problemas. En 1982, Charles & Lester en su investigación reconocían que los factores cognitivos y afectivos influencian el proceso de resolución de problemas matemáticos, destacando dentro de los factores afectivos el interés, la motivación, la presión, la ansiedad, el stress y la perseverancia. Las investigaciones de Mcleod, (1989), Blanco, (2012), Gil, Guerrero, & Blanco, (2006) y Gómez-Chacón, (2000, 2010) evidenciaron que los procesos cognitivos implicados en la resolución de problemas de matemáticas son susceptibles a la influencia del dominio afectivo en tres áreas: creencias, actitudes y emociones.

Ante la gran variedad de definiciones encontradas en las diversas investigaciones sobre ¿qué implica la resolución de problemas?, se resalta la necesidad manifiesta de Schoenfeld, (1992) de explicar el significado del término "*resolución de problemas*" en los programas de investigación o propuestas curriculares.

> El término [resolución de problemas] ha servido como un paraguas bajo el cual se realiza radicalmente diferentes tipos de investigación. [Una exigencia] mínima debe ser requerimiento de facto que cada estudio o discusión de la resolución de problemas se acompañe de una definición operacional del término y ejemplos de lo que significa para el autor…Gran confusión emerge cuando el mismo término se refiere a una multitud de algunas veces contradictorios comportamientos típicamente no especificados. (p. 363-364)

Puig, (1996) caracteriza el proceso de resolución como "la actividad mental y manifiesta que desarrolla el resolutor desde el momento en que, presentándole un problema, asume que lo que tiene delante es un problema y quiere resolverlo, hasta que da por acabada la tarea" (p. 31). Pero lo anterior da origen a los siguientes cuestionamientos ¿qué significa acabar la tarea o resolver un problema? ¿Cuándo el resolutor asume que tiene un problema que resolver?

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

¿Cómo se desarrollan caminos o acercamientos de resolución de problemas y cómo estos se refinan o robustecen en el tiempo? La búsqueda de respuestas a estos cuestionamientos requiere de los investigadores en educación matemática examinar diversos caminos potenciales que propendan por la consolidación de un proceso de construcción del pensamiento matemático en los estudiantes Camacho & Santos, (2004); Santos-Trigo, (2004a); Lesh & Zawojewski, (2007) por ello definen la resolución de problemas como:

> …el proceso de interpretar una situación matemáticamente, la cual involucra varios ciclos interactivos de expresar, probar y revisar interpretaciones –y de ordenar, integrar, modificar, revisar o redefinir grupos de conceptos matemáticos desde varios tópicos dentro y más allá de las matemáticas. (p. 782)

Un elemento a destacar en esta descripción es que la comprensión de las ideas matemáticas conlleva un proceso de reflexión donde el estudiante frecuentemente va transformado sus ideas y formas de pensar como efecto de la interacción activa en una comunidad de aprendizaje. Lo importante de esta postura es que el estudiante desarrolle recursos, estrategias y herramientas que le permitan sobreponerse de las dificultades iniciales y fortalecer sus formas de pensar acerca de su propio aprendizaje; identificando en la resolución de problemas una forma de pensar donde una comunidad de aprendizaje conformada por estudiantes y docentes, buscan diversas maneras de resolver la situación propuesta y reconocen la relevancia de justificar sus respuestas con distintos tipos de argumentos. Otro elemento relevante asociado con los principios de la resolución de problemas se relaciona con la forma en que se conceptualiza la disciplina. Schoenfeld reconoce que un aspecto importante en la caracterización de la naturaleza de las matemáticas es *pensarla como la ciencia de los patrones.*

> Las matemáticas revelan patrones escondidos que ayudan a comprender el mundo que nos rodea…El proceso de "hacer" matemáticas es más que cálculos y deducciones; involucra la observación de patrones, la prueba de conjeturas, la estimación de resultados (NRC, 1989, p. 31) (citado en Schoenfeld, 1992, p. 343).

Estos patrones según Devlin, (1994) se pueden agrupar en seis categorías generales para caracterizar a las matemáticas: (i) *Patrones numéricos* que implican el reconocimiento de propiedades de colecciones de números; (ii) *Patrones de razonamiento y comunicación* que incluyen procesos de argumentación y prueba; (iii) *Patrones de movimiento y cambio* donde las matemáticas proveen los objetos para estudiar fenómenos en movimiento. (iv) *Patrones*

ISBN 978-84-945722-3-4

entre figuras o formas geométricas que permiten identificar y examinar propiedades de colecciones de esas figuras; (v) *Patrones de simetría y regularidad* que permiten capturar relaciones profundas o abstractas de las figuras u objetos; y (vi) *Patrones de posición* donde interesa analizar y describir patrones de acuerdo a su posición y no tanto bajo la consideración de sus propiedades geométricas. Finalmente, se podría afirmar que un aspecto primordial durante la interacción con los problemas matemáticos, es que los estudiantes busquen, representen y describan cambios o formas de variación entre los objetos o atributos asociados con el problema que los lleven a la identificación de patrones, conjeturas o relaciones.

Por otra parte, en Francia, Artigue & Houdement, (2007) documentan lo que consideran dos perspectivas diferentes, pero no independientes de la resolución de problemas: por una parte, la investigación didáctica y por otra, la selección curricular. La discusión del desarrollo de la investigación de la resolución de problemas la abordan a partir de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) desarrollado por Brousseau junto con la Teoría Antropológica de la Didáctica (TAD) en la educación matemática francesa. Un principio epistemológico en la teoría de las situaciones didácticas es que *el conocimiento emerge del proceso de resolver problemas matemáticos*. De acuerdo con la teoría:

> El conocimiento matemático se atribuye a funciones diferentes que están ligadas a tres categorías de situaciones: Situaciones de acción, de comunicación, y de validación. Emerge primero como un medio para la acción a través de modelos que pueden permanecer implícitos, pero no pueden desarrollarse sin la construcción de un lenguaje apropiado y tiene entonces que llegar a ser parte de un cuerpo coherente de conocimiento. Estos pasos diferentes dependen de dialécticas distintas; dialécticas de acción, formulación y validación, las cuales requieren, para llegar a ser efectivas, organizaciones distintas de las relaciones de los estudiantes con el conocimiento matemático. (Artigue & Houdement, 2007, p. 366)

En el marco de la teoría antropológica que de acuerdo con Artigue & Houdement, (2007), representa una extensión de la teoría de la transposición didáctica propuesta por Chevallard donde reconoce una relación directa entre la resolución de problemas y el desarrollo del conocimiento matemático.

> Dentro de las instituciones, el conocimiento matemático emerge de la resolución de tipos de tareas y del desarrollo asociado de las técnicas (la praxis) y del desarrollo de un discurso que explica y justifica las técnicas utilizadas. (p. 367)

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Ahora, los conocimientos en matemáticas proporcionan un conjunto de herramientas de apoyo para describir, analizar y/o predecir el comportamiento de sistemas en diversos entornos del mundo real. La gran diversidad de escenarios de aplicación de los conocimientos matemáticos se ha convertido en el principal argumento de su presencia en los currículos escolares, tal como lo afirman Blum & Niss, (1991) Históricamente la modelización se incorporó en la enseñanza de la matemáticas con la intención de desarrollar en los estudiantes las habilidades y conocimientos sobre cuándo y cómo aplicar la matemáticas de forma eficiente en diversas situaciones problema surgidas del día a día del estudiante, aunque en los últimos años dichas situaciones se han puesto en escenarios del mundo laboral con el fin de ofrecer al estudiante las competencias básicas de desempeño profesional. La aplicación de las matemáticas en la solución de problemas cotidianos o llamada *modelización matemática*, debe ser vista como un proceso complejo en dónde el estudiante debe desarrollar correctamente una secuencia de procesos, citados por Verschaffel, Greer, & De Corte, (2000): a) Comprender los elementos clave de la situación problema propuesta; b) Construir un modelo matemático con los elementos y relaciones relevantes involucradas en la situación; c) Operar el modelo matemático con el fin de inferir implicaciones matemáticas; d) Validar los resultados obtenidos en función de las operaciones desarrolladas; e) Contextualizar los resultados obtenidos con el fin de realizar una correcta interpretación de ellos; f) Comunicar la solución obtenida respecto al problema inicial de aplicación.

Habitualmente, los planteamientos de problemas de aplicación que demandan de la utilización de la modelización matemática han hecho uso del registro de representación semiótico llamado "*lenguaje cotidiano*". Verschaffel, Greer, & De Corte, (2000) definen este tipo de situaciones que hacen uso de este lenguaje como:

> …descripciones verbales de situaciones problema en las cuales se plantean una o más preguntas, cuyas respuestas se pueden obtener por medio de la aplicación de operaciones matemáticas a los datos numéricos dados en el enunciado. ..

Lo ideal es que cada uno de los procesos mencionados en la modelización matemática pueda identificarse en la resolución de problemas verbales o de registro cotidiano. En Swetz, (2009) se citan varias publicaciones dónde se realiza un recorrido histórico de la presencia de problemas verbales en textos clásicos de diversas civilizaciones antiguas como la egipcia, china o india. El objetivo de este trabajo así como el de muchos otros, es el de analizar con

ISBN 978-84-945722-3-4

sentido crítico las dificultades que se derivan de la articulación de los contenidos matemáticos y diversas situaciones problema propiciadas de la cotidianidad, por ello se busca la identificación de las diversas concepciones que dificultan la solución de problemas de optimización en estudiantes de cursos de Cálculo Diferencial con el fin responder a la necesidad de implementar metodologías tendientes a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes de nuestra universidad, ya que de esta forma se estaría haciendo aportes en la reducción de los índices: de pérdida académica, de repitencia y de deserción escolar; y por ende, en el aprovechamiento óptimo de los recursos económicos proporcionados por el gobierno central ya que nuestra universidad es de carácter público.

Método

El diseño y nivel de investigación se ajusta según Arias, (2012) al de investigación descriptiva de campo con medición de variables independientes (p. 23-25). **Contexto, población y muestra**. Esta investigación se realizó en la Universidad Francisco de Paula Santander de la ciudad de Cúcuta, universidad pública, ubicada en el nororiente colombiano. Para los fines de esta investigación la población objeto de estudio en la primera etapa está conformada por la totalidad de estudiantes matriculados en los cursos de Cálculo Diferencial en los diversos programas académicos. En la segunda etapa, se utiliza la técnica de muestreo no probabilístico intencional para conformar la muestra, la cual estará integrada por seis estudiantes. **Instrumento:** En cuanto al instrumento a utilizar se realizó un foro con docentes del Departamento de Matemáticas y Estadística de la UFPS, que voluntariamente participaron, cumpliendo con la condición de haber orientado el curso de Cálculo Diferencial durante al menos cinco semestres en los últimos cinco años. De dicho foro se concluyó que el instrumento debía contener cuando muchos cuatro problemas de optimización uno por cada pensamiento definido en el documento del Ministerio de Educación Nacional de Colombia denominado Estándares Curriculares en Matemáticas (pensamiento numérico, espacial, variacional y aleatorio).

Etapas del proyecto: El proyecto se desarrolla mediante las siguientes etapas.

Etapa 0 Fase Preliminar: Para el desarrollo de esta etapa se procedió inicialmente a identificar los problemas a incorporar en el instrumento. Una vez seleccionado se realizó la

ISBN 978-84-945722-3-4

primera versión del mismo la cual se aplicó a un grupo de estudiantes de segundo semestre de Licenciatura en Matemáticas que se ofrecieron como voluntarios para la validación del mismo y que actualmente se encuentran matriculados en el curso de Cálculo Integral.

Etapa 1 Enfoque Cuantitativo: Validado el instrumento se procederá a aplicarlo a la totalidad de estudiantes que integran la población objeto de estudio. A cada instrumento se le aplicará la siguiente escala valorativa: (5) Demuestra una comprensión completa del problema incluyendo en la respuesta todos los elementos exigidos; (4) Demuestra una comprensión considerable del problema incluyendo en la respuesta todos los elementos exigidos; (3) Demuestra una comprensión parcial del problema incluyendo la mayoría de elementos exigidos; (2) Demuestra una comprensión mínima del problema excluyendo elementos exigidos; (1) Demuestra que no comprende el problema; (0) No contesta o no intenta realizar el proceso exigido. Con los resultados que se deriven de la aplicación se procederá a clasificar a los estudiantes en dos grandes grupos: los que comprenden el problema propuesto y que obtuvieron calificación global superior a 11 puntos y los que desconocen el tema con notas inferiores a 12 puntos en la prueba.

Etapa 2 Enfoque Cualitativo: Esta parte de la investigación se centrará en una muestra de seis estudiantes (tres por cada grupo) que serán seleccionados de forma intencional considerando el mayor aporte que se puedan derivar de lo realizado en el test. A ellos se les aplicará una entrevista semi-estructurada que considera los siguientes elementos a indagar en lo realizado: a) *Contenido:* conoce los conceptos y los relaciona entre sí; b) Procedimiento: explica el planteamiento, describe la estrategia de resolución, utiliza recursos adicionales para mejorar el entendimiento, traza un plan de acción y lo ejecuta, resuelve y generaliza, verifica resultados; c) *Aspectos generales:* añade a las cantidades se significado, estructura el trabajo organizando la información y ejecutando el trabajo con limpieza y orden; d) *Resolución Global:* la solución es correcta globalmente, obtiene resultados correctos de forma parcial, generaliza la respuesta. Estas dimensiones y criterios han sido ajustados de la rúbrica reportada en el libro de Blanco, Cárdenas, & Caballero, (2015).

Conclusión

Tras la aplicación de la aplicación de la prueba piloto se pudo observar en los estudiantes que a nivel general existe desconocimiento en la forma de cómo abordar problemas en contextos.

ISBN 978-84-945722-3-4

Se evidenció dificultad en la selección de datos útiles que los lleva a identificar las relaciones entre variables afectando notablemente el proceso de modelado matemático. Finalmente, de los cuatro problemas propuestos los asociados al pensamiento espacial y al pensamiento aleatorio fueron los que generaron mayores desaciertos o en su defecto, no respuesta. El pensamiento variacional generó mejor nivel de respuesta, dado que se les proporcionaba la expresión algebraica que relacionaba las variables del problema y ello resultó de utilidad al realizar procesos mecánicos de topo algebraico.

Referencias bibliográficas

Arias, F. (2012). *El Proyecto de Investigación. Introducción a la metodología científica.* (6ta. ed.). Caracas: Editorial Episteme.

Artigue, M., & Houdement, C. (2007). *Problem solving in France: didactic and curricular perspectives* (Vol. 39). ZDM The International Journal on Mathematics Education.

Blanco, L. (2012). Influencias del dominio afectivo en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En N. Planas, *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (págs. 171 – 185). Barcelona, España: Editorial Graó.

Blanco, L., Cárdenas, J., & Caballero, A. (2015). *La Resolución de Problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de primaria.* España: Universidad de Extremadura.

Blum, W., & Niss, M. (1991). *Applied mathematical problema solving, modelling, applications, and links to others subjects: state, trends, and issues in mathematics education* (Vol. 22). Educational Studies in Mathematics.

Camacho, M., & Santos, M. (2004). La relevancia de los problemas en el aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas. *Números, 58,* 45-60.

Castro, E. (2008). Resolución de Problemas. Ideas, tendencias e influencias en España. En M. Camacho, L. J. Blanco, & (Eds), *Investigación en Educación Matemática XII* (págs. 113-140). España: SEIEM.

Charles, R., & Lester, F. (1982). *Teaching problem solving. What, Why, How* . Palo alto, CA: Dale seymour Pu.

Devlin, K. (1994). *Mathematics the science of patterns.* New York: Scientific American Library.

Gil, N., Guerrero, E., & Blanco, L. (2006). El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Electrónica de Investigación Psicoeducativa, 4*(1), 47-72.

Gómez-Chacón, I. (2000). *Matemática Emocional. Los Afectos en el Aprendizaje Matemático.* Madrid, España: Narcea.

Gómez-Chacón, I. (2010). endencias actuales en investigación en matemáticas y afecto. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, T. A. Sierra, & (Eds), *Investigación en Educación Matemática XIV* (págs. 121-140). Lleida, España: SEIEM.

Lesh, R., & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. En F. Lester Jr., & (Eds), *The Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning a project*

ISBN 978-84-945722-3-4

of the National Council of Teachers of Mathematics (págs. 763-804). Charlotte, NC: Information Ag Publishing .
Mcleod, D. (1989). The role of affect in mathematical problem solving. En D. Mcleod, V. Adams, & (Eds.), *Affect and Mathematical Problem Solving* (págs. 20-36). New York: Springer-Verlang,: A New Perspective.
National Research Council. (1989). *Everybody counts: A report to the nation on the future of mathematics education.* Washington, DC: National Academy Press.
Puig, L. (1996). *Elementos de Resolución de Problemas.* Granada: Comares.
Puig, L. (2008). Presencia y ausencia de la resolución de problemas en la investigación y el currículo. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho, L. Blanco, & (Eds), *Investigación en Educación Matemática XII* (págs. 93-111). Badajoz, España: SEIEM.
Santos, L. (2007). *La Resolución de Problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos.* México: Trillas.
Santos-Trigo, M. (2004a). Exploring the triangle inequality and conic sections using Dynamic Software for Geometry. *The Mathematics Teacher, 97*(1), 68–72.
Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. En D. Grows , *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (págs. 334-370). Nueva York: Macmillan.
Swetz, F. (2009). Word problems: footprints from the history of mathematics. En L. Verschaffel, V. Greer, G. Van D., S. Mukhopadhyay, & (Eds), *Words and worlds: modelling verbal descriptions of situations* (págs. 73 – 92). Rotterdam : Sense Publishers.
Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of Word problems.* Lisse, (Holanda): Swets & Zeitlinger.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-311

EL PAPEL DE LA CREATIVIDAD DE LOS ALUMNOS EN LA REFLEXIÓN DIDÁCTICA DE FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICAS SOBRE SU PROPIA PRÁCTICA

Alicia Sánchez – Vicenç Font
asanchezb@ub.edu – vfont@ub.edu
Universitat de Barcelona, España

Núcleo temático: Formación del profesorado en Matemáticas
Modalidad: CB
Nivel educativo: 5. Formación y actualización docente
Palabras clave: Pensamiento matemático creativo, criterios de idoneidad didáctica, Trabajo de Fin de Máster, futuros profesores de matemáticas.

Resumo

El objetivo general de nuestra investigación, de la cual este trabajo es una parte inicial y exploratoria, es estudiar cómo el desarrollo de la competencia en análisis e intervención didáctica (Breda, Pino-Fan y Font, en prensa) se relaciona con el desarrollo de la competencia para el desarrollo de secuencias didácticas que promuevan el pensamiento matemático creativo en los alumnos de secundaria. El objetivo específico del trabajo que se presenta es caracterizar el tipo de reflexión didáctica que lleva a un grupo de futuros profesores de matemáticas, del máster de formación del profesorado de secundaria, a tener en cuenta la creatividad en sus trabajos de fin de máster (TFM), cuando justifican, utilizando los criterios de idoneidad didáctica propuestos por el Enfoque Ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (Godino, Batanero y Font, 2007), una propuesta de mejora de la unidad didáctica que previamente han implementado. Se usa una metodología de investigación cualitativa que se basa en la comprensión e interpretación de los datos extraídos de los TFM de cinco generaciones de alumnos del máster. Los análisis realizados muestran, según el criterio de idoneidad didáctico que se quiere mejorar, diferentes maneras implícitas de entender y promover la creatividad.

1. Introducción

Las competencias profesionales según las cuales se organizan los currículos de formación inicial del profesorado, han sido objeto de estudio de nuestro grupo de investigación en diversos proyectos I+D (EDU2009-08120; EDU2012-32644 y EDU2015-64646-P). De estas investigaciones se extraen ciertas conclusiones: 1) la competencia de análisis e intervención didáctica y la competencia matemática son algunas de las principales competencias profesionales del profesor de matemáticas; 2) el desarrollo de la competencia en análisis e

ISBN 978-84-945722-3-4

intervención didáctica influye en el desarrollo de otras competencias profesionales. En la línea de profundizar en la segunda conclusión, el presente estudio tiene por objetivo concreto estudiar la relación entre el desarrollo de la competencia en análisis e intervención didáctica y la competencia para generar secuencias didácticas que promuevan el pensamiento matemático creativo en los alumnos de secundaria.

Los resultados que incluimos amplían el análisis presentado en Sánchez y Font (2017).

2. Marco teórico

El desarrollo de la competencia en análisis e intervención didáctica exige tener unos criterios de referencia que permitan evaluar los procesos de instrucción. Para ello, el enfoque ontosemiótico (EOS) propone los criterios de idoneidad didáctica.

2.1. Criterios de idoneidad didáctica

La noción de idoneidad didáctica propuesta por el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemáticos (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007) es una respuesta parcial a la siguiente problemática: ¿Qué criterios se deben utilizar para diseñar una secuencia de tareas, que permitan evaluar y desarrollar la competencia matemática de los alumnos y qué cambios se deben realizar en su rediseño para mejorar el desarrollo de esta competencia?

En el EOS se entiende la idoneidad didáctica de un proceso de enseñanza-aprendizaje como el grado en que éste (o una parte del mismo) reúne ciertas características que permiten calificarlo como idóneo (óptimo o adecuado) para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno). Se trata de un constructo multidimensional que se tiene que descomponer en idoneidades parciales, componentes y descriptores. En el EOS se consideran los siguientes criterios de idoneidad didáctica (Font, Planas y Godino, 2010): 1. Idoneidad Epistémica, para valorar si las matemáticas que están siendo enseñadas son "buenas matemáticas"; 2. Idoneidad Cognitiva, para valorar, antes de iniciar el proceso de instrucción, si lo que se quiere enseñar está a una distancia razonable de aquello que los alumnos saben, y después del proceso, si los aprendizajes adquiridos están cerca de aquello que se pretendía enseñar; 3. Idoneidad Interaccional, para valorar si las interacciones resuelven dudas y dificultades de los alumnos; 4. Idoneidad Mediacional, para valorar la adecuación de los recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción;

ISBN 978-84-945722-3-4

5. Idoneidad Emocional, para valorar la implicación (intereses, motivaciones,…) de los alumnos durante el proceso de instrucción; 6. Idoneidad Ecológica, para valorar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social y profesional.

Los criterios de idoneidad didáctica resultan útiles tanto en la fase de diseño de un proceso de enseñanza y aprendizaje, como en la fase de evaluación del proceso, después de haberse puesto en práctica. En el caso de los alumnos del máster de formación de profesorado cuyos trabajos de fin de máster (TFM) se han analizado para llevar a cabo este estudio, los criterios de idoneidad didáctica se han utilizado a posteriori en la valoración de la unidad didáctica implementada durante las prácticas.

2.2. Pensamiento matemático creativo

A mediados del siglo XX, la creatividad comenzó a interesar especialmente como objeto de estudio de investigaciones psicológicas. Desde entonces, se han propuesto diversas definiciones del concepto y también se han observado diferencias culturales (Kaufman y Beghetto, 2008, 2009).

La mayoría de investigaciones se han centrado en lo que Beghetto y Kaufman (2007) denominan "Big-C", la creatividad de los genios, y "little-c", la creatividad que pone en práctica cualquier persona en su día a día. Estos autores proponen una nueva categoría, "mini-c", que hace referencia a la interpretación novedosa y personalmente significativa de experiencias, acciones y eventos. Más tarde, amplían su modelo introduciendo una cuarta categoría (Kaufman y Beghetto, 2009). La creatividad "mini-c" se distingue del resto por su carácter personal, en el sentido de que los productos resultantes no tienen generalmente un impacto en la sociedad o en la evolución histórica de una disciplina, sino que contribuyen al desarrollo del individuo. Este tipo de creatividad se relaciona con el aprendizaje, puesto que para adquirir los nuevos conocimientos, se realiza una interpretación personal de los mismos basada en experiencias y concepciones previas.

Nuestra investigación se interesa por este tipo de creatividad. En particular, en educación matemática, Liljedahl y Sriraman (2006) sugieren definir la creatividad a nivel escolar como "1) el proceso que da como resultado soluciones inusuales (novedosas) y/o reveladoras a un problema dado o problemas similares, y/o 2) la formulación de nuevas preguntas y/o

ISBN 978-84-945722-3-4

posibilidades que permiten considerar desde un nuevo ángulo un antiguo problema" (Liljedahl y Sriraman, 2006, p.19).

Asumimos la perspectiva de que la creatividad se puede trabajar en las clases de matemáticas de secundaria, y su desarrollo no se limita a los alumnos más aventajados en la materia. Estudios al respecto (Lai, 2011; Mann, 2006) señalan los beneficios de fomentar el pensamiento matemático creativo y su importancia en el desarrollo competencial que se busca en los alumnos actualmente.

3. Objetivos y preguntas de investigación

En este trabajo pretendemos caracterizar las reflexiones sobre la creatividad matemática que realizan los futuros profesores en sus trabajos de fin de máster (TFM). Para ello, nos hemos planteado dos preguntas: 1) ¿En los TFM aparecen muchos o pocos comentarios relacionados con la creatividad?; 2) ¿qué tipo de reflexiones desarrollan los futuros profesores al respecto? Por tanto, el objetivo de nuestro estudio es doble: 1) Cuantificar la presencia de reflexiones sobre la creatividad en los TFM. 2) Analizar el tratamiento y relevancia que otorgan los futuros profesores a la creatividad, a partir de la interpretación de los tipos de reflexiones que realizan.

4. Metodología

La muestra analizada se compone de 141 TFM de alumnos del Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria de matemáticas, de la Universidad de Barcelona, entre los cursos 2009-2010 y 2013-2014. En el estudio que presentamos se ha utilizado una metodología fundamentalmente cualitativa, puesto que se basa en la comprensión e interpretación de los trabajos. Aunque también se ha recopilado información y se han extraído conclusiones de carácter cuantitativo.

De cada TFM se ha realizado una ficha con datos identificativos (nombre del alumno, título de la unidad didáctica implementada,...) y extractos de los trabajos relacionados con la creatividad. A modo de ejemplo, la tabla 1 muestra los datos recogidos de un TFM. Es importante señalar que solo se incluyen referencias donde aparezca explícitamente la palabra "creatividad" u otras de su misma red léxica: creativo, creación, crear, creador. De manera que otros comentarios con palabras que podrían relacionarse dependiendo del contexto, como "inventar" u "originalidad", quedan excluidos del análisis y resultados aquí presentados.

ISBN 978-84-945722-3-4

Título	Proporcionalidad geométrica
Nombre del alumno	M.B.
Curso del máster	2012 - 2013
Curso donde se ha aplicado	2º de ESO
¿Qué contenido/proceso matemático se estudia?	Medida
¿Hay referencias a la creatividad en el trabajo?	Sí
En caso afirmativo, ¿cuántas hay?	1
Extracto	Los problemas contextualizados son situaciones didácticas ideales para poner en marcha la actividad intelectual y mejorar la competencia matemática: - (...) - Permiten explorar, experimentar, y ser creativos a lo largo del proceso de resolución.
Comentarios	Hace referencia a la capacidad creativa de los alumnos que se pone de manifiesto con la resolución de problemas contextualizados.

Tabla 1: Ejemplo de ficha con los datos de un TFM.

La mayoría de TFM siguen una estructura común, lo cual permite sistematizar el análisis de los textos centrándose en apartados concretos: la valoración de la unidad didáctica impartida, utilizando los criterios de idoneidad didáctica (Godino, Batanero y Font, 2007; Breda y Lima, 2016); la ampliación sobre temas concretos a mejorar, a partir del análisis de la práctica; y la propuesta de mejora de la unidad didáctica. A partir de la información recogida en estos apartados, se ha realizado un resumen de cada trabajo donde se identifica el tratamiento que se hace de la creatividad en dicho trabajo.

5. Resultados

ISBN 978-84-945722-3-4

En 76 de los 141 TFM se han encontrado referencias a la creatividad. La tabla 2 muestra el recuento desglosado por cursos.

Curso	Trabajos con referencias a la creatividad	Total de trabajos
2009 - 2010	9	15
2010 - 2011	13	21
2011 - 2012	16	34
2012 - 2013	14	24
2013 - 2014	24	47

Tabla 2: Comparación cuantitativa de los TFM con referencias a la creatividad.

De los 76 TFM que incluyen reflexiones sobre la creatividad, en 35 solo aparece un comentario, en 18 hay 2 referencias, en 13 trabajos se incluyen 3 referencias, en 8 trabajos hay 4 referencias y en 2 aparecen 5 o más comentarios.

Para responder a la segunda pregunta que nos planteamos, se ha realizado un análisis interpretativo de cada TFM. De esta manera, se ha obtenido una clasificación de los trabajos según el tipo de reflexiones relacionadas con la creatividad que incluyen. A continuación, se presentan las principales categorías detectadas. Estas categorías se han definido tomando como referencia las idoneidades de los procesos de enseñanza y aprendizaje descritas según el EOS y las interacciones entre ellas.

1) Trabajos en los que la creatividad se asocia con la mejora de la idoneidad epistémica. En la nueva propuesta de unidad didáctica se incluyen estrategias como el uso de contextos significativos para los alumnos, la resolución de problemas o proyectos interdisciplinares, que se plantean como solución a los aspectos mejorables identificados en la valoración de la unidad didáctica implementada. Estas estrategias aumentan la representatividad de los contenidos presentados y la riqueza de procesos, indicadores de la idoneidad epistémica. El desarrollo de la creatividad se relaciona de alguna manera con estas estrategias. Este tipo de ruta es el que se ha identificado en más trabajos; aunque en algunos TFM no llega a concretarse en una nueva secuencia de tareas dicha propuesta de mejora.

En algunos TFM se hace referencia a procesos como la creación de argumentos o el diseño de estrategias de resolución de problemas. Son procesos en los cuales puede estar presente la creatividad en mayor o menor grado, dependiendo de diversos factores, por ejemplo, si los

ISBN 978-84-945722-3-4

alumnos se han enfrentado previamente a situaciones similares. Fomentar estos procesos aumenta la idoneidad epistémica, pero no se identifica una ruta como la descrita anteriormente.

2) Trabajos donde la creatividad se relaciona con la competencia social y ciudadana, el desarrollo de la capacidad crítica y la responsabilidad. Se reconocen vínculos con la mejora de la idoneidad ecológica, ya que se hace referencia al entorno social del proceso de enseñanza-aprendizaje.

3) Trabajos que pretenden mejorar la idoneidad mediacional. De manera análoga a la ruta epistémica, en este caso, las dificultades indicadas en la valoración de la unidad didáctica se pretenden resolver en la propuesta de mejora mediante la incorporación de materiales manipulativos y recursos TIC. Su uso y diseño promueve el desarrollo de la creatividad, según se indica en los correspondientes TFM.

4) Trabajos cuya propuesta de mejora incluye cambios en la evaluación de la unidad didáctica. Generalmente, en estos trabajos se hace énfasis en la evaluación formativa, se modifican o introducen nuevos instrumentos de evaluación (como las rúbricas) y se propone trabajar de manera competencial. En concreto, la creatividad se relaciona con las competencias de aprender a aprender y la de autonomía e iniciativa personal. En estos casos, se identifican vínculos con varias idoneidades, especialmente con la cognitiva, la afectiva y la interaccional, ya que se hace referencia a la evaluación, el aprendizaje de los alumnos, su autorregulación y su autonomía. En algunos TFM se relacionan estos aspectos con una actividad concreta de la propuesta de mejora, que a su vez aumenta la riqueza de procesos (idoneidad epistémica).

5) Trabajos con una ruta interaccional. En estos TFM se relaciona la creatividad con el aprendizaje cooperativo. Se señala que es a través de la interacción con otros compañeros, como los alumnos desarrollan soluciones creativas a las tareas planteadas.

Hay trabajos en los que se identifican reflexiones de varios tipos, y por tanto se relacionarían con diferentes categorías. También, algunos TFM incluyen comentarios sobre la creatividad de carácter general, o relacionados con la labor docente o con la propia práctica, y que no se asocian a ninguna de las categorías descritas.

Finalmente, cabe señalar que en un TFM, el apartado de ampliación y búsqueda bibliográfica, que debería fundamentar la propuesta de mejora, se divide en tres ejes y uno de ellos

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

corresponde a la pedagogía de la creatividad. El futuro profesor reflexiona sobre la percepción y respuesta, generalmente negativa, de los profesores a las intervenciones creativas de sus alumnos en clase. Concluye que se debería potenciar este tipo de intervenciones ya que favorecen el aprendizaje cooperativo, pero esto no se refleja en el diseño de actividades concretas en la propuesta de mejora. Por tanto, se hace referencia a la faceta interaccional. No obstante, se ha considerado que no plantea una ruta interaccional tal y como se ha descrito en la categoría correspondiente.

6. Consideraciones finales

Cuantitativamente, se observa que aproximadamente la mitad de los futuros profesores han considerado el fomento de la creatividad de los alumnos a la hora de realizar su reflexión sobre la impartición y mejora de la unidad didáctica. Aún así, en la mayoría de trabajos la presencia de comentarios sobre creatividad es escasa. Para interpretar estos resultados, es importante tener en cuenta que los alumnos del máster no reciben una formación específica sobre el desarrollo de la creatividad matemática y las limitaciones temporales y de extensión de los TFM.

Por otra parte, los análisis realizados muestran, según el criterio de idoneidad didáctico que se pretende mejorar, diferentes maneras implícitas de entender y promover la creatividad. Dicho de otra manera, la variedad de reflexiones que se muestra a través de las diferentes categorías de la clasificación, es reflejo de la diversidad de perspectivas desde las cuales es posible tratar la creatividad.

Agradecimientos

Este trabajo se ha desarrollado en el contexto de los Proyectos: EDU2015-64646-P (MINECO/FEDER, UE) y REDICE16-1520 (ICE-UB).

Referencias bibliográficas

Beghetto, R.A. y Kaufman, J. C. (2007). Toward a broader conception of creativity: A case for "mini-c" creativity. *Psychology of Aesthetics, Creativity, and the Arts, 1*(2), 73-79.

Breda, A., Font, V. y Lima, V.M.R. (2015). A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, 8*(1), 4-41.

Breda, A. y Lima, V.M.R. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. *REDIMAT, 5*(1), 74-103.

Breda, A., Pino-Fan, L. y Font, V. (en prensa). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*.

Font, V., Planas, N. y Godino, J.D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje, 33*(1), 89-105.

Godino, J.D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39*(1-2), 127-135.

Kaufman, J.C. y Beghetto, R.A. (2008). Exploring "mini-c": Creativity across cultures. En R.L. DeHaan y K.M. Narayan (Eds.), *Education for innovation in India, China and America*. The Nederlands: Sense Publishers.

Kaufman, J.C. y Beghetto, R.A. (2009). Beyond big and little: the four C model of creativity. *Review of General Psychology, 13*(1), 1-12.

Lai, E.R. (2011). *Critical thinking: a literature review.* Disponible en, http://www.pearsonassessments.com/hai/images/tmrs/CriticalThinkingReviewFINAL.pdf

Liljedahl, P. y Sriraman, B. (2006). Musings on mathematical creativity. *For the learning of mathematics, 26*(1), 17-19.

Mann, E.L. (2006). Creativity: the essence of mathematics. *Journal for the Education of the Gifted, 30*(2), 236-260.

Sánchez, A. y Font V. (2017). Análisis de la reflexión de futuros profesores para fomentar la creatividad en el aprendizaje matemático. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-316

LOS CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD MUSICALES DE TRONCHO Y PONCHO

José Luis González Fernández
Jluis.gonzalez@uclm.es
Universidad de Castilla-La Mancha, España

Ángel González Fernández
angel@angelitoons.com
Colegio Ntra Sra del Pilar, España

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas
Modalidad: CB
Nivel educativo: Educación Secundaria Obligatoria
Palabras clave: Matemáticas, música, humor, dibujos animados

Resumen

Probablemente la música sea uno de los recursos menos utilizados por los profesores de matemáticas, a pesar de que las canciones, por la cercanía a los alumnos, constituyen un potente motivador. Si a esto le unimos que las canciones, por estar escritas en verso y por su musicalidad, hacen que su memorización sea más fácil; resulta que nos encontramos ante una herramienta interesante que puede ser utilizada para que los alumnos retengan información matemática.

Por estas razones, hemos decidido crear una serie de canciones, protagonizadas por Troncho y Poncho (personajes protagonistas de una serie de dibujos animados matemáticos), para que los alumnos puedan recordar y utilizar los criterios de divisibilidad de los 11 primeros números naturales. Se trata de una serie de canciones humorísticas de diversos géneros, algunas cercanas al alumno, como el reggaetón, y otras con melodías tradicionales, como los villancicos, con la intención de que los alumnos memoricen fácilmente los diferentes criterios de divisibilidad.

1. Matemáticas y motivación

Aun siendo la profesión con menos parados, las matemáticas conservan su mala fama entre los estudiantes y continúan suscitando rechazo en escuelas e institutos (La Vanguardia, 2015). Existen numerosas razones relacionadas con la propia naturaleza de la materia, que van desde su carácter acumulativo o su alto nivel de abstracción, hasta la ausencia aparente de creatividad o iniciativa personal.

De entre todas las razones existentes, vamos a destacar la motivación, al considerar que es un factor determinante para incrementar el rendimiento en las clases de matemáticas (Alsina y Domingo, 2007). En esta línea el estudio PISA 2012, señala que:

ISBN 978-84-945722-3-4

> *En España, los estudiantes que están más motivados para aprender matemáticas, porque consideran que será beneficioso para sus futuros estudios y carreras, obtienen mejor puntuación en matemáticas.*

Núñez (2009) afirma que para aprender algo nuevo es necesario disponer de las capacidades, conocimientos, estrategias y destrezas necesarias y tener la disposición, intención y motivación suficientes para alcanzar los fines que se pretenden conquistar. Además, la motivación, es producto de la emoción (Anaya, 2009)

Nuestra intención no es definir el concepto de motivación, sino intentar, debido a la importancia que tiene el mismo en el proceso de aprendizaje, que nuestros alumnos se sientan bien en clase de matemáticas. Esto hará que podamos captar su atención, despertar interés y curiosidad por la materia y, lo que es mucho más importante, llegar a conectar con ellos.

Esto nos lleva a pensar que si estamos motivados nos sentimos bien y, en infinidad de ocasiones, cuando nuestro estado de ánimo es el óptimo nos apetece cantar, aunque algunas veces también lo hagamos por otros motivos… *El que canta, sus males espanta* (refrán aprovechado por El Último de la Fila para una de sus canciones del disco "Astronomía razonable", 1993).

2. Matemáticas y música moderna

¿Por qué… canciones?

Porque como afirma García-Moreno (2010) la música despierta el interés por nuevos aprendizajes y refuerza la memoria. Algo que se ve refrendado por lo que nos dice Vides (2014)

> *Cuando una persona asocia una determinada secuencia musical a un mensaje verbal, desarrolla todas sus capacidades racionales de comprensión lógica del texto y activa también todo su universo emocional. Esto le ayudará a comprender el mensaje de forma global y sintética de la mano de la razón y la emoción. Esta movilización de emociones que la música hace posible facilita el anclaje memorístico del sujeto* (p. 17).

Pero… ¿qué nos cantan?

Nuestra sólida formación musical, varios cursos de flauta durante la EGB e Historia de la Música en Segundo de BUP, nos ha permitido realizar un exhaustivo análisis de los géneros

ISBN 978-84-945722-3-4

existentes, entre los que cabe destacar el Reguetón, el Acid House o el Agropop. Después de muchas horas de tortura acústica, hemos llegado a la siguiente conclusión: estamos rodeados de géneros de dudosa calidad (sin ánimo de ofender).

Y… ¿qué cantamos?

Nuestro repertorio es variado aunque en esta ocasión nos centraremos en dos momentos importantes: la ducha y las clases. En la ducha nos decantamos por Fito & Fitipaldis y su gran éxito matemático *Me equivocaría otra vez* (Por la boca vive el pez, 2006), en el que se rinde un merecido homenaje a la tabla del dos:

> *Será más divertido*
> *cuando no me toque perder,*
> *sigo apostando al 5*
> *y cada 2 por 3 sale 6.*

En las clases, sin embargo, apostamos por los grandes artistas del panorama internacional como Les Luthiers y el famoso Teorema de Thales (estrenado el 8 de mayo de 1967 en Buenos Aires) que Johann Sebastián Mastropiero dedicó a la condesa Shortshot, con quien viviera un apasionado romance varias veces, en una carta en la que le dice:

> *Condesa, nuestro amor se rige por el Teorema de Thales: cuando estamos horizontales y paralelos, las transversales de la pasión nos atraviesan y nuestros segmentos correspondientes resultan maravillosamente proporcionales*.

Tampoco podemos olvidar al maestro Adriano Celentano y su célebre *Pitagora*, incluida en el álbum Furore (1960) que, aunque no consiguió "crear una nueva expresión poética de la gran tradición americana (en esta caso italiana) de la canción" (El País, 2016), lo cual no le hizo merecedor del premio Nobel de Literatura, logró "llegar a lo más profundo de nuestros corazones" con una letra plagada de sentimientos

> *La somma dei quadrati*
> *costruiti sui cateti*
> *e uguale a quella dell'ipotenusa*
> *Pitagora*
> *Pitagora*
> *se l'uomo quadrato sei tu*

ISBN 978-84-945722-3-4

inventami un sistema

il nuovo teorema

per ogni problema d'amor

La lista de los artistas que han cantado a las matemáticas es larga, desde raperos como Tote King a cantantes de boleros como Fernando Villalona se han apoyado en esta disciplina para plantear diversas metáforas en sus canciones.

Para terminar, no podemos dejar de citar a la inigualable Alaska, que nos presenta una clase magistral en su reciente éxito *Geometría polisentimental*:

Un cuadrado, una esfera,

un triángulo ideal,

Geometría polisentimental

entre nosotros.

3. La música de Troncho y Poncho

Tantos precedentes de calidad contrastada nos hicieron trabajar a conciencia, pasando muchas noches en vela exprimiendo nuestros cerebros, para encontrar algún "agujero" en el panorama matemático-musical. Después de 0,083333… años de arduas e intensas investigaciones nos dimos cuenta de que uno de los géneros más actuales es el musical, al que han sido adaptadas casi todas las grandes obras universales, menos una… "Las aventuras de Troncho y Poncho".

Las aventuras de Troncho y Poncho son una serie cortometrajes animados y un juego centrados en el mundo de las matemáticas que recorren el temario de los primeros cursos de secundaria.

En cada episodio Poncho tiene alrededor de diez minutos para convencer a Troncho con mucho humor de la utilidad de algún concepto matemático, pero lo tendrá bastante difícil porque Troncho es muy negativo y muestra demasiada resistencia a esta asignatura.

El primer episodio fue creado en el curso 2003-2004 y, después de más de 10 años, ya rondan la decena los episodios que circulan por la red, cada uno dedicado a un tema distinto:

- Capítulo 1: Números enteros (http://www.angelitoons.com/?p=6)
- Capítulo 2: Expresiones algebraicas (http://www.angelitoons.com/?p=39)

ISBN 978-84-945722-3-4

- Capítulo 3: Números racionales (http://www.angelitoons.com/?p=8)
- Capítulo 4: Potencias (http://www.angelitoons.com/?p=52)
- Capítulo 5: Proporcionalidad (http://www.angelitoons.com/?p=55)
- Capítulo 6: Probabilidad (http://www.angelitoons.com/?p=58)
- Capítulo 7: Áreas de polígonos (http://www.angelitoons.com/?p=205)
- Capítulo 8: Poliedros (http://www.angelitoons.com/?p=263)
- Capítulo 9: Funciones (http://www.angelitoons.com/?p=279)

Desde el primer capítulo, la música ha tenido un papel importante en esta serie que empieza con una cabecera tecno (algunos aseguran que esta música es el gran secreto del éxito de la serie entre los adolescentes). Además de este soniquete con el que se abre cada capítulo, la serie dispone de diversos momentos musicales destinados a que los alumnos memoricen algunos conceptos matemáticos de manera más sencilla.

A continuación, pasamos a enumerar estos momentos y dónde encontrarlos:

- Capítulo 1: Números enteros. En este capítulo Poncho canta a penas una frase para recordarnos que *el menos 3 es un número negativo*.
- Capítulo 4: Potencias. Incluye uno de los mayores hits de la serie, una canción donde se recuerdan las propiedades de las potencias al ritmo de *Valencia*, el pasodoble del maestro Padilla.
- Capítulo 6: Probabilidad. El famoso fragmento *Libiamo ne'lieti calici* de *La traviata* de Verdi sirve de base para cantar y contar la regla de Laplace.
- Capítulo 7: Áreas de polígonos. Pequeñas canciones militares que nos recuerdan a *La chaqueta metálica* (Stanley Kubrick, 1987) son la excusa perfecta para rememorar las áreas de algunos polígonos.
- Fuera de la serie "oficial", en las Navidades de 2015 colgamos en Youtube un pillancico (villancico matemático) que repasaba todos los de decimales del número pi (¿podría considerarse la canción más larga de la historia?). Se puede encontrar en la siguiente dirección: https://youtu.be/B5h_XhN-j3U

4. Troncho, Poncho y los criterios de divisibilidad

ISBN 978-84-945722-3-4

Los criterios de divisibilidad son reglas que nos permiten saber, de forma casi inmediata, si un número es divisible por otro. Son muy útiles puesto que nos ayudan a encontrar los divisores de un número, necesarios en la descomposición en factores primos, en el cálculo del máximo común divisor, en el cálculo del mínimo común múltiplo, como ayuda para la simplificación de fracciones…

Es por eso que el siguiente capítulo de la serie estará dedicado a los criterios de divisibilidad e irá un paso más allá que los anteriores, pues todos, absolutamente todos los conceptos se explicarán por medio de canciones.

Un festival de la canción, al más puro estilo de *Eurovisión*, pero en este caso con el nombre de *Eurodivisión*, hará que sus participantes entonen los criterios de divisibilidad de los 11 primeros números naturales para que los alumnos los puedan recordar y utilizar.

Concretamente serán cuatro composiciones musicales:

- Un villancico heavy que recuerda al célebre *25 de diciembre, fun, fun, fun* cambia su letra para ocuparse de los criterios de divisibilidad del 5 y del 10.
- Puede que reggaetón no sea el ritmo más cercano a las matemáticas, pero esperamos que sirva para inmortalizar los criterios del 2, 4 y 8.
- Algo más folklóricos resultarán los criterios del 3, 6 y 9 con la tonada de *Cielito lindo*.
- Quizá los criterios del 7 (poco estudiado) y 11 sean los más difíciles de recordar para nuestros alumnos. ¿Conseguirán recordarlos con una jota?

¡Qué nervios! ¿Algún anticipo…? Aquí va la letra de la canción que recordará los criterios de divisibilidad del 5 y 10.

Canción para el criterio del 5 y 10

25 es divisible entre cinco,
25 es divisible entre cinco.
Cualquier otro que tú quieras
entre cinco dividir,
solo mira con ahínco
si termina en cero o cinco.
Fun, fun, fun.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Cualquier otro que tú quieras
entre cinco dividir,
solo mira con ahínco
si termina en cero o cinco.
Fun, fun, fun.
Mil cuarenta es divisible entre diez.
Mil cuarenta es divisible entre diez.
Mil cincuenta y mil sesenta,
y como estos muchos más.
Entre diez dividir puedo
todo el que acabe en cero.
Fun, fun, fun.
Mil cincuenta y mil sesenta,
y como estos muchos más.
Entre diez dividir puedo
todo el que acabe en cero.
un, fun, fun.

Referencias bibliográficas

Abrate, R., Pochulu, M., Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en Matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María.

Alsina, Á., y Domingo, M. (2007). Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas. Suma, 56, 23-31.

Anaya, D. (2009). *Bases del Aprendizaje y Educación*. Madrid: Sanz y Torres.

Carrillo, B. (2009). Dificultades en el aprendizaje matemático. Innovación y Experiencias Educativas, 16, 1-10.

Font, V. (1994). Motivación y dificultades de aprendizaje en Matemáticas. Suma, 17, 10-16.

García- Moreno, M.D. (2010). La música como recurso didáctico. Revista Digital Eduinnova, 25, 153-157.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2014). *Motivación para aprender matemáticas y PISA 2012: el caso de las CC.AA. españolas.* Recuperado de

ISBN 978-84-945722-3-4

http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/boletines/especialccaa/educaineeautonomias4.pdf?documentId=0901e72b81b583ae

Núñez, J. (2009). Motivación, Aprendizaje y Rendimiento Académico. *Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogía*. Braga: Universidade do Minho.

Vides, A. M. (2014). *Música como estrategia facilitadora del proceso enseñanza-aprendizaje* (Tesis de Grado). Guatemala: Universidad Rafael Landívar.

Referencias web

http://cultura.elpais.com/cultura/2016/10/13/actualidad/1476344926_683109.html

http://www.lavanguardia.com/vida/20150521/54431772174/estudiantes-odian-matematicas.html

http://www.lesluthiers.org/

http://www.albumcancionyletra.com/pitagora_de_adriano-celentano___273155.aspx

http://www.musica.com/letras.asp

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-318

EL PROCESO DE CONSTRUCCIÓN DE LA IDENTIDAD PROFESIONAL DE LOS PROFESORES DE MATEMÁTICA EN EL INGRESO UNIVERSITARIO: ANÁLISIS DE LOS MODOS DE COMPROMISO QUE ESTABLECEN CON LOS RECURSOS PARA LA ENSEÑANZA

Fernando J. Bifano
fjbifano@gmail.com
Universidad Nacional Arturo Jauretche – Universidad Nacional de San Martín. Argentina

Modalidad: CB
Nivel educativo: 5. Formación y actualización docente.
Núcleo temático: IV. Formación del profesorado en Matemáticas.
Palabras clave: Identidad profesional. Enfoque Documental. Ingreso Universitario. Modos de Compromiso.

Resumen

¿Cómo se desarrolla profesionalmente el docente del ingreso universitario? ¿Cuáles son los elementos distintivos que configuran su identidad profesional? ¿Cuáles son los modos de compromiso que establecen los docentes con los recursos para la enseñanza de la matemática? Estos son algunos de los interrogantes a los que intentaremos dar respuesta en el presente trabajo, que constituye una parte del desarrollo de una tesis doctoral, desde la perspectiva teórica del Enfoque Documental de la Didáctica (Gueudet & Trouche 2009).

Siguiendo los lineamientos de la metodología de la Investigación Reflexiva (Gueudet & Trouche 2008), presentaremos algunas herramientas utilizadas para la recolección de datos, centradas en un estudio de caso de un docente de matemática del ingreso universitario. Los resultados preliminares permitirán comenzar a caracterizar cuáles son los elementos que constituyen las génesis identitarias profesionales (Pastré 2005) a través del análisis de los modos de compromiso (Remillard 2010) que establecen los docentes con los diferentes recursos con los que cuentan para planificar y llevar adelante sus clases.

Problemática y contexto

Enseñar matemática no resulta una tarea trivial. Menos aún planificar y preparar las clases. El contexto del ingreso universitario, al menos en Argentina, agrega un elemento particular: prácticas cristalizadas, fracasos repetidos de los alumnos, contenidos aparentemente incuestionables (Bifano & Lupinacci 2015).

Algunas investigaciones han abordado esta problemática desde la articulación de contenidos. Otras, desde el problema de la masividad y el habitus institucional. Nosotros vamos a aproximarnos desde la práctica profesional del docente y su forma de interactuar con los

ISBN 978-84-945722-3-4

recursos de enseñanza. Entendemos que comprender la actividad del profesor en relación con los recursos puede aportar elementos no solo para caracterizar su identidad profesional como enseñante de matemática sino para mejorar las prácticas.

Este marco de trabajo, el terreno experimental que consideraremos, tiene ciertas particularidades: un libro como recurso institucional que orienta la enseñanza, otros materiales -denominados recorridos- que buscan aportar al desarrollo de la práctica del profesor y espacios de trabajo colectivo que intentan ser un depositario de un género profesional (Clot & Faita, 2000) de los inicios universitarios. En esta presentación nos centraremos exclusivamente en la relación del docente con los diferentes recursos de los que hace uso para pensar la clase.

Marco Teórico

En el presente trabajo se integran y articulan diferentes elementos teóricos de diversas teorías. Por un lado, algunos componentes del Enfoque Documental de la Didáctica (Gueudet & Trouche 2009) -en adelante EDD- y, en línea con ello, algunos elementos de otras aproximaciones que analizan las formas de utilización e interacción de los profesores con los recursos para la enseñanza, como es el caso de la noción de modos de compromiso (Remillard 2010). Y, por otro, nociones tomadas a partir de los desarrollos de la Teoría de la Actividad Humana -TAH- como son los aportes de las génesis identitarias de Pastré (2005).

Articular marcos teóricos es un aspecto que cada vez cobra más vigor en la investigación en didáctica de la matemática. Para nosotros será la noción de *recurso*, que desarrollaremos seguidamente, la que nos permitirá construir el lazo entre diferentes perspectivas teóricas.

El término *recurso* viene de la palabra sajona “re-source” y, tanto en francés como en inglés, significa “volver a la fuente” como elemento donde surge la vida. En el sentido dado por Adler (2000) implica que vuelve a alimentar el trabajo del profesor, que algo es fuente para su trabajo y que la vez re-alimenta su actividad. Este autor considera que un recurso no es exclusivamente algo material: puede ser un libro de texto, un software, los apuntes del profesor, como así también las conversaciones e intercambios con otros colegas, la reflexión sobre un acontecimiento de una clase, etc.

Estos, en una primera instancia, son considerados como artefactos en tanto dados. No es sino por un proceso de desarrollo que se convierten en herramientas. Sintéticamente es lo que se

ISBN 978-84-945722-3-4

caracteriza bajo el enfoque instrumental (Rabardel 1995) desarrollado en el marco de la ergonomía cognitiva y luego integrado al campo de la didáctica de la matemática por Guin & Trouche (2002).

El proceso de transformación de un recurso en documento puede explicarse en clave de génesis. Un profesor al seleccionar, organizar, recombinar y reelaborar un recurso lo hace de una manera propia que es lo que constituye su trabajo documental (Gueudet & Trouche 2009, 2010).

El trabajo de integración de recursos, a su vez, puede ser analizado desde la perspectiva de la TAH. La actividad humana puede organizarse en torno a dos polos o grandes dimensiones: la triada instrumento- esquema- situación y la de la experiencia.

La primera de estas dimensiones ha sido largamente estudiada por las teorías de la ergonomía cognitiva, particularmente Rabardel (1995), a partir del enfoque instrumental. Y, de alguna manera, como señalábamos, resignificada por el enfoque documental.

Vamos a centrar nuestro interés en la segunda de ellas. Partiremos de la idea originalmente desarrollada por Ricœur (1990), quien identifica la experiencia con la noción de identidad en dos sentidos diferentes. Por un lado, la experiencia como aquello que nos remite a lo adquirido. Por otro, la experiencia en tanto retorno reflexivo que se atribuye a aquello que pasó. La primera de ellas es lo que el autor denomina identidad *ídem*, la segunda, identidad *ipse*.

Estas dos facetas permiten entender que en la persona hay una historia que lo atraviesa -que se corresponde con la identidad *ídem*-, y a la vez una forma en que la persona se ha apropiado de esa historia -identidad *ipse*-. La experiencia comporta siempre por tanto dos fases: la acumulación del pasado y la apropiación que la persona hace de su propio pasado (Pastré 2005, pp. 232).

A la vez, la actividad humana tiene dos aspectos distintivos: el productivo y el constructivo. El primero implica la actividad del hombre que busca transformar la realidad y resulta en productos tangibles. El segundo configura la transformación del mismo sujeto. Por tanto, intangible y muchas veces no intencional ni buscado.

Es aquí donde retomar la idea de recurso permite recuperar nuestras preguntas originales sobre la forma en que la actividad del profesor se desarrolla en torno a ellos para preparar y llevar adelante sus clases. La misma puede verse en su fase productiva -la generación de

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

productos concretos para la enseñanza- y en su fase constructiva -cómo esta tarea también configura el trabajo del profesor, su propia identidad como enseñante-. A la vez que las génesis documentales explican la forma de integración de los recursos, las génesis identitarias -vistas a través de la relación dialéctica producción/construcción- pueden explicar el proceso personal de desarrollo de una identidad como profesional.

Por último, los modos de compromiso (Remillard 2010) son las formas de comprometerse frente a un texto - en tanto recurso para enseñanza-, las maneras de interactuar con él: como una suerte de mediación y juego donde se construyen y reponen sentidos desde el lugar de las creencias, concepciones y representaciones epistemológicas y didácticas que la persona tiene y con las cuales "va" hacia el texto. Así emergen cuatro modos de compromiso en relación con las “lecturas” que se hace de un texto: a) ¿por qué y para qué se lee?, b) ¿qué partes se leen?, c) ¿cuándo se leen? y d) ¿quién es aquel que lee?

En síntesis: la idea de recurso en su sentido amplio como fue aquí explicada, resulta medular para articular, por un lado, los aportes del EDD en torno al trabajo documental del profesor y, por otro, los aportes de la TAH en relación con el desarrollo de la identidad profesional del profesor. Finalmente, los modos de compromiso son una forma tangible de ver cómo el profesor se compromete e interactúa con los recursos y cómo esta interacción configura al mismo su identidad profesional.

Marco Metodológico

La investigación reflexiva (Gueudet & Trouche 2008), está alineada con la tradición de los estudios etnográficos y considera a la vez la aproximación del estudio de caso: para nosotros la unidad de análisis es el profesor y su trabajo documental en el contexto del ingreso universitario.

Esta metodología se rige por una serie de principios de seguimiento de la tarea docente: fuera y dentro del aula, a largo plazo, con un criterio ampliado para la recolección de datos y con momentos permanentes de estimulación a la reflexión.

Dicha metodología implica, un trabajo de construcción progresiva del terreno experimental, a partir del tipo de relación que establece el investigador con los docentes que constituirán sus casos, en lo que se denomina “contrato metodológico” (Sabra 2011). Como parte de ese acuerdo, entre investigador e investigado, se van construyendo y decidiendo conjuntamente

ISBN 978-84-945722-3-4

las herramientas que se pondrán en circulación a lo largo del proceso de investigación para la recolección de datos.

A partir de estos principios, y de acuerdo con el contrato metodológico establecido, se consideraron las siguientes herramientas para la recolección de datos. En una primera etapa, una serie de entrevistas semi estructuradas: una inicial orientada a tener un primer acercamiento y conocer algunos aspectos de la trayectoria profesional del docente, su experiencia y formación y en particular algunas características sobre el trabajo colectivo relacionado con el propuesto en la universidad y sobre la interacción con los recursos para enseñar. Para profundizar más este último aspecto, se llevó a cabo una segunda entrevista denominada de explicitación (Vermersch 1994) donde el profesor da mayores precisiones sobre el uso de los recursos para planificar la enseñanza. Como parte de la misma, se le propone elaborar un esquema gráfico -SRRS por sus siglas en francés- donde represente cuáles son los recursos que usa para preparar sus clases y trate de mostrar, de alguna manera, cómo estos se relacionan entre sí. Luego se acuerda la observación y registro de la clase planificada, para finalmente proceder a una nueva entrevista de auto-confrontación y cerrar un primer ciclo de seguimiento.

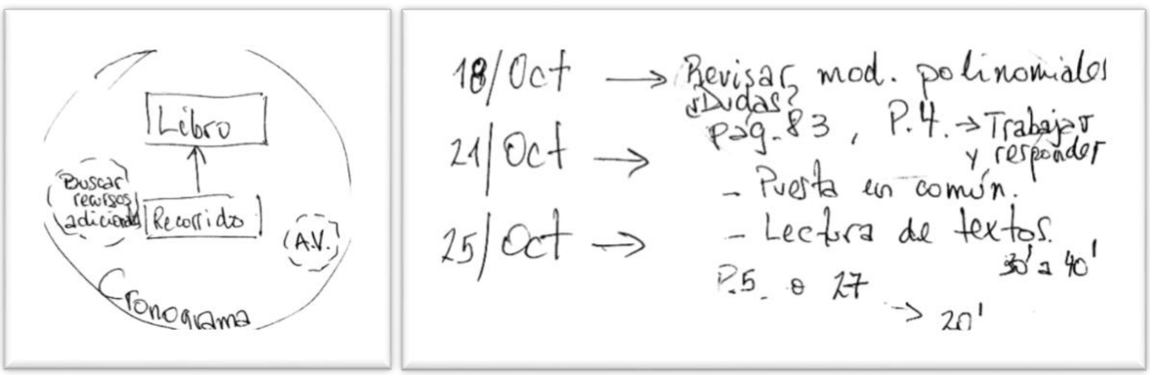
En nuestra investigación consideramos el ingreso universitario en matemática en una universidad de reciente creación, ubicada en la periferia de Buenos Aires. Con un perfil heterogéneo de profesores y profesionales que enseñan matemática. En la institución se propone un ingreso, para el caso de las matemáticas particularmente, con determinadas características: un libro de cátedra común para todos los profesores, con un enfoque no convencional.

A continuación, presentaremos uno de los casos estudiados y, simultáneamente, algunos de los análisis efectuados que permitirán dar cuenta de cómo se pone de manifiesto el trabajo documental del profesor a partir de los modos de compromiso que establece con los recursos y el juego dialéctico producción/construcción que manifiesta el proceso de génesis identitaria.

Resultados preliminares

ISBN 978-84-945722-3-4

Para dar cuenta de los resultados, comenzaremos por caracterizar brevemente el perfil del caso de estudio aquí presentado. Seguidamente algunos análisis a partir de las diversas entrevistas realizadas, el SRRS del profesor y de sus reflexiones al confrontarse con su clase. Claudio tiene 58 años. Es profesor de matemática, física y cosmografía. Comenzó hace unos 35 años atrás como ayudante de laboratorio en física. Inicialmente había comenzado estudios de ingeniera electricista, pero luego de cuatro años, se inclina por hacer el profesorado. Desde hace ya varios años, se desempeña como profesor de matemática en diferentes instituciones universitarias. Durante la entrevista de explicitación, Claudio muestra cuáles son los principales recursos que utiliza para planificar sus clases. En la imagen que se presenta a



continuación puede verse la centralidad de los materiales curriculares producidos por la cátedra -nos referimos al libro y los “recorridos”-. Usando las preguntas orientadoras de los modos de compromiso pareciera ser que para pensar la enseñanza es el docente quién lee, y que lo hace para planificar sus temas, para luego proponer a los alumnos revisar el tema del libro y responder a preguntas que proponen los problemas: integrando resoluciones individuales con puestas en común y lecturas. Confrontado esto posteriormente con el registro de la observación de clase, esto resulta consistente con lo planificado. Pareciera ser que los materiales “institucionales” se transforman en “cruciales” (Gueudet 2014) para el desarrollo de las clases.

Fig. 1: A la izquierda, SRRS de Claudio. A la derecha, sus notas que muestran la organización del tema.

También puede verse cómo “periféricamente” el profesor señala otros recursos adicionales a los que recurre, así como también el espacio del aula virtual -en el SRRS identificado como A.V.- con el que docente apoya y extiende el trabajo realizado durante las clases presenciales. Finalmente, y como circunscribiendo, aparece la referencia al cronograma de la cursada que

ISBN 978-84-945722-3-4

también según los dichos del profesor -y sus notas también presentes en la imagen-, parecería ser un elemento clave en la organización de la planificación de los temas y el alcance de cada clase. La dimensión temporal pareciera ser un aspecto central a la hora de organizar sus clases.

Si bien aún no se ha llevado a cabo la entrevista de auto-confrontación, como parte de la preparación de la misma, se le ha solicitado al docente al concluir la clase que sea él quien señale los aspectos que a priori juzga como claves en el desarrollo de la misma y sobre los que volveremos posteriormente la reflexión. A continuación, presentamos un extracto del texto enviado:

> *"Una observación general que creo explica, al menos en parte, muchas de mis decisiones . . . internamente estoy calculando el tiempo que resta para desarrollar adecuadamente los temas que son parte de la próxima evaluación. Me doy cuenta de la importancia de este tema en particular, pero estoy pensando en que tenemos que arrancar con el siguiente tema . . . Otra observación: tus participaciones[i], completamente adecuadas desde lo conceptual creo, me sirven como espejo para tomar conciencia de los argumentos o ´razones´ que me llevan a tomar algunas de mis decisiones en la clase . . . El ´espejo´ funcionó también para darme cuenta que ya no confío tanto en la eficacia de ciertos discursos, apenas extensos, como el que utilizaste en relación con arbitrariedad de elección de cuál es la variable dependiente . . . Confío más en la lectura de textos breves, con alguna pregunta que funcione como esquema de anticipación y luego preguntas sobre la lectura, como la que utilicé para que vuelvan sobre las características gráficas de los modelos cuadráticos. Por supuesto, no tengo ningún argumento empírico sobre la ineficacia de estos discursos. Podría decir que se trata de una inducción a partir de ciertas observaciones asistemáticas".*

Aquí puede interpretarse el aspecto constructivo de la actividad desarrollada por Claudio: hay una experiencia vivida y una forma de reflexionar y dar sentido a las acciones llevadas adelante, donde el mecanismo de la auto-confrontación y de la intervención de otro funciona como espejo -según sus propias palabras- para tomar conciencia de las decisiones tomadas y de explicar sus supuestos y convicciones. Es su propia experiencia y reflexión -y no otra evidencia empírica- la que le permite justificar su forma de gestionar la clase, proponiendo preguntas en vez de discursos para revisar conceptos vistos. Este juego dialéctico entre su historia y apropiación de sobre ella, entre un discurso escolar para explicar y su propia

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

percepción sobre el poco valor didáctico del mismo, es muestra de la génesis identitaria de su profesionalidad.

Algunas conclusiones

La presentación de algunos resultados preliminares que permiten vislumbrar la necesidad de continuar el proceso de seguimiento individual en el largo plazo del trabajo documental de Claudio. La realización de la entrevista de auto-confrontación resultará clave para hacer emergente con más profundidad las razones que justifican las decisiones tomadas en el desarrollo de la clase para poder inferir cuáles son los rasgos fundamentales de la identidad profesional de un docente del ingreso universitario. En ese sentido, observar la planificación de otras clases y sus desarrollos permitiría identificar los invariantes de la acción que releven con mayor claridad la forma de organizar el trabajo documental. Integrar en un futuro el análisis los recursos producidos por el docente y su práctica en el espacio del aula virtual también pueden mostrarse como reveladoras de su identidad.

Referencias bibliográficas

Adler, J. (2000). Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, n° 3, 205-224.

Bifano, F. & Lupinacci, L. (2015). Matemática para todos, ¿para todos la misma matemática? Una experiencia inclusiva en el ingreso a la universidad. En Insaurralde, M. (comp.), *Enseñar en las universidades y en los institutos de formación docente.* (pp. 67-74). Bs. As. Noveduc.

Clot, Y. & Faita, D. (2000). Genres et styles en analyses du travail: concepts et méthodes. *Travailler*, *4*, 7-43

Gueudet, G. (2014). Digital resourses and mathematics teacher development at university. In: B. Ubuz, C. Haser & M. A. Mariotti (eds.). *Proceedings of eigth Congres of the Eurepean Mathematical Society for research in Mathematics Education* (2336-2345). Antalya: Cerme.

Gueudet, G. & Trouche, L. (2010). Des ressources aux documents, travail de professeur et genèses documentaires. En Gueudet, G. & Trouche, L. (dir.), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques,* (pp. 57-74). Rennes: Presses Universitaires de Rennes.

Gueudet, G. & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Educational Studies in Mathematics*, *71*(3), 199-218

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Gueudet, G. & Trouche, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques, *Education et didactique 2*(3), 7-33.

Guin, D. & Trouche, L. (2002). *Calculatrices symboliques : transformer un outil en un instrument du travail mathématique, un problème didactique*, Grenoble, La Pensée sauvage.

Pastré, P. (2005). Genèse et identité. In P. Rabardel, P. Pastré (dir.), *Modèles du sujet pour la conception*, (pp. 231-260). Toulouse, Octarès.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains.* Paris: Armand Colin.

Remillard, J. (2010). Modes d´engagement : comprendre les transactions des professeurs avec les ressources curriculaires en mathématiques. En G. Gueudet & L. Trouche. (dir.), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques,* (pp. 201-216). Rennes: Presses Universitaires de Rennes.

Ricœur, P. (1990). *Soi-même comme un autre.* Paris Seuil.

Sabra, H. (2011). Contribution à l'étude du travail documentaire des enseignants de mathématiques : les incidents comme révélateurs des rapports entre documentations individuelle et communautaire. Thèse de Doctorat. Université Claude Bernard - Lyon 1

Vermersch, P. (1994). *L'entretien d'explicitation en formation initiale et en formation continue*. ESF.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-320

PROYECTO KIKS (KIDS INSPIRE KIDS FOR STEAM)

Jose M. Diego-Mantecón – Teresa F. Blanco – María J. González – Maitane P. Istúriz – Alejandro Gorgal Romarís – Ignacio González-Ruiz – José B. Búa – Tomás Recio
diegojm@unican.es – teref.blanco@usc.es – mariaj.gonzalez@unican.es – maitane.perez@unican.es – alejandro.gorgal@rai.usc.es –ignacio.gonzalezruiz@unican.es – jbenitobua@gmail.com – tomas.recio@unican.es
Universidad de Cantabria – Universidad de Santiago de Compostela –IES Sánchez Cantón

Núcleo temático: Matemáticas y su integración con otras áreas
Modalidad: CB
Nivel educativo: Secundaria
Palabras clave: Proyecto KIKS, Actividades STEAM, Interdisciplinar, Secundaria.

Resumen

El proyecto KIKS (Kids Inspire Kids for STEAM, en español Chicos Motivan a Chicos en Science, Technology, Engineering, Art, and Mathematics) es un proyecto de la Unión Europea, dentro del Marco Erasmus +, de dos años de duración. Está desarrollado por equipos de cuatros países europeos: Inglaterra, España, Hungría y Finlandia. El objetivo del proyecto es fomentar el interés del alumno de secundaria por las áreas STEAM, a través de su participación en una comunidad educativa con representantes a nivel local e internacional. En ella los alumnos han de imaginar y desarrollar actividades STEAM y presentarlas, a través de reuniones o videoconferencias, a sus homólogos nacionales e internacionales, para motivar y despertar el interés de otros por el aprendizaje en las áreas STEAM. Una actividad STEAM implica la colaboración de varias áreas de conocimiento, haciendo uso de la tecnología, fomentando la creatividad, la comunicación y la transferencia de ideas. En la página web (http://www.kiks.unican.es) se pueden encontrar diversas actividades realizadas, o en fase de realización, por los alumnos de los equipos KIKS hasta el momento, junto con información sobre los cursos de formación STEAM para el profesorado de secundaria que se han desarrollado en KIKS.

Introducción

Desde hace algunos años, la Unión Europea ha detectado un interés decreciente de los estudiantes europeos por los estudios científicos y tecnológicos. Este hecho se considera una seria amenaza al futuro de los diferentes países como sociedades innovadoras en los campos científico y tecnológico, con importantes implicaciones negativas para sus economías. Como consecuencia de esa preocupación la Comisión Europea ha realizado una serie de recomendaciones a los países miembros para aumentar el número de estudiantes en materias

ISBN 978-84-945722-3-4

científicas y tecnológicas. En particular, en los últimos años se ha fomentado la realización de actividades STEAM (Science, Technology, Engineering, Art, and Mathematics) con este objetivo (Rocard, Csermely, Walwerg-Henriksson y Hemmo, 2007; Hristova, 2015).

Las prioridades marcadas por la UE, en materia de educación científico-tecnológica, tienen ya consecuencias visibles en España y en las Comunidades Autónomas, a través de los contenidos y objetivos del actual currículo oficial (MEC, 2013). En consecuencia, se comienzan a ofertar en nuestro país cursos, jornadas y proyectos alrededor de las STEAM y de su introducción en las aulas. En resumen, la importancia creciente del enfoque STEAM hacen de KIKS un proyecto que enlaza y se enmarca en las prioridades educativas de la Unión Europea (UE) en la formación científico-tecnológica de los estudiantes europeos (Durado, 2013).

Las actividades STEAM

Una actividad STEAM ideal integra diversas áreas científicas (Ciencia y Matemáticas), así como alguna de sus aplicaciones más visibles en nuestra sociedad (Ingeniería, Tecnología y Arte), apareciendo sus contenidos como un compendio de conocimientos complementarios. Se trata, por tanto, de actividades donde la interdisciplinaridad juega un papel fundamental, evitando un tipo de enseñanza donde el conocimiento aparece dividido en 'islas de conocimiento' no conectadas entre sí. Para romper ese aislamiento entre áreas la situación ideal es desarrollar una actividad que integre todas o la mayor parte de las áreas de conocimiento incluidas en el acrónimo STEAM, pero, ante las dificultades que surgen al plantear y desarrollar una actividad con esas características, cualquier actividad centrada en una o varias de esas áreas es considerada, hoy en día, una actividad STEAM (Chen, 2009).

Toda actividad STEAM va asociada al uso de una metodología específica que se centra en dos elementos fundamentales: el trabajo colaborativo (en pequeño o gran grupo) y la investigación como eje del desarrollo de la actividad (Artigue y Blomhøj, 2013). La actividad STEAM posee características propias de un proyecto de investigación de carácter científico, donde los recursos tecnológicos juegan un papel de gran importancia.

El proyecto KIKS

El proyecto KIKS, en español 'Chicos Motivan a Chicos en Ciencia, Tecnología, Ingeniería, Arte y Matemáticas', tiene como objetivo fomentar el interés del alumno de secundaria por las áreas STEAM, a través de su participación en una comunidad educativa con

ISBN 978-84-945722-3-4

representantes a nivel local e internacional. En ella los alumnos han de imaginar y desarrollar actividades STEAM y presentarlas, a través de reuniones presenciales o videoconferencias, a sus homólogos nacionales e internacionales, para motivar y despertar el interés de otros por el aprendizaje en las áreas STEAM. En la Imagen 1 podemos ver la portada de la página inicial de la web del proyecto (http://www.kiks.unican.es).

Imagen 1: Página Web de KIKS

En el proyecto KIKS participan estudiantes de secundaria, de edades comprendidas entre los 14 y 16 años, divididos en equipos de (preferiblemente) cinco miembros. Cada equipo puede ser liderado por uno o más profesores, dependiendo de las áreas STEAM que se trabajen en la actividad y la predisposición de los profesores en el centro. La participación en el proyecto es flexible, de forma que un profesor puede coordinador uno o varios grupos, cada grupo puede participar en una, dos o en las tres rondas que se organizan en el marco del proyecto, y las actividades que se realicen pueden involucrar distintas áreas STEAM. Lo importante no es tanto el nivel de participación, sino la existencia de un nivel de compromiso riguroso, aunque sea mínimo.

La idea detrás de una actividad puede surgir de un profesor, de un alumno o de un coordinador KIKS. Un profesor puede plantear realizar experiencias que ya ha llevado a cabo en anteriores ocasiones, u otras nuevas que se le ocurren a él mismo o que le sugieran otros colegas. Análogamente, un alumno o unos alumnos pueden, espontáneamente, plantear algunas experiencias que se les ocurran o proponer alguna experiencia de la que hayan oído hablar. Finalmente, también los coordinadores KIKS y sus colaboradores pueden ser de

ISBN 978-84-945722-3-4

utilidad en esta fase inicial, a través de la propuesta, en la web del proyecto (http://www.kiks.unican.es/en/actividades/), de una colección de actividades posibles.

El proyecto tiene una duración total de 2 años, a lo largo de dos cursos académicos, y se desenvuelve en tres rondas. En la tabla 1 se recogen las diferentes rondas y los objetivos principales de las mismas.

Ronda	**Objetivos**
Primera Ronda (Abril-Noviembre 2016)	Evento inaugural con el profesorado implicado. Propuesta, por parte del profesorado, de actividades. Desarrollo de las actividades y de las presentaciones de los resultados de las mismas. Elaboración de videoconferencias de divulgación de las experiencias realizadas. Presentación de experiencias entre grupos homólogos locales.
Segunda Ronda (Septiembre 2016-Febrero 2017)	Propuesta, por parte del profesorado, de actividades. Desarrollo de las actividades y de las presentaciones de los resultados de las mismas. Elaboración de videoconferencias de divulgación internacional de las experiencias realizadas. Presentación de experiencias entre grupos homólogos a nivel internacional. Realización de un evento a nivel regional.
Tercera Ronda (Octubre 2016- Julio 2017)	Desarrollo de las actividades y de las presentaciones de los resultados de las mismas. Elaboración de videoconferencias de divulgación internacional de las experiencias realizadas. Presentación de experiencias entre grupos homólogos a nivel internacional. Realización del evento final del proyecto.

Tabla 1: Rondas del Proyecto y Objetivos

Diseño de las actividades y productos KIKS

ISBN 978-84-945722-3-4

Las actividades se diseñan teniendo en cuenta: las áreas STEAM involucradas, el horario escolar/extraescolar requerido para su realización, el número de sesiones necesario para llevarlas a cabo, la secuenciación y organización de las sesiones y el reparto de tareas entre los miembros del equipo. En el desarrollo de la actividad el protagonismo recae, lógicamente, sobre los alumnos, que deben hacer uso de sus conocimientos científicos, resolviendo las demandas que plantea la actividad. El profesor asume un rol de tutor y guía del proceso, potenciando, así, la autonomía del alumno.

Para la presentación de la actividad a otros equipos, los estudiantes deben preparar los siguientes productos:

- Documento de Texto o Power Point (en lengua inglesa), en el que se incluirá una presentación del equipo, así como la descripción, desarrollo y resultado de su actividad. Podrán incluir las fotos, maquetas u otros archivos que fueron considerados útiles para la realización de su actividad.
- Creación de un vídeo (en lengua inglesa) en donde, de nuevo, se hará una presentación de los miembros del equipo, contando, para ello, con los permisos parentales pertinentes, relativos a la difusión de imágenes personales. Se presentará, en ese vídeo, la actividad realizada, detallando todos los pasos e incidiendo en aquellos puntos que se consideren clave. Para obtener información más detallada de los productos visitar: www.kiks.unican.es/productos-a-realizar/

ISBN 978-84-945722-3-4

Una vez realizadas estas producciones, los estudiantes tendrán la oportunidad de presentar sus actividades, bien a través de videoconferencias Skype con otros equipos homólogos (en lengua inglesa), bien de modo personal en las reuniones locales o internacionales (véase un testimonio de uno de tales encuentros en la Imagen 2 (http://www.kiks.unican.es/en/encuentros/). Cada grupo presentará su actividad y el desarrollo de la misma a otro u a otros grupos homólogos, favoreciendo el intercambio de información y la discusión entre ellos.

Imagen 2: marzo 2017, Cambridge. Encuentro de equipos KIKS

Apoyo KIKS

Para fomentar y facilitar el intercambio de información, experiencias y el trabajo colaborativo entre profesores y grupos del mismo o diferente país, el proyecto proporciona varias herramientas de apoyo, que se indican a continuación:

- A través de Google Drive, donde se almacena información para el intercambio entre profesores y coordinadores. También sirve a modo de biblioteca, guardando los documentos ya elaborados por los equipos.
- Vía el Canal Youtube, donde se almacenan los videos de presentación de los diferentes grupos, tutoriales para los alumnos (acerca de la edición de vídeos, conexiones online, etc.) y otros elementos de ayuda relacionados con la lengua inglesa (escrita y oral).

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

- Facebook Internacional, que usamos como plataforma para el intercambio de ideas y productos iniciales (siempre que exista autorización de padres, centro, y alumnos).
- Sitio Web del proyecto, donde se recoge toda la información y todas las acciones llevadas a cabo por el proyecto y almacena todos los productos finales.

Además, se deja abierta la posibilidad de establecer una colaboración más estrecha entre profesores y alumnos mediante el intercambio de correos electrónicos, realización de videoconferencias, etc.

El proyecto también ofrece cursos de formación, donde se da a conocer el proyecto, qué son las STEAM y su implicación en el currículo. La finalidad de estos cursos no es proporcionar formación en contenidos específicos de las distintas áreas de conocimiento sino sobre actividades que involucran, a la vez, varias áreas. En esos cursos se desarrollan actividades STEAM mediante talleres en los que se busca que el profesor participe activamente y experimente la toma de decisiones, y las dificultades y obstáculos que conlleva el desarrollo de las mismas (http://www.kiks.unican.es/en/cursos-de-formacion-i/).

Conclusiones

El proyecto KIKS representa una oportunidad excelente para familiarizarse con las STEAM e integrarse en un proyecto en colaboración con diversos centros educativos, profesores y alumnos de países pertenecientes al ámbito europeo.

Uno de los objetivos más relevantes del proyecto es el aumento de la motivación y el interés por las STEAM, tanto del alumnado como en el profesorado: en el caso del alumnado, por su implicación en actividades en la que se trabajan de forma conjunta y complementaria diferentes disciplinas. Además, su participación en un proyecto europeo les hace tener un mayor interés por las experiencias que realizan y que deben presentar a otros, bien en castellano o bien en inglés, usando las nuevas tecnologías y dando a conocer su centro de estudio. En cuanto al profesorado, su principal motivación puede provenir de la constatación del entusiasmo e interés de sus alumnos al participar, bajo su dirección, en un proyecto internacional, creándose, de este modo, una relación de mayor confianza y cooperación entre profesor y alumnos. Como un último valor añadido mencionemos que el profesor que

ISBN 978-84-945722-3-4

participa en KIKS entra a formar parte de una comunidad dinámica de educadores interesados por las STEAM, conectándose con otros profesores a nivel local e internacional.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por el proyecto internacional KIKS (Kids Inspire Kids for STEAM) dentro del programa Erasmus + (15/0100-ka2se/13611).

Referencias bibliográficas

Artigue, M. y Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM*, volume 45, Issue 6, pp 797–810.

Chen, X. (2009). Students Who Study Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM) in Postsecondary Education. Stats in Brief. NCES 2009-161. National Center for Education Statistics. *Disponible el 25 de abril de 2017 en:* http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED506035.pdf

Durado, M. (2013). Towards 2020 Priorities for STEM education and careers in Europe. Conference of the Ingenius project. *Disponible el 25 de abril de 2017 en:* http://www.ingenious-science.eu/c/document_library/get_file?uuid=64d8c2fe-a4ea-449c-b6d7-15d21dd44f0f&groupId=10136

Hristova, T. T. (2015). Innovative practices and technologies in educational projects of European Schoolnet and the project "Scientix". *Bulgarian Chemical Communications*, *47*, 505-508.

MEC (2013). Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *Boletín Oficial del Estado. Disponible el 25 de abril de 2017 en:* *https://www.boe.es/diario_boe/txt.php?id=BOE-A-2013-12886*

Rocard, M., Csermely, P., Walwerg-Henriksson, H., & Hemmo, V. (2007). *Science Education Now: A New Pedagogy for the Future of Europe (Rocard report).* Brussels: European Commission ISBN – 978-92-79-05659-8. *Disponible el 25 de abril de 2017 en:* http://www.eesc.europa.eu/resources/docs/rapportrocardfinal.pdf

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-322

Contribuciones de la Didáctica de la Matemática en clases de química que involucran conceptos matemáticos

Deriard Alejandra (1)-Matteucci Carlos Pedro (2)
alejandraderiard@gmail.com (1) crl_mat@hotmail.com (2)
Instituto de Formación Docente Bernardo Houssay
Argentina

Nucleo temático: Matemáticas y su integración con otras áreas.
Modalidad: CB
Palabras Clave: química, matemática, Teoría de las Situaciones Didácticas
Nivel educativo: formación y actualización docente

Resumen

En Institutos de Formación Docente de Buenos Aires, los alumnos que cursan Química y Laboratorio I (de la carrera para Profesor en Química), abandonan la cursada antes del primer parcial o inmediatamente después del primer parcial. Ante la búsqueda de las causas se determinó que uno de los condicionantes que influyen en la permanencia de alumnos del Profesorado de Química en primer año es la falta de habilidad para la reutilización de recursos matemáticos. Ante este panorama este equipo se plantea la posibilidad de indagar si es posible utilizar los instrumentos metodológicos de la Didáctica de la Matemática en el contexto de los conceptos matemáticos incluidos en la resolución de ejercicios y problemas en el campo de la Química. Como objetivo se pretenden establecer relaciones entre la Didáctica de la Matemática, en especial, de la Teoría de las Situaciones Didácticas, y los contenidos de las clases de Química que involucran conceptos matemáticos. Para llevar a cabo nuestra propuesta se pone en práctica la metodología de investigación denominada Ingeniería Didácticaa involucrando en la propuesta a especialistas en Didácticas de las Matemáticas y profesores de Química.

Introducción:

A partir de información obtenida luego de un diagnóstico realizado a lo largo de varios años, se observa como constante que alumnos que cursan Química y Laboratorio I abandonan el curso antes del primer parcial o inmediatamente después mismo. Ante la búsqueda de causas, mediante encuestas se determinó que uno de los condicionantes que poseen los alumnos para

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

permanecer en 1° año es la habilidad para la reutilización de recursos matemáticos en Química y Laboratorio I. Es por ello que se propone indagar sobre las posibles consecuencias positivas de proporcionar a los docentes de química herramientas de la didáctica de la matemática, especialmente de la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 1987) en adelante, TSD, mediante la implementación de secuencias de ingeniería didáctica (ID), preparadas para tal fin. Las prácticas habituales muestran que aquellos recursos matemáticos necesarios para resolver problemas en el campo de la química, se trabajan de manera intuitiva y algorítmica, siendo este tratamiento inadecuado para superar las dificultades de apropiación de conceptos matemáticos ligados a las situaciones de la química. Definimos entonces las preguntas que originan nuestra investigación: ¿Podría la didáctica de la matemática dar herramientas a los docentes de química a la hora de abordar cuestiones en las que se involucren conceptos matemáticos implicados en la resolución de problemas de química? ¿Podría la TSD aportar alguna instancia de superación, tanto para el docente de química como para los alumnos, en pos de menguar la deserción y el fracaso en los cursos de Química y Laboratorio I? Creemos necesario investigar al respecto para poder definir en qué medida los aportes de la didáctica de la matemática deberían ser conocidos por los docentes de química, para el mejor desenvolvimiento al frente de la clase de química que involucra conceptos matemáticos (CQM).

Marco teórico:

Esbozar el desarrollo del marco teórico de este proyecto de investigación, en este caso, resulta complicado, debido a que debemos adecuar un marco teórico proveniente de la Didáctica de la Matemática a la enseñanza de la Química, en clases de Química en la que se involucren conceptos matemáticos (CQM). Para ello, se hará un esbozo de La Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) (Brousseau, 1987) y de cuáles aspectos de dicha teoría entendemos importante adoptar en este proyecto de investigación. Se definirán, además, conceptos de la Teoría de la Transposición Didáctica (Chevallard, 1997) (TAD), vinculados a la TSD, en concordancia con la enseñanza de la Química. Chevallard, en la TAD, parte del presupuesto de que la enseñanza de un determinado elemento del saber sólo será posible si ese elemento sufre ciertas transformaciones para que esté apto para ser enseñado. El constructo Transposición Didáctica implica la diferenciación entre el saber académico y el saber escolar,

ISBN 978-84-945722-3-4

que son de naturaleza y funciones distintas, y se define como el proceso de transformación de objetos de conocimiento en objetos de enseñanza. La distancia entre el saber científico y el saber enseñado no representa, en este caso, una jerarquía de saberes, sino una transformación de saberes que ocurre en las diferentes prácticas sociales, en función de la diversidad de los géneros discursivos y de los interlocutores allí envueltos. Por situación didáctica se entiende una situación construida intencionalmente por el profesor con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber escolar. La situación didáctica se planifica en base a actividades problematizadoras, que integran un saber efectivamente transpuesto, en este caso, tanto de la matemática como de la química, cuya necesidad de ser resueltas o abordadas, implique la emergencia del conocimiento matemático escolar que da sentido a la clase, sin el cual no se alcanzaría un nivel de apropiación completo, en este caso, del saber escolar proveniente de la química, involucrado. Dicha situación ocurre en el aula, en un escenario llamado triángulo didáctico, cuyos lados indican conjuntos de interacciones entre los tres protagonistas (indicados por los vértices de dicho triángulo): Saber escolar (en este caso, saber proveniente de la química y saber proveniente de la matemática), Profesor y Alumno. En el desarrollo de una situación didáctica definimos momentos que se denominan situaciones a-didácticas que se caracterizan por el trabajo del alumno cuando interactúa con el medio preparado por su profesor, quien debe procurar que el mismo se responsabilice por trabajar en él. Así, en estas situaciones a-didácticas, interesa observar cómo interactúa el alumno con el saber matemático y con el saber proveniente de la química ante el problema planteado. El profesor ya ha planeado la situación didáctica de modo que existan estos momentos (situaciones a-didácticas) en que los alumnos interactúan con el problema, se propicie la discusión y el debate y también hagan preguntas. El papel del profesor, en tanto, consiste en guiar con intervenciones o respondiendo a las preguntas, pero con otros interrogantes o señales sin dar las respuestas. A éste proceso dialéctico Brousseau le llama Proceso de Devolución (Panizza. 2005). Es mediante este proceso que este equipo se pregunta si sufrirán modificaciones las respuestas de alumnos y docentes a la hora de resolver problemas en las CQM. Denominamos devolución a la actividad mediante la cual el docente intenta alcanzar ambos resultados.

Metodología

ISBN 978-84-945722-3-4

Para llevar a cabo nuestra investigación desarrollaremos la metodología de investigación denominada Ingeniería Didáctica (Artigue, 1994) y metodologías de tipo cualitativas, según los momentos del trabajo.

El proceso experimental de la ID consta de cuatro fases: 1 Primera fase: Análisis preliminares. 2. Segunda fase: Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas. 3. Tercera fase: Experimentación. 4. Cuarta fase: Análisis a posteriori y evaluación. Trataremos la información relevada tanto cuantitativamente como cualitativamente.

Instrumentos de recolección de la información: Entrevistas, Encuestas, Observaciones no participantes, Lectura de libros de aula, Lectura de material producido por los alumnos, Filmaciones, Grabaciones

Desarrollo de la propuesta:

Para la concepción de una ID son necesarios análisis preliminares respecto al cuadro teórico didáctico general y sobre los conocimientos didácticos adquiridos y relacionados con el tema. Es por ello que se realizan los siguientes análisis, en conjunto a los docentes de química involucrados: El análisis de la enseñanza tradicional y sus efectos, el análisis de las concepciones de los estudiantes de química, de las dificultades y obstáculos que determinan su evolución y el análisis del campo de restricciones donde se va a situar la realización didáctica.

Luego de ello, se capacita a los docentes de química de primer año acerca de las particularidades de la TSD, poniendo especial énfasis en la identificación de los momentos de la clase grupal (acción, formulación y validación, Panizza 2005). Para ello se utilizan videos de clases de matemática en donde se evidencien esos momentos y puedan explicitarse para debatir acerca de los mismos. Se trabaja también sobre los momentos de devolución e institucionalización. En este caso resulta más complicado desproveer al docente de química de cierta mecánica conductista.

En un segundo momento, se propone una secuencia didáctica, la cual resulta reformulada y consensuada entre los docentes de química y el equipo de investigación, para aplicar la situación de ingeniería en los cursos.

Se estudia sobre los inconvenientes posibles, tanto al interno de los docentes, como en la clase. Se anticipan posibles bloqueos y obstáculos. (fases 1 y 2 de ID)

ISBN 978-84-945722-3-4

Por último se prueba en las clases la situación consensuada. Las clases son observadas en su totalidad. Algunas clases resultan filmadas y/o grabadas, para su posterior análisis. (fase 3 de ID)

Secuencia de ingeniería trabajada en una de las clases

Organización de la clase en grupos de 4. Algunos grupos poseen notebook. Otros grupos solo poseen lápiz y papel.

Se propone resolver los siguientes ítems, indicándole que el trabajo puede ser grupal, y que pueden utilizar herramientas informáticas si así lo quisieren: (Extraído de Deriard, Matteucci, Maggiorotti, 2013)

1- *Construir una tabla que contenga los valores de las temperaturas de ebullición de los primeros quince alcanos no ramificados, utilizando como fuente de investigación libros de texto o búsqueda en la web.*
2- *Construir la gráfica que relacione temperaturas de ebullición de los alcanos de la tabla anterior en función del número de átomos de carbono de cada alcano.*
3- *¿A partir de la gráfica, podrían construir una recta que manifieste comportamientos promedio similares a la función original? Puesta en común de las conclusiones.*
4- *Hallar la fórmula matemática de las rectas obtenidas*
5- *Transcribir la tabla que fue confeccionada en el punto 1 agregando una columna donde figuren las temperaturas de ebullición de los alcanos calculadas mediante la ecuación de la recta hallada.*
6- *Analizar cuantitativamente en qué intervalo de números de átomos de carbono del alcano, la ecuación de la recta hallada se aproxima más a la realidad graficada en la curva.*

Análisis de las resoluciones de los alumnos (fase 4 de ID)

Los inconvenientes de índole matemático tal como se había anticipado, suceden a partir del ítem 2 y 3. En el ítem 2, pese a tener conocimiento de graficadores, les resultó complicado completar la matriz de datos para obtener la gráfica pretendida, lo cual indica que, pese a poseer la herramienta informática no fueron capaces de utilizarla en el contexto pedido. En este caso, es importante el trabajo del docente con momentos de devolución continuos.

Quienes recurrieron a la representación en lápiz y papel, encontraron como mayor dificultad la elección de la escala adecuada, para efectuar correctamente la representación solicitada.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Dicha dificultad se presenta en clases de matemática habitualmente pero se sortea dando rangos de variabilidad discretos, mientras que en el caso señalado se acentúa debido a que el rango de valores a representar era muy amplio. Los docentes tuvieron dificultades en el momento de asesorar sin dar la respuesta pues estaban acostumbrados a responder sin dar la posibilidad de explorar y equivocarse.

Pese a este tipo de dificultades, una vez reconocida la misma, los docentes orientaban mediante preguntas para llegar a la resolución como por ejemplo: ¿recurriste al tutorial para resolver? ¿Cómo adaptarías los datos de tu tabla al uso del papel milimetrado? ¿Es posible utilizar la misma escala para ambas variables? ¿Cómo lo justificarías? En este proceso de devolución, se observó que luego de las orientaciones, los alumnos lograban avanzar efectivamente en sus respuestas.

Durante la resolución del ítem 3,teniendo en cuenta las respuestas presentadas en el ítem anterior, los alumnos que graficaron con graficador se encontraron con la dificultad de no recordar cómo utilizar dicho recurso, a lo que el docente vuelve a insistir con las preguntas orientadoras expresadas anteriormente; mientras que la mayor dificultad la encuentran los alumnos que trabajan manualmente ya que deben aproximar las áreas debajo y encima de la curva para lograr una recta promedio que "mantenga" los valores aproximados, cosa que con el método informático no sucede debido a que el software provee una herramienta adecuada para resolver sin dificultad.

Durante la puesta en común de las conclusiones, los alumnos que trabajaron con graficadores concluyen que todos pudieron obtener la misma recta mientras que los que resolvieron manualmente observan que se producen variaciones en sus rectas, las que son mostradas en la pizarra, discutiendo sobre el grado de aproximación entre las mismas.

Durante la resolución del ítem 5, aquellos alumnos que trabajaron manualmente, hallando la pendiente mediante el cociente incremental y armando la fórmula e identificando la ordenada al origen del gráfico, encontraron una posible solución, aunque en algunos casos podía diferir la ecuación de la recta hallada al surgir ella de diferente gráfico de recta. Aquellos alumnos que utilizaron graficadores no tuvieron mayores dificultades ya que el mismo software les proporcionó la ecuación.

ISBN 978-84-945722-3-4

El ítem 6 fue resuelto sin dificultad mientras que las dificultadas presentadas en el ítem 7 fueron de no interpretar la consigna, no identificar métodos posibles de resolución, requiriendo la intervención del docente indicando que recuerden los conceptos de error absoluto, relativo y porcentual; a la vez que debe hacerlo en la pizarra. Pasado este bloqueo, los alumnos resuelven sin dificultad.

Se realiza luego la puesta en común final en donde efectivamente se puede ver que hay correlación entre la estructura de los alcanos y la temperatura de ebullición, tal como se venía analizando en otras clases. Luego la discusión se centra en la utilidad de herramientas matemáticas e informáticas para enriquecer los conceptos específicos de química.
Debido a la utilización de la ID como metodología de la investigación, recurrimos a diversas estrategias de análisis de la información. En particular, en la última fase de la ingeniería didáctica, denominada Análisis a posteriori y evaluación tuvimos en cuenta el conjunto de datos recolectados a lo largo de la experimentación, es decir, las observaciones realizadas de las secuencias de enseñanza, al igual que las producciones de los estudiantes en el aula o fuera de ella. Estos datos se completaron con otros obtenidos mediante la utilización de metodologías externas: cuestionarios, entrevistas individuales o en pequeños grupos, realizadas durante cada sesión de la enseñanza, entre otros.

Conclusión

De esta experiencia se pueden extraer distintas conclusiones.
Los docentes de química, reticentes en un comienzo a modificar su accionar de clases que involucran conceptos matemáticos, acostumbrados al uso simplemente experimental de dichos conceptos, sin cuestionamientos al interno de la matemática, observan que los alumnos se sienten más motivados ante los desafíos planteados, lo que conlleva a un mejor desarrollo de la clase, aunque más lento que una clase tradicional.
Los docentes manifiestan que los alumnos quedan asombrados de la facilidad y posibilidad de la utilización de conceptos sencillos matemáticos para resolver cuestiones vinculadas a la química, pudiendo fijar sus conocimientos, tanto de matemática, como de química y así reutilizarlos en otros problemas.

ISBN 978-84-945722-3-4

La experiencia permitió a los alumnos de química descubrir y reconocer que poseían una cantidad de información y de saberes que no recordaban poseer. Estos saberes lograron ser recontextualizados correctamente gracias a las preguntas orientadoras utilizadas por el docente durante el proceso de devolución.

Los docentes de química se manifestaron conformes con los resultados obtenidos, con las estrategias de trabajo derivadas de la TSD, no así con el tiempo de enseñanza. Al finalizar la experiencia indicaron que se "pierde mucho tiempo de clase" en el trabajo de acuerdo a la TSD.

En lo concerniente a la medición de la deserción aún está en proceso, por lo que este interrogante no fue aún posible de responder.

En lo particular, creemos que es importante brindar herramientas, desde la didáctica de la matemática, a los docentes de otras asignaturas, para proveer de significado dichas herramientas facilitando así la incorporación de los conocimientos vinculados a otras áreas del saber, en este caso, química.

Bibliografía

Artigue, M. (1994) Didactical engineering as a framework for the conception of teaching products. En Bielher & al. (Eds.). Didactics of mathematics as a scientific discipline, 27-39. DordrechtKluwer Academic

Brousseau, G. (1987) Fundamentos y métodos de la Didáctica de la matemática Universidad de Bordeaux. Francia

Chevallard, I. (1997). La transposición didáctica. Aique. Buenos Aires

Deriard A, Maggiorotti, F, Matteucci, C. (2013).Matemática y Química, una integración posible en Retos y Perspectivas en la enseñanza de las ciencias. Educación Editora. Vigo. España

Panizza, M. (2005) Conceptos básicos de la Teoría de Situaciones Didácticas, en Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y primer ciclo de la EGB. Paidos. Buenos Aires

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-323

USO DEL GEOGEBRA EN UN PROBLEMA DE GEOMETRÍA EN PRIMER AÑO DE LA UNIVERSIDAD

Carlos Berejnoi – Florencia María Alurralde – José Vicente Giliberti
berejnoi@gmail.com – florencialurralde@gmail.com – gilijv@gmail.com
Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Salta (U.N.Sa.)
Consejo de Investigación de la U.N.Sa., Argentina

Núcleo temático: I. Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos
Modalidad: CB
Nivel educativo: 7. No específico (Universitario)
Palabras clave: Articulación Horizontal, Geometría, Geogebra

Resumen

En este trabajo se presenta una propuesta de actividad de articulación horizontal entre dos asignaturas del primer cuatrimestre del primer año de las carreras de la Facultad de Ingeniería de la UNSa: Álgebra Lineal y Geometría Analítica (ALGA) y Análisis Matemático I (AMI). El cálculo de áreas de figuras geométricas planas es un contenido que puede ser desarrollado utilizando tanto los conceptos de la geometría clásica escolar integrado a AMI, como los del álgebra vectorial perteneciente a ALGA. La actividad de articulación consiste en aplicar los dos marcos para demostrar la relación que existe entre el área de un cuadrilátero inscripto en un rectángulo y el área de este último cuando se cumple cierta condición. Como refuerzo, se aprovecha la característica dinámica del software Geogebra para integrar dichos entornos, facilitar la visualización de la situación planteada y verificar el resultado obtenido.

1. Introducción

Las asignaturas Álgebra Lineal y Geometría Analítica (ALGA) y Análisis Matemático I (AMI) corresponden al primer cuatrimestre del primer año del plan de estudio de las carreras de Ingeniería de la UNSa. Es política de la Facultad, además de ser una recomendación de los actuales procesos de acreditación, favorecer la articulación horizontal y vertical entre las asignaturas de la carrera según lo establecido en el Convenio de Articulación de las Universidades Nacionales del NOA, para el CICLO COMÚN ARTICULADO (CCA), aprobado por el Consejo Directivo, mediante Resolución Nº 693/04 y por el Consejo Superior mediante Resolución Nº 701/04.

ISBN 978-84-945722-3-4

Esta propuesta, se articula con el Proyecto del Consejo de Investigación de la U.N.Sa. (CIUNSa) Nº 2386 que incluye el uso de las TIC, en particular del software de geometría dinámica Geogebra, en la asignatura ALGA. Además de alentar a los estudiantes a utilizar este software con el fin de validar procedimientos y resultados; ambas asignaturas lo incorporan en sus clases (tanto teóricas como prácticas) y en la plataforma Moodle mediante la inclusión de actividades que contribuyen a reforzar y reflexionar sobre los contenidos, así como también obtener la visualización gráfica del problema, la elaboración de conjeturas y la verificación de resultados de la situación problemática.

El problema elegido para la propuesta de actividad de articulación se refiere al cálculo del área de un cuadrilátero inscripto en un rectángulo. Su planteo posibilita el abordaje analítico desde las dos asignaturas, a partir de la geometría básica utilizada en AMI, y desde el álgebra vectorial trabajada en ALGA.

2. Objetivo

Articular un contenido común a ALGA y AMI, mediante la realización de una actividad de cálculo de áreas complementada con el uso del software de geometría dinámica Geogebra como herramienta integradora.

3. Marco teórico

Desde el punto de vista de AMI el abordaje del problema elegido para la propuesta de articulación se refiere al uso de conceptos básicos de geometría y el cálculo de áreas de figuras geométricas planas elementales. Particularmente, el área de un cuadrilátero inscripto en un rectángulo se puede obtener como el área del rectángulo menos la sumatoria de las áreas de cuatro triángulos; o bien como la suma de las áreas de los dos triángulos que conforman el cuadrilátero. Para resolver el problema, se pone en juego conocimientos básicos de geometría (como reconocer figuras, calcular sus áreas) y estrategias para obtener los datos necesarios para el cálculo.

Desde la mirada de ALGA, la resolución de un problema geométrico como el elegido, se puede encarar empleando conceptos del álgebra vectorial, es decir utilizando vectores geométricos, permitiendo familiarizar al estudiante no sólo con el lenguaje propio de la

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Física, sino también con los conceptos abstractos del álgebra lineal como espacios vectoriales, aplicaciones lineales, etc.

"…estudiaremos los vectores, su aritmética y su geometría, porque desempeñan un papel importante en matemáticas, física, ingeniería, procesamiento de imágenes, gráficas computarizadas y en muchos otros campos de la ciencia y de la vida cotidiana.

En el plano y en el espacio los vectores tienen existencia doble: son a la vez objetos algebraicos y geométricos. Este tipo de dualidad nos permite estudiar la geometría con métodos algebraicos…" (Nakos y Joyner, 1999).

La resolución del mismo problema desde los dos enfoques antes indicados se complementa con el software Geogebra.

El estudio de la Geometría con el apoyo del Geogebra hace posible que el estudiante trabaje de manera autónoma, construya conjeturas y valide resultados obtenidos a partir de la resolución de problemas con lápiz y papel (Sánchez Rosal, 2012).

"A diferencia de otros software de matemáticas, la geometría dinámica fue destinada desde su origen a la enseñanza, por lo que se reconoce fácilmente su vocación didáctica y se resaltan sus potencialidades en la enseñanza..." (Acosta Gempeler, 2005).

"….podría ser valioso considerar que la pantalla del programa permite construir una figura, o si se quiere una serie de figuras que se obtienen en forma dinámica por la variación de ciertos elementos, que permita establecer una conjetura. Estamos queriendo decir que de algún modo, el dibujo se ha transformado en una "figura de análisis" que permite explorar la situación pero cuyas respuestas posiblemente las hallemos fuera de la pantalla…" (Bifano y Lupinacci, 2012).

4. Actividades a proponer

1- Demostrar que un cuadrilátero inscripto en un rectángulo, tiene la mitad del área de éste si un par de vértices opuestos del cuadrilátero determinan un segmento paralelo a un lado del rectángulo:
   a) Utilizando geometría clásica
   b) A partir del álgebra vectorial

2- Abordar el problema anterior utilizando Geogebra.

ISBN 978-84-945722-3-4

5. Desarrollo

5.1 Cálculo del área del cuadrilátero a partir del cálculo del área del rectángulo y de los triángulos interiores

Al inicio se trabaja de la manera acostumbrada en las clases prácticas (con papel y lápiz) realizando un modelo de la situación planteada y explicitando cada uno de los elementos que intervienen en el mismo.

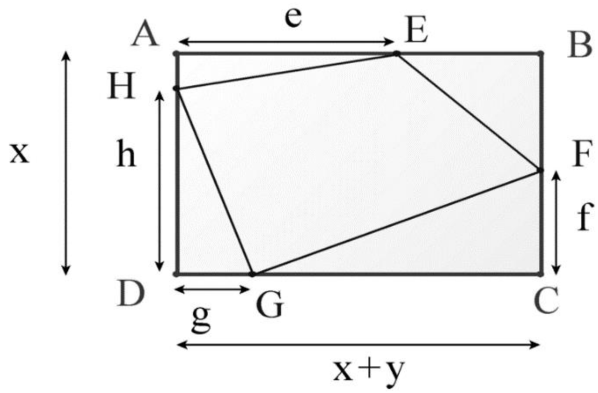


Figura 1. *Gráfica que representa la situación problemática y los elementos utilizados en la resolución desde la geometría básica.*

El siguiente paso consiste en identificar las áreas intervinientes indicando su correspondiente denominación. Así:

Área del rectángulo ABCD = A_1

Área del cuadrilátero EFGH = A_2

Área del triángulo AEH = T_1

Área del triángulo EBF = T_2

Área del triángulo FCG = T_3

Área del triángulo HDG = T_4

Las fórmulas de cálculo utilizadas son:

$$A_1 = x(x+y) = x^2 + xy \tag{1}$$

$$A_2 = \sum_{i=1}^{4} T_i \tag{2}$$

$$T_1 = \frac{e.(x-h)}{2} \tag{3}$$

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

$$T_2 = \frac{(x+y-e)\,.\,(x-f)}{2} \tag{4}$$

$$T_3 = \frac{f\,.\,(x+y-g)}{2} \tag{5}$$

$$T_4 = \frac{g\,.\,h}{2} \tag{6}$$

$$A_2 = \frac{e(x-h)+(x+y-e)(x-f)+f(x+y-g)+gh}{2} \tag{7}$$

Operando y simplificando:

$$A_2 = \frac{x^2+xy+(f-h)(e-g)}{2} \tag{8}$$

Si $f = h$ o $e = g$, resulta:

$$A_2 = \frac{x^2+xy}{2} = \frac{A_1}{2} \tag{9}$$

En esta última igualdad se observa que cuando se cumple la condición de que dos vértices del cuadrilátero determinan un segmento paralelo a dos lados del rectángulo, el área del cuadrilátero inscripto es la mitad del área del rectángulo.

5.2 Cálculo del área del cuadrilátero usando álgebra vectorial sintética

Nuevamente se realiza una interpretación gráfica de la situación y se identifican los elementos puestos en juego.

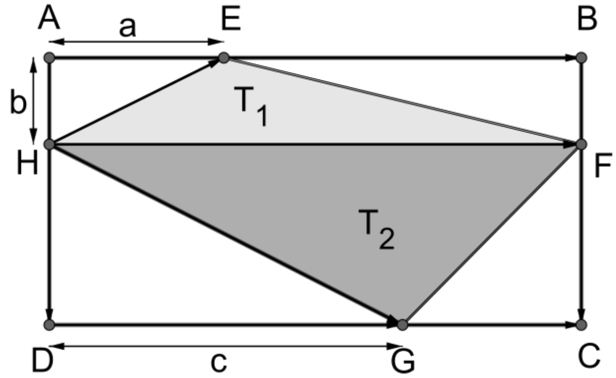


Figura 2. *Gráfica que representa la situación problemática y los elementos utilizados en la resolución desde el álgebra vectorial.*

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Área del rectángulo ABCD = $\left| \overrightarrow{AB} \text{ x } \overrightarrow{AD} \right|$ (10)

Área del cuadrilátero EFGH = área del triángulo T1 + área del triángulo T2 (11)

Área de T_1 = $\frac{1}{2}\left| \overrightarrow{HE} \text{ x } \overrightarrow{HF} \right| = \frac{1}{2}\left| \left(b\ \overrightarrow{DA} + a\ \overrightarrow{AB}\right) \text{ x } \overrightarrow{HF} \right|$ (12)

Pero si los puntos H y F determinan un segmento paralelo al lado AB, entonces $\overrightarrow{HF} = \overrightarrow{AB}$

Área de T_1 = $\frac{1}{2}\left| \left(b\ \overrightarrow{DA} + a\ \overrightarrow{AB}\right) \text{ x } \overrightarrow{AB} \right| = \frac{1}{2}\left| \mathrm{b}\left(\overrightarrow{DA} \text{ x } \overrightarrow{AB}\right) + \mathrm{a}\left(\overrightarrow{AB} \text{ x } \overrightarrow{AB}\right) \right| =$

$$= \frac{1}{2}\left| \mathrm{b}\ \left(\overrightarrow{DA} \text{ x } \overrightarrow{AB}\right) \right| = \frac{1}{2}\mathrm{b}\ \left| \overrightarrow{DA} \text{ x } \overrightarrow{AB} \right| = \frac{1}{2}\ \cdot \mathrm{b}\ \cdot\ \text{área ABCD} \quad (13)$$

Área de T_2 = $\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{HG} \text{ x } \overrightarrow{HF}\right| = \frac{1}{2}\left|(1-\mathrm{b})\ \left(\overrightarrow{AD} + \mathrm{c}\overrightarrow{DC}\right) \text{ x } \overrightarrow{HF}\right| =$ (14)

Área de T_2 = $\frac{1}{2}\left| \left[(1-b)\ \overrightarrow{AD} + c\ \overrightarrow{DC}\ \right] \text{ x } \overrightarrow{AB} \right| =$

$$= \frac{1}{2}\left| \left[(1-\mathrm{b})\ \left(\overrightarrow{AD} \text{ x } \overrightarrow{AB}\ \right) + \mathrm{c}\ \left(\overrightarrow{AB} \text{ x } \overrightarrow{AB}\right)\ \right] \right| =$$

$$= \frac{1}{2}\left| \left[(1-b)\ \left(\overrightarrow{AD} \text{ x } \overrightarrow{AB}\right)\ \right] \right| = \frac{1}{2}(1-b)\ \left|\overrightarrow{AD} \text{ x } \overrightarrow{AB}\right| = \frac{1}{2}(1-b)\ .\ \text{Área ABCD} \quad (15)$$

Área de T_1 + Área de T_2 = $\frac{1}{2}$ b. Área ABCD + $\frac{1}{2}$ (1– b). Área ABCD (16)

Área de EFGH = $\frac{1}{2}$ Área ABCD (17)

5.3 Planteo y resolución del problema con Geogebra

Las actividades a realizar con Geogebra empleando el enfoque vectorial son las siguientes.

1. Se construye un rectángulo de dimensiones variables.
2. Se construye un cuadrilátero inscripto en el rectángulo. Para ello se elige un punto de cada lado del rectángulo.
3. Se calcula las áreas del rectángulo y del cuadrilátero con los comandos adecuados.
4. Se insertan etiquetas de texto para visualizar los valores calculados en el punto anterior.
5. Se repiten los pasos 2 y 3 moviendo los puntos de los lados de manera que se cumpla la condición indicada en el enunciado del problema.

ISBN 978-84-945722-3-4

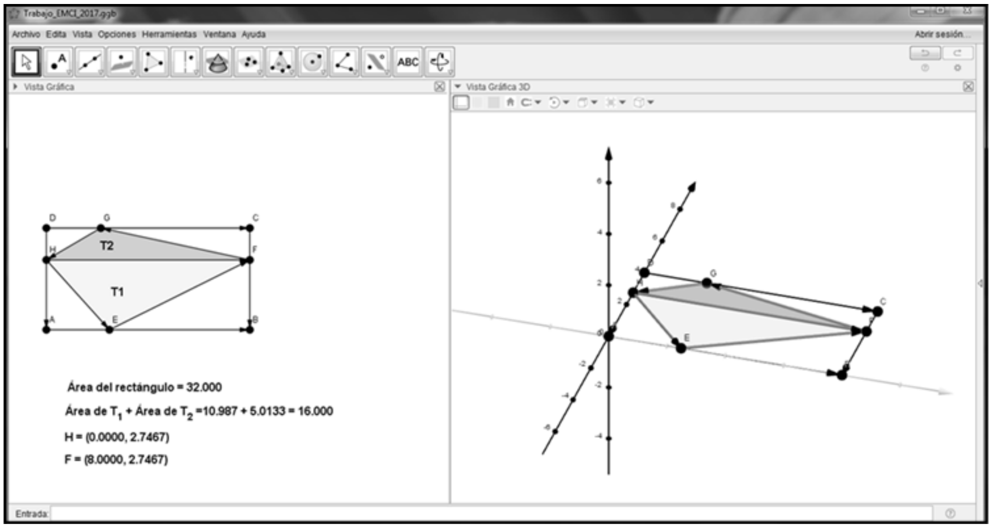


Figura 3. *Gráfica que representa la situación problemática y los elementos utilizados en la resolución desde el álgebra vectorial.*

Se observa en la pantalla indicada en la Figura 3 que con la condición solicitada el área del cuadrilátero es la mitad del área del rectángulo.

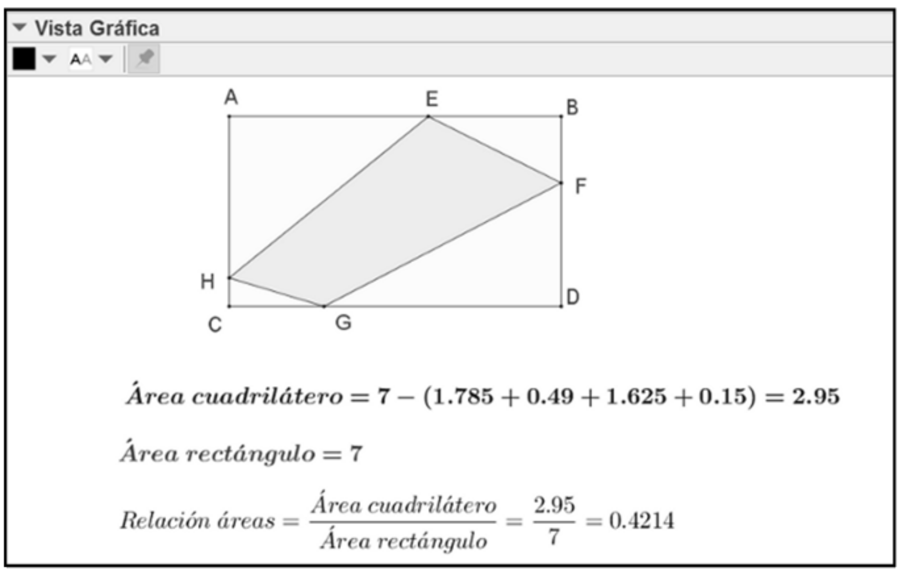


Figura 4. *Vista gráfica del Geogebra en la resolución propuesta por AMI en el caso general.*

ISBN 978-84-945722-3-4

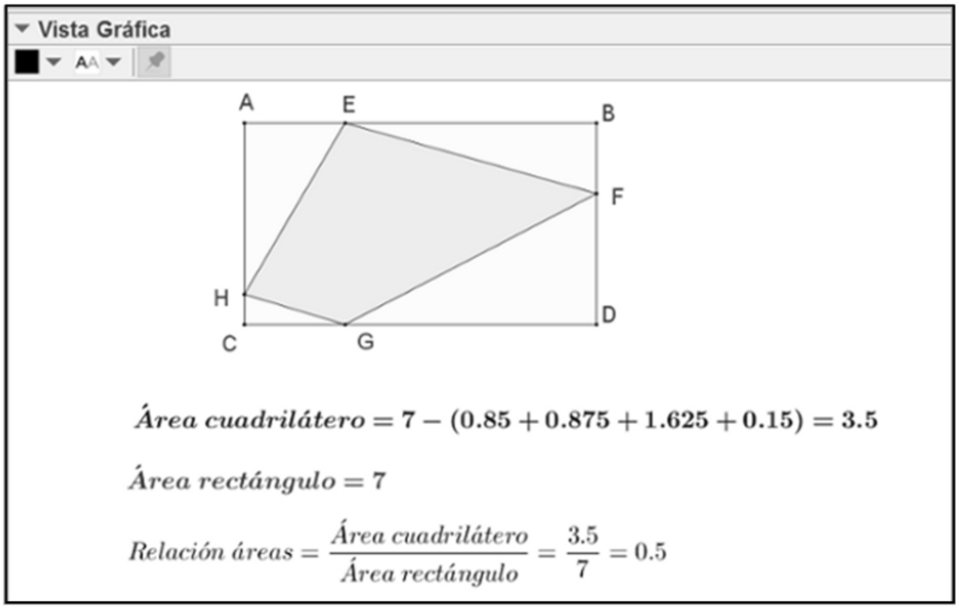


Figura 5. *Vista gráfica del Geogebra en la resolución propuesta por AMI cuando se cumple la condición que dos extremos del cuadrilátero se encuentren en un segmento paralelo a un par de lados del rectángulo.*

6. Conclusiones

La resolución de la situación problemática elegida utilizando conceptos de las dos asignaturas puede contribuir a la articulación horizontal de contenidos y favorecer la comprensión del tema.

Geogebra se utiliza como herramienta integradora de ambos enfoques y para verificar el resultado obtenido. Su característica dinámica permite ajustar la situación problemática a diversas posibilidades que conducen a casos particulares. Así el hecho que el área del cuadrilátero sea la mitad que la del rectángulo no es una conjetura a priori evidente para el estudiante.

Es importante resaltar que el uso de las herramientas informáticas, en especial el Geogebra, no debe permitir perder de vista la necesidad de conocer los objetos matemáticos y las propiedades geométricas implícitas, sino que debe servir para una integración de las prácticas de enseñanza. De allí la importancia de resolver el problema primero analíticamente desde las dos formas planteadas.

ISBN 978-84-945722-3-4

Referencias

Acosta Gempeler, M. E. (2005). Geometría experimental con Cabri: una nueva praxeología matemática. Revista Educación Matemática. 3 (27), 121-140.

Bifano, F.; Lupinacci, L. (2012). *Misión posible, ¿una construcción imposible?* En: R. Ferragina (Ed), GeoGebra entra al aula de Matemática, Capítulo 3, pp. 46. Buenos Aires: Ediciones Espartaco.

Nakos, G.; Joyner, D. (1999). *Álgebra con aplicaciones*. Ed. Thomson.

Sánchez Rosal, A. (2012). Incorporación de las TICs en el aprendizaje de la matemática en el sector universitario. Revista de Educación Matemática. 27(3), 23-38. Unión Matemática Argentina. Facultad de Matemática, Astronomía y Física. Universidad Nacional de Córdoba.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-325

TEORIA APOS: UM MODELO COGNITIVO PARA A COMPREENSÃO DO CONCEITO DE DERIVADA FRACA

Janice Rachelli – Vanilde Bisognin
janicerachelli@gmail.com – vanildebisognin@gmail.com
Universidade Federal de Santa Maria, Brasil.
Centro Universitário Franciscano, Brasil.

Núcleo temático: Ensino e aprendizagem de matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais
Modalidade: CB
Nível educativo: Terciário/Formação e atualização de ensino
Palavras-chave: Teoria APOS; Cálculo; Derivada fraca.

Resumo

O presente estudo é parte de uma pesquisa em andamento e tem por objetivo analisar como se dá a compreensão do conceito de derivada fraca por estudantes brasileiros de um curso de mestrado de um programa de pós-graduação em ensino de ciências e matemática, utilizando a teoria APOS como referencial teórico e metodológico. Na análise teórica, elaborou-se a decomposição genética, em que foram descritas as possíveis construções mentais utilizadas pelo estudante, a fim de desenvolver a compreensão sobre o conceito de derivada fraca. Para a construção do conceito, foram organizadas situações de ensino compostas por atividades que tratam de problemas matemáticos que geraram a necessidade da derivada fraca e atividades que envolvem a construção desse conceito. As situações de ensino foram desenvolvidas em sala de aula, tendo como base o ciclo de ensino ACE. Os resultados obtidos, por meio dos registros dos alunos e das observações anotadas no diário de campo, indicam que os estudantes desenvolveram mecanismos mentais de abstração reflexionante que possibilitaram a construção das estruturas mentais de ação, processo e objeto e que as atividades propostas facilitaram a compreensão do conceito de derivada fraca.

Introdução

A derivada fraca é um conceito que foi introduzido por Serguei L. Sobolev (1908-1989), em 1936, tendo como motivação a fórmula de integração por partes. Esse conceito surgiu da necessidade de desenvolver uma análise matemática em que a noção de derivada não mais seja local, como a proposta por Isaac Newton (1643-1727) e Gottfried W. Leibniz (1646-1716), mas sim tenha uma noção global e que possa ser utilizada no estudo de problemas e teorias associadas a equações diferenciais parciais.

A compreensão do conceito de derivada tem sido tema de pesquisas na área de Educação Matemática, em que diversos enfoques teóricos e metodologias vêm sendo utilizados, tendo como objetivo sanar as dificuldades observadas em sala de aula nas disciplinas de Cálculo e Equações Diferenciais e auxiliar os alunos na construção dos conceitos matemáticos. Essas dificuldades referem-se ao conceito de derivada clássica - definida pelo limite da razão incremental - e estão associadas a dificuldades que dizem respeito à formação básica, dificuldades em relacionar as representações analítica e gráfica da derivada, além da compreensão do conceito e suas diversas interpretações. A maioria dessas pesquisas evidencia a necessidade de realização de novas pesquisas como forma de investigar estratégias e alternativas para o ensino da derivada, de maneira que o estudante possa compreender e dar sentido aos conceitos e procedimentos como forma de contribuir para a construção do conhecimento matemático. Essas dificuldades e indicações de novas pesquisas podem ser encontradas, por exemplo, nos estudos de Asiala, Cottrill, Dubinsky & Schwingendorf (2001), García, Gavilán & Llinares (2012) e Vega, Carrillo & Soto (2014).

Além do mais, pesquisas que tratam das dificuldades inerentes aos próprios conceitos (Silva, 2011) e as que ultrapassam os primeiros tópicos do Cálculo, como as que envolvem o cálculo de várias variáveis e equações diferenciais (Rasmussen, Marrongelle & Borba, 2014), são indicadas como fonte de questões a serem investigadas.

Nesse sentido, o presente estudo, que é parte de uma pesquisa em andamento, tem como objetivo analisar como se dá a compreensão do conceito de derivada fraca por estudantes de um curso de mestrado e utiliza o modelo cognitivo APOS para analisar se os estudantes constroem mecanismos de abstração reflexionante e estruturas mentais que favoreçam a compreensão desse conceito.

Referencial teórico

O modelo cognitivo APOS (*Action-Process-Object-Schema*), desenvolvido por Ed Dubinsky e seus colaboradores, é o referencial teórico utilizado na pesquisa. Essa teoria foi desenvolvida a partir das ideias de Piaget (1995) sobre a abstração reflexionante e vem sendo utilizada por pesquisadores como forma de conhecer as dificuldades dos alunos no que se refere aos conceitos matemáticos do ensino superior e analisar as construções mentais

ISBN 978-84-945722-3-4

utilizadas na aprendizagem, além de propor atividades de ensino que contribuam para a compreensão dos conceitos.

A teoria APOS tem como base as estruturas mentais: ação, processo, objeto e esquema e os mecanismos mentais de abstração reflexionante: interiorização, coordenação, encapsulação, generalização e reversibilidade. A compreensão de um conceito matemático começa com a manipulação de objetos mentais ou físicos para formar ações; ações são então interiorizadas para formar processos, os quais são então encapsulados para formar objetos. Os objetos podem ser desencapsulados e voltar a serem processos dos quais eles foram formados. Finalmente, ações, processos e objetos podem ser organizados em esquemas (Arnon et al., 2014).

Metodologia

A metodologia utilizada no desenvolvimento desta pesquisa é de natureza qualitativa (Creswell, 2014), sendo empregada a metodologia de pesquisa proposta pela teoria APOS (Arnon et al., 2014) e composta por três componentes:

- Análise teórica – elaboração da decomposição genética do conceito matemático. A decomposição genética é um modelo hipotético que descreve as estruturas e os mecanismos mentais que um estudante precisa construir para aprender um conceito matemático específico.
- Planejamento e implementação – elaboração de situações de ensino a serem desenvolvidas em sala de aula, baseadas na análise teórica e tendo como metodologia de ensino o ciclo de ensino ACE, que consiste em três componentes: (A) Atividades; (C) Discussão em classe e (E) Exercícios.
- Coleta e análise dos dados – desenvolvimento das situações de ensino e análise dos dados obtidos, como forma de determinar se os alunos fizeram as construções mentais indicadas pela decomposição genética e avaliar a compreensão do conceito pelos estudantes.

A análise dos dados foi realizada a partir dos registros dos alunos nas atividades propostas nas situações de ensino e as anotações no diário de campo.

Os participantes desta pesquisa são cinco estudantes de um curso de mestrado, de um programa de pós-graduação em ensino de ciências e matemática, de uma universidade

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

brasileira, matriculados no segundo semestre de 2016, na disciplina de Fundamentos de Cálculo Diferencial e Integral, a qual contempla tópicos de derivada, integral e equações diferenciais. Os estudantes, que denominaremos por E1, E2, E3, E4 e E5, são licenciados em Matemática e cursaram na graduação disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral e Equações Diferenciais.

Análise teórica

Para a elaboração da decomposição genética, utilizamos livros de Equações Diferenciais Parciais, nos quais o conceito de derivada fraca é introduzido, como por exemplo, o dos autores Medeiros e Miranda (1988) e tivemos por base a decomposição genética para a derivada (Asiala, Cottrill, Dubinsky & Schwingendorf, 2001; García, Gavilán & Llinares, 2012; Vega, Carrillo & Soto, 2014). A decomposição genética preliminar ficou assim constituída:

PRÉ-REQUISITOS:

O estudante deve ter conhecimentos sobre:

- a diferenciabilidade de uma função;
- a integral de uma função;
- o cálculo da integração por partes;
- a definição de função com suporte compacto.

ESQUEMA DA DERIVADA FRACA:

- AÇÃO: Ação de substituir a função para obter sua derivada fraca. Ação de calcular a integração por partes e substituir os limites de integração.
- PROCESSO: Interiorização das ações descritas anteriormente e formação de um processo para obter, a partir do cálculo da integração por partes, a derivada fraca. Coordenação do processo de calcular a integração por partes para obter a derivada fraca da função. Coordenação do esquema da derivada clássica com o esquema da derivada fraca.
- OBJETO: Encapsulação do processo de obter a derivada fraca a partir do cálculo da integração por partes. A partir da estrutura dinâmica – o processo de calcular a integral por partes - obtém-se a definição do objeto matemático, ou seja, a derivada fraca da função. Generalização do esquema da função com sua derivada fraca.

ISBN 978-84-945722-3-4

- ESQUEMA: Todas as ações, processos, objetos e outros esquemas que estão ligados na mente do indivíduo e que permitem a resolução de um problema, fazem parte da construção do esquema da derivada fraca.

Planejamento e implementação

Para a derivada fraca, foram elaboradas situações de ensino compostas por três atividades. A primeira trata sobre soluções de equações diferenciais, a segunda, sobre a solução da equação da onda para pequenas vibrações de uma corda elástica por meio dos modelos de D'Alembert e do obtido via princípio de Hamilton, com ênfase às condições sobre diferenciabilidade exigidas para a solução e a terceira atividade, que trata do conceito de derivada fraca. Essas atividades foram planejadas de forma que o aluno compreenda que no estudo de problemas e teorias associadas a equações diferenciais parciais, surge a necessidade de desenvolver uma análise matemática em que a noção de derivada não mais seja local, ou seja, definida em um determinado ponto, mas sim, tenha uma noção global e que esta análise envolve o conceito de derivada fraca.

Coleta e análise dos dados

A coleta de dados se deu por meio do desenvolvimento das situações de ensino, em sala de aula, na disciplina de Fundamentos de Cálculo Diferencial e Integral, perfazendo um total de 10 horas/aula. Para cada um dos tópicos trabalhados, a professora pesquisadora, fornecia as explicações necessárias para que os alunos percebessem como o conceito de derivada fraca foi introduzido na Matemática, além de esclarecer dúvidas e formalizar os conceitos matemáticos necessários à compreensão do conceito de derivada fraca. As atividades foram desenvolvidas com os alunos dispostos em dois grupos, um com dois e outro com três alunos, ou ainda, no grupo como um todo, em que eles tiveram a oportunidade de discutir e reflexionar com os colegas e a professora pesquisadora para, a partir daí, resolver os exercícios propostos nas atividades, a fim de auxiliá-los no desenvolvimento das construções mentais sugeridas pela decomposição genética.

Apresentamos, a seguir, a análise dos dados referentes à terceira atividade, a qual está diretamente relacionada ao conceito de derivada fraca. Esta atividade apresenta, inicialmente, a definição da derivada fraca que foi amplamente discutida com os alunos e, após, exercícios em que os estudantes devem responder questões sobre a derivada clássica e a derivada fraca

ISBN 978-84-945722-3-4

de funções e comparar os resultados obtidos. A Figura 1 apresenta o enunciado dos exercícios 1 e 2 desta atividade.

Exercício 1. Consideremos a função $f(x) = |x|$, $x \in (-1,1)$.

a) A função f é derivável no sentido clássico? Por quê?

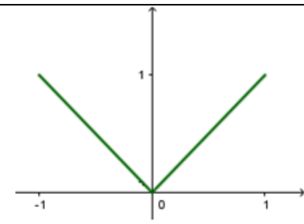


Gráfico de $f(x) = |x|$, $x \in (-1,1)$.

b) A função f é derivável no sentido fraco? Qual é a sua derivada fraca?

c) Qual é o gráfico da derivada fraca de f?

d) O que você pode concluir quanto aos resultados obtidos em (a) e (b)?

Exercício 2. Agora, consideremos $f(x) = x^2$.

a) Esta função é derivável no sentido clássico? Qual é a derivada de f?

b) Qual é a derivada fraca de f?

c) O que você pode concluir quanto aos resultados obtidos em (a) e (b)?

d) Se uma função é derivável no sentido clássico, ela é derivável no sentido fraco? Vale a recíproca? Justifique.

Figura 1 – Exercícios 1 e 2.

Todos os estudantes indicaram, em suas respostas, que a função $f(x) = |x|$ não é derivável no sentido clássico, justificando que o gráfico da função “apresenta bico” (Alunos E2, E3 e E4) e/ou, que “não existe reta tangente no ponto $x = 0$” (Alunos E1, E2, E4 e E5) e, portanto, “não existe derivada em $x = 0$” (Aluno E3), “não é uma função derivável no sentido clássico” (Aluno E4) ou “a função não é diferenciável no ponto 0” (Aluno E5). Acreditamos que, porque o gráfico $f(x) = |x|$ faz parte do enunciado no Exercício 1(a), os alunos fizeram a interpretação da derivada como a inclinação da reta tangente, demonstrando que o esquema da derivada foi utilizado para justificar o motivo de a função não ser derivável em $x = 0$.

No Exercício 2, todos os estudantes responderam que a função $f(x) = x^2$ possui derivada e sua derivada é igual a $f'(x) = 2x$. Isso mostra que os alunos compreenderam as condições de diferenciabilidade e utilizaram o esquema da derivada clássica para responder corretamente a questão.

Para responder a questão (b) dos exercícios 1 e 2, todos os estudantes partiram do conceito de derivada fraca, dado pela equação integral $\int_a^b f(x)\varphi'(x)dx = -\int_a^b w(x)\varphi(x)dx$; substituíram, em cada um dos exercícios, a função dada, considerando o intervalo $(-1,1)$ no

ISBN 978-84-945722-3-4

Exercício 1 e o intervalo (a, b), genérico, no Exercício 2 e tomando φ como função auxiliar, que é diferenciável e de suporte compacto nestes intervalos.

A Figura 2 mostra a solução obtida pelo Aluno E2 para o Exercício 1(b), e a Figura 3, a solução apresentada pelo Aluno E4 para o Exercício 2(b).

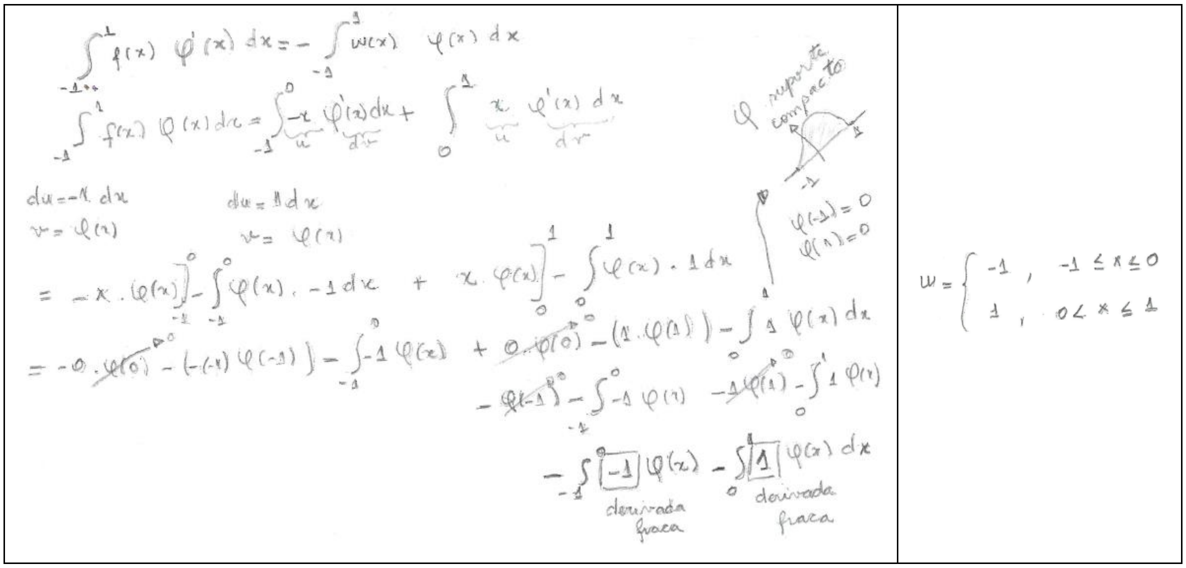


Figura 2 – Resposta do Aluno E2 ao Exercício 1(b).

As respostas fornecem evidências de que os estudantes desenvolveram estruturas mentais de ação e coordenaram o esquema da função e dos intervalos; utilizaram o processo de integração por partes, o teorema fundamental do cálculo e o fato de φ ter suporte compacto para realizar o cálculo e, por meio da interiorização e encapsulação, obtiveram a derivada fraca da função considerada.

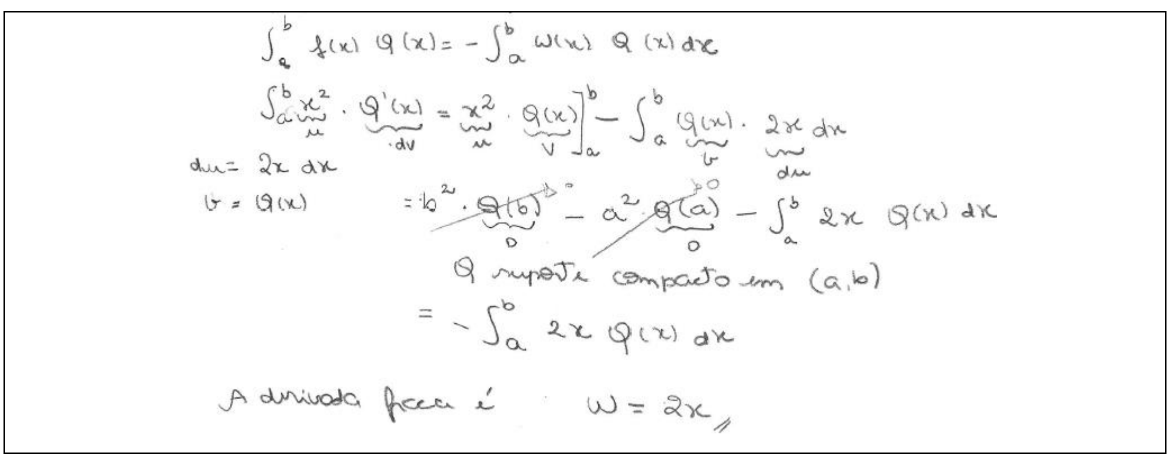


Figura 3 – Resposta do Aluno E4 ao Exercício 2(b).

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Podemos observar que ambos os estudantes identificaram a função w como a derivada fraca da função f, indicando que os mecanismos mentais de abstração reflexionante de encapsulação e generalização permitiram a construção do objeto matemático: derivada fraca. Ao responderem as questões dos exercícios 1(d) e 2(c), todos os alunos observaram que a função $f(x) = |x|$ não é derivável no sentido clássico, mas possui derivada no sentido fraco e que a função $f(x) = x^2$ possui derivada clássica e derivada fraca e ambas são iguais. A Figura 4 mostra a resposta elaborada pelo Aluno E3 ao Exercício 1(d).

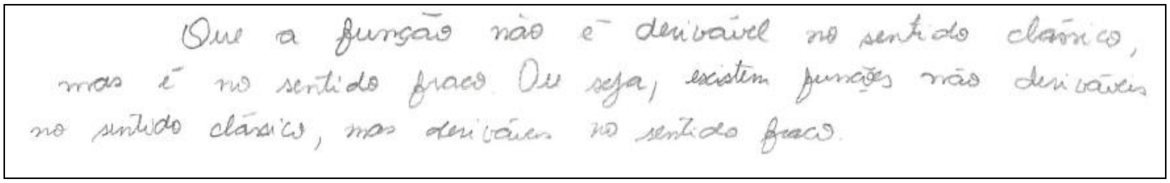

Que a função não é derivável no sentido clássico, mas é no sentido fraco. Ou seja, existem funções não deriváveis no sentido clássico, mas deriváveis no sentido fraco.

Figura 4 – Resposta do Aluno E3 ao Exercício 1(d).

No Exercício 2(d), todos os alunos responderam que, se uma função possui derivada clássica, terá derivada fraca e que a recíproca não é verdadeira.

Observamos que a compreensão sobre a diferenciabilidade de uma função no sentido clássico e no sentido fraco ficou clara a todos os estudantes e acreditamos que as atividades propostas, que têm por base a decomposição genética, favoreceram a compreensão, como também a compreensão sobre o conceito de derivada fraca. Além do mais, dificuldades, que foram anotadas no diário de campo, foram observadas em sala de aula na medida em que os alunos resolviam os exercícios. Para a derivada fraca, essas dificuldades dizem respeito, principalmente, à forma de justificar os resultados obtidos.

Considerações finais

Apresentamos aqui resultados preliminares sobre uma pesquisa em andamento. Esses resultados indicam que, mediante o modelo cognitivo, baseado na teoria APOS, foi possível a construção de mecanismos e estruturas mentais pelos alunos que possibilitaram a compreensão do conceito de derivada fraca. Salientamos que a metodologia de ensino utilizada, tendo por base o ciclo de ensino ACE, com o desenvolvimento de atividades, discussões em classe e exercícios, e que as atividades elaboradas a partir da decomposição genética e apresentadas aos alunos, favoreceram a compreensão.

Referências bibliográficas

ISBN 978-84-945722-3-4

Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Fuentes, S. R., Trigueros, M. & Weller, K. (2014). *APOS Theory: A framework for research and curriculum development in Mathematics Education*. New York, NY: Springer.

Asiala, M., Cottrill, J., Dubinsky, E. & Schwingendorf, K. E. (2001). The development of students' graphical understanding of the derivative. Research in Collegiate Mathematics Education, 1-37. http://www.math.kent.edu/~edd/SlopeStudy.pdf/ Consultado 5/03/ 2016.

Creswell, J. W. (2014). *Investigação qualitativa e projeto de pesquisa: escolhendo entre cinco abordagens*. Porto Alegre: Penso.

García, M., Gavilán, J. M. & Llinares, S. (2012). Perspectiva de la práctica del professor de matemáticas de secundaria sobre la enseñanza de la derivada. Relaciones entre la práctica y la perspectiva del professor. Enseñanza de las Ciencias, 30.3, 219-236.

Medeiros, L. A. & Miranda, M. M. (1988). *Introdução aos Espaços de Sobolev e às Equações Diferenciais Parciais*. Rio de Janeiro: Caderno Didático UFRJ.

Piaget, J. (1995). *Abstração reflexionante: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais*. Porto Alegre, RS: Artes Médicas.

Rasmussen, C., Marrongelle, K. & Borba, M. C. (2014). Research on calculus: what do we know and where do we need to go? ZDM Mathematics Education, 46, 507-515.

Silva, B. A. (2011). Diferentes dimensões do ensino e aprendizagem de Cálculo. Educação Matemática Pesquisa, 13(3), 393-413.

Vega, M. A., Carrillo, J. & Soto, J. (2014). Análisis según el modelo cognitivo APOS del aprendizaje construido del concepto de la derivada. Bolema, 28(48), 403-429.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-326

ESTADO DO CONHECIMENTO DE INVESTIGAÇÕES BRASILEIRAS (2001 A 2012): CONCEPÇÕES E ATUAÇÃO DO FORMADOR DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Flávia Cristina Figueiredo Coura – Cármen Lúcia Brancaglion Passos
flaviacoura@ufsj.edu.br – carmen@ufscar.br
Universidade Federal de São João del Rei – Universidade Federal de São Carlos – Brasil

Núcleo temático: VII. Investigación en Educación Matemática.
Modalidade: CB
Nível educativo: 5 Formación y actualización docente
Palavras chave: estado do conhecimento; concepções; práticas; formador de professores de Matemática.

Resumo
Este artigo decorre de uma investigação que analisou 17 pesquisas produzidas em programas de pós-graduação stricto sensu brasileiros das áreas de Educação e de Ensino da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior), defendidas de 2001 a 2012, com resultados sobre o pensamento e a atuação do formador de professores de Matemática. O objetivo é delimitar o conhecimento produzido a respeito das concepções (Thompson, 2010) e das práticas pedagógicas dos docentes da universidade que atuam na Licenciatura em Matemática (Mizukami, 2005) no Brasil. A síntese apresentada, de natureza qualitativa, foi produzida a partir da leitura dos textos completos das três teses de doutorado e das 14 dissertações de mestrado que compõem o corpus de análise. Os resultados apontam que, embora alguns docentes mostrem certa dificuldade em romper com os modelos nos quais foram formados e expressem uma compreensão sobre a formação de professores marcada por suas identidades profissionais de pesquisadores em Matemática, suas práticas indicam algum movimento, ainda que tímido, no sentido de transpor a lógica de uma formação de professores voltada para o conhecimento estritamente matemático dos conteúdos.

Introdução

Este estudo tem o objetivo de delimitar o conhecimento produzido sobre concepções e sobre as práticas pedagógicas de formadores de professores de Matemática. Para isso, se fundamenta nos resultados de 17 pesquisas identificadas no projeto “Mapeamento e estado da arte da pesquisa brasileira sobre o professor que ensina Matemática” – aprovado no Edital de Chamada Universal MCTI/ CNPq nº 014/2014 –, que inventariou 858 dissertações e teses

ISBN 978-84-945722-3-4

produzidas em programas brasileiros de pós-graduação *stricto sensu* das áreas de Educação e Ensino, defendidas de 2001 a 2012.

O termo formador de professores é utilizado para designar todos os docentes da universidade que atuam na licenciatura, os professores das disciplinas de práticas de ensino e estágio supervisionado, os das disciplinas pedagógicas em geral, os das disciplinas específicas de diferentes áreas de conhecimento (Mizukami, 2005). Assim como Thompson (1992), compreende-se concepção como uma estrutura mental que abrange concepções, conceitos, significados, proposições, regras, imagens mentais, preferências e gostos. A atuação do formador, considerada no âmbito da Licenciatura em Matemática, está estritamente relacionada com sua prática pedagógica, entendida como uma prática social complexa, que acontece em diferentes espaço/tempos da instituição de ensino, no cotidiano de professores e alunos nela envolvidos e, de modo especial, na sala de aula, mediada pela interação professor-aluno-conhecimento(Caldeira & Zaidan, 2010).

Para sistematizar o conhecimento produzido sobre as concepções e as práticas do formador de professores de Matemática, considerou-se os resultados das investigações obtidos a partir da leitura dos textos completos das 14 dissertações de mestrado (Alonso, 2003; Belo, 2012; Cavalcanti, 2010; Dias, 2012; Ferreira, 2005; Gosmatti, 2010; Komatsu, 2010; Magalhães, 2010; Martines, 2012; Martins, 2012; Momade, 2010; Pinheiro, 2008; Sanches, 2006; Silva, 2007) e das três teses de doutorado (Canoas, 2005; Janzen, 2011; Pamplona, 2009) que compõem o *corpus* de análise (Anexo 1). Por sua natureza qualitativa, este estudo não tem a intenção de generalizar os resultados para indivíduos, locais ou situações além daqueles que foram estudados (Creswell, 2010). Apresenta-se uma caracterização do perfil acadêmico do formador de professores de Matemática, elaborada a partir dos dados dos docentes que participaram dessas pesquisas.

Os formadores de professores de Matemática

O formador de professores de Matemática é o docente da universidade que atua na Licenciatura em Matemática que, no Brasil, é o curso de graduação que forma os professores que ensinam Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Esse

ISBN 978-84-945722-3-4

profissional é entendido como uma figura importante na formação docente na medida em que, durante suas aulas, realiza um trabalho muito parecido com o que o licenciando presenciou quando era aluno na Educação Básica e com o que pode realizar quando for lecionar. Desse modo, é responsável pela formação do professor, mesmo que não tenha essa intenção, pois nos cursos de Licenciatura em Matemática, nas disciplinas

> de Cálculo, Análise ou Álgebra, o futuro professor não apenas aprende uma certa matemática, como é esperado pelo formador, mas aprende também um modo de estabelecer relação com o conhecimento; internaliza também um modo de concebê-lo, de tratá-lo e de avaliá-lo no processo de ensino e aprendizagem. (Oliveira & Fiorentini, 2013, p. 926)

No Brasil, embora já existam formadores pós-graduados nas áreas de Educação ou de Ensino, que se debruçam sobre os campos de conhecimento da Educação Matemática e suas relações com o ensino e aprendizagem da Matemática, eles ainda são minoria. O formador de professores de Matemática típico fez o mestrado e o doutorado em Matemática, passando à docência universitária sem qualquer interlocução com o ofício do professor, mesmo no Ensino Superior (Fiorentini, 2004).

Essa consideração se confirma na análise do perfil de 392 coordenadores de cursos de Licenciatura em Matemática apresentada no Relatório do Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (ENADE), elaborado a partir dos dados de 2014 para a área de Matemática (BRASIL, 2015). Segundo o documento, há uma altíssima concentração (94,1%) de coordenadores cuja graduação foi feita em cursos da área de Ciências Exatas e da Terra, que inclui a Licenciatura em Matemática – embora não identifique quantos fizeram esse curso. As áreas de formação nos cursos de pós-graduação são mais diversificadas do que na graduação, mas a área de Ciências Exatas e da Terra se mantém como aquela em que a maioria dos coordenadores (69,4%) desenvolveu seus estudos, além da área de Ciências Humanas (14,9%) e de Engenharias (7,5%).

Perfil semelhante ao que se observa nos formadores participantes das pesquisas analisadas. Dos 130 docentes, há informações sobre a trajetória acadêmica de 112 formadores, que atuam em 23 instituições de ensino superior diferentes. A maioria (60%) é licenciada em Matemática, com mestrado na área de Ciências Exatas e da Terra (79%) – metade é mestre em Matemática – e doutorado em Matemática (53%).

ISBN 978-84-945722-3-4

Os estudos considerados focalizaram majoritariamente o formador de professores que, embora licenciado, realizou seus estudos de pós-graduação na Matemática, perfil representativo do que se observa no Brasil e que denota uma formação acadêmica voltada para os conteúdos circunscritos à área de conhecimento da Matemática, com pouca interlocução com aspectos relacionados ao ensinar e ao aprender, com a escola e com a formação de professores (Fiorentini, 2004)

Concepções e práticas dos formadores de professores de Matemática

Nas 17 pesquisas analisadas foram identificados resultados sobre o que os formadores pensam a respeito das disciplinas História da Matemática (Ferreira, 2005; Silva, 2007) e Análise (Martines, 2012), do uso de diferentes mídias (Sanches, 2006; Momade, 2010; Dias, 2012), do estágio supervisionado (Gosmatti, 2010; Magalhães, 2010), sobre educação (Alonso, 2003), sobre seu trabalho (Canoas, 2005), o ensino de matemática (Martins, 2012) e a formação de professores (Belo, 2012). Outras (Cavalcante, 2011; Janzen, 2011; Komatsu, 2010; Pamplona, 2009; Pinheiro, 2008) se concentraram nas práticas dos formadores.

Alguns docentes que atuam na Licenciatura em Matemática reconhecem a importância das disciplinas que ministram para além da constituição do conhecimento matemático do futuro professor, tendo em vista o "desenvolvimento do senso crítico e da maturidade matemática nos educandos, como também propiciar reflexão sobre a inserção cultural da evolução dos conceitos da Matemática na História da humanidade" (Ferreira, 2005, p. 106), no caso da História da Matemática, e o papel de fundamentar, consolidar e aprofundar o conhecimento matemático do futuro professor, reconhecendo a matemática escolar e suas especificidades no processo de formação (Martines, 2012), em relação ao conteúdo de Análise. Embora se observe docentes com "a percepção de que a formação do professor exige mais que um conhecimento matemático técnico-formal dos conteúdos" (Martines, 2012, p. 107), ainda se identifica relatos em que "os professores priorizam esgotar o ensino do conteúdo das disciplinas que ministram" (Silva, 2007, p. 110).

Em se tratando das diferentes mídias educacionais, os formadores que participaram da pesquisa de Sanchez (2006, p. 88) "têm a convicção de que o quadro é essencial para a

ISBN 978-84-945722-3-4

construção, demonstração e transposição do conhecimento matemático, porém deixam transparecer (...) que no início usaram como seus professores". A respeito das tecnologias de informação e comunicação (TICs), a maioria dos professores depoentes de uma investigação acredita "que o uso das tecnologias nos cursos de formação pode causar mudanças em sua formação e nas práticas pedagógicas dos futuros professores, e demonstram interesse em aprender a melhor usar as TICs" (Momade, 2010, resumo). Verificou-se que na formação inicial dos professores para o uso das TIC em um curso de Licenciatura em Matemática é enfatizado o poder da tecnologia de promover a qualidade da educação, como um fim em si mesmo, ou seja, as ferramentas tecnológicas são colocadas como uma solução instantânea de melhoria da educação (Dias, 2012). Quanto aos formadores que participam dessas investigações (Sanches, 2006; Momade, 2010; Dias, 2012), foi possível identificar que as mídias são usadas de forma tradicional e que as mídias digitais são vistas como catalisadoras de mudança por si só.

O estágio supervisionado é entendido pelos professores entrevistados na pesquisa de Gosmatti (2010, p. 35) como práxis, ou seja, como "atividade teórico-prática humana de transformação na natureza e da sociedade", como imitação de modelos, instrumentação técnica e como tempo em sala de aula – no sentido de estar na escola, em sala de aula. No trabalho de Magalhães (2010), a maior parte dos docentes responsáveis pela disciplina de estágio o considera em uma perspectiva tradicional, como o momento de aproximação e aprendizagem da docência. Além disso, o

> discurso da maioria dos professores em relação à sua prática pedagógica, retrata uma perspectiva prática de reflexão, na qual os métodos científicos servem de parâmetros para a análise da prática. A prática dos professores não aborda uma relação dialética entre teoria e prática de forma que o processo de pesquisa sobre a prática ainda é incipiente. Outro aspecto que reflete esta perspectiva é a abordagem teórica que os professores fazem para fundamentar as discussões nas aulas de estágio e a abordagem teórica exigida nos relatórios (Magalhães, 2010, p. 197).

Ainda quanto às pesquisas sobre as concepções dos formadores, as precárias condições de trabalho do professor da Educação Básica são apontadas por Alonso (2003, p. 80) como

ISBN 978-84-945722-3-4

“insatisfações com a realidade em que vive o professor do Ensino Fundamental e Médio, principalmente na questão salarial, pela ausência da família na formação do adolescente e com o despreparo dos alunos para a aprendizagem matemática”. Canoas (2005, p. 116) identificou que os formadores têm consciência da precariedade do trabalho de professor e se sentem gratificados com a carreira no nível superior, pois, “se colocam no comando de um projeto pedagógico próprio, com a finalidade de transmissão e produção de conhecimento, estímulo à geração de novas atitudes no aluno”.

Em alguns trabalhos, os docentes com formação específica em Matemática reforçavam nos licenciandos a ideia de que, para ser professor de Matemática, “basta dominar plenamente apenas o conteúdo que eles lhes oferecem em cada uma das disciplinas do curso” (Canoas, 2005, p. 115). Os formadores que participaram do estudo de Belo (2012, p. 139-140) também “entendem que para formar um bom professor de matemática basta que estes saibam o conteúdo e saiba instrumentalizar a prática com metodologias adequadas”. Belo (2012, p. 139-140) considera que tal concepção se deve à falta de clareza por parte dos formadores a respeito da formação docente e da especificidade de trabalhar com a formação de futuros professores de matemática para a educação básica, o que tornaria compreensível esperar que a maioria deles “reproduza as práticas de seus formadores, ou experiências que julgam adequadas para desenvolverem suas atividades”.

Em um dos estudos, mesmo que de forma incipiente e ainda associada aos modelos nos quais os formadores foram formados, observou-se

> uma tendência a superação de concepções ligadas aos modelos estáticos da matemática, embora suas concepções sejam fortemente caracterizadas por elementos ligados a uma matemática instrumental. Assim, ao mesmo tempo em que consideram pertinente a adoção de um modelo de ensino mais inovador, não entendem que o professor é o profissional que deve propor situações de ensino que favoreçam a aprendizagem, bem como, não entendem que o erro pode ser utilizado no ensino para potencializar a aprendizagem do aluno” (Martins, 2012, p. 107).

Os resultados presentes nas pesquisas de Canoas (2005) e Martins (2012), confirmam as considerações de Belo (2012) e

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

> parecem indicar que as identidades profissionais dos formadores como pesquisadores em matemática contribuem (...) e influenciam na forma como esses formadores se percebem e desenvolvem suas tarefas no curso. Uma problemática a destacar é o (des) conhecimento da dimensão pedagógica do curso, em nosso entendimento, também resultante da ausência de formação pedagógica desses formadores (Belo, 2012, p. 138).

Tais investigações mostraram uma dificuldade do formador em conectar suas pesquisas à prática que desenvolve (Canoas, 2005), embora a compreensão que mostraram sobre a formação de professores tenha sido influenciada por suas identidades profissionais como pesquisadores em Matemática. Uma identidade marcada pelo desconhecimento da dimensão pedagógica do curso, resultado da ausência de estudos nesse campo e os levaria a reproduzir as práticas de seus formadores ou as experiências que julgaram pertinentes para suas atividades (Belo, 2012). A identidade de pesquisador marca a prática do formador de professores de Matemática pela lacuna em sua formação pedagógica e pela distância entre a pesquisa que desenvolve e sua prática docente.

Em se tratando das pesquisas que focalizaram a prática do formador na Licenciatura em Matemática, Pinheiro (2008) constatou que a formação inicial do professor influencia a sua prática pedagógica e a formação dos licenciandos, quando destaca que,

> Não se percebeu a ação pedagógica do Professor observada no sentido de exploração desses conteúdos com os futuros alunos desses licenciados que estavam em formação. Podemos dizer que o aluno que cursou a disciplina Desenho Geométrico cresceu em relação à sua percepção geométrica, mas não no que é pertinente à transposição destes conteúdos para o ensino. (Pinheiro, 2008, p. 139)

Mesmo que essa pesquisa indique uma prática estritamente voltada para o conteúdo matemático, em que o objetivo maior do formador é que os alunos da Licenciatura em Matemática aprendam esses conteúdos, sem considerar que poderão vir a ensiná-lo, resultados de outras pesquisas não se limitam a essa lógica.

O estudo de Pamplona (2009) indica que os formadores questionam as práticas que relacionam as formações de conteúdo e pedagógica de forma desigual, ou seja, que valorizam

ISBN 978-84-945722-3-4

uma dimensão da formação em detrimento da outra. Esses formadores compartilham outras práticas com seus alunos, quando procuram evidenciar e fortalecer os nexos entre essas duas dimensões da formação. Essas práticas foram:

> o compartilhamento – com os licenciandos – dos problemas, das escolhas, dos trajetos, das perspectivas e dos prazeres que fazem parte do exercício da profissão do professor, de modo geral, e do ensino da Estatística, de modo particular; o questionamento das práticas discursivas e não discursivas que apoiam relações desiguais de poder entre práticas de formação matemática/estatística e práticas de formação pedagógica; entre outras. (Pamplona, 2009, resumo)

A pesquisa de Komatsu (2010) revelou que alguns formadores vincularam a pesquisa e a prática docente, valorizando as investigações que desenvolvem devido à aquisição de conhecimentos, tanto de ordem pedagógica como de conteúdos da Matemática. O estudo de Cavalcante (2011, p. 113) indica que formadores constituíram novos saberes a partir da ação, pela conceituação dos conteúdos matemáticos, seja "rompendo com o modelo exclusivamente teórico, tendo a formação realizada com situações práticas, que fazem a teoria surgir" ou mesmo na vivência com aulas simuladas, com um modelo pré-determinado pelo formador e um "modelo aplicacionista de formação prevalecendo".

Sobre o papel do professor de ensino superior como formador do pensar matematicamente (Janzen, 2011, p. 124), tanto a autora quanto os formadores participantes consideram que "não basta o professor ter domínio do conteúdo matemático, ele precisa estar apto a guiar o aluno no processo de prova, e isto exige uma faceta de organizador: auxiliar o aluno a organizar suas ideias para que este chegue a uma prova como resultado".

Algumas considerações

As 17 investigações analisadas trazem resultados sobre as implicações das concepções e da atuação do docente da universidade que atua na Licenciatura em Matemática na formação dos seus alunos. Essa ênfase parece reforçar o papel central do docente universitário que atua na licenciatura na formação do futuro professor, mesmo que o formador não tenha conhecimento disso. Identificou-se certa dificuldade dos formadores de, em seu fazer

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

docente, romper com modelos nos quais eles próprios foram formados. Talvez isso se deva, pelo menos em parte, a outra constatação dessas investigações, de que a identidade de pesquisador marca a prática do formador, principalmente pela lacuna em sua formação pedagógica e pela distância entre a pesquisa que desenvolve e sua prática. Apesar disso, as dissertações e teses que se concentraram nas práticas de formadores de professores de Matemática mostraram um movimento para transpor a reprodução das vivências que experimentaram em sua formação e avançar no sentido de considerar a complexidade do trabalho do professor que estão formando.

Referências bibliográficas

Brasil. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. (2015) ENADE 2014 – Relatório de Área: Matemática. Brasília: MEC/Inep.

Caldeira, A. M. S; Zaidan, S. Prática pedagógica. (2010). In: Oliveira, D. A.; Duarte, A. C.; Vieira, L. V. (Ed.). Dicionário: trabalho, profissão e condição docente. Belo Horizonte: Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais.

Creswell, J. W. (2010). Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto. 3. ed. Porto Alegre: Artmed.

Fiorentini, D. (2004). A investigação em Educação Matemática sob a perspectiva dos formadores de professores. Anais do XV Seminário de Investigação em Educação Matemática, pp. 13-35, Covilhã: APM.

Mizukami, M. G. N. (2005). Aprendizagem da docência: professores formadores. En: J. Romanowski, P. L. Martins, & S. R. A. Junqueira. Conhecimento local e conhecimento universal: formação docente, aprendizado e ensino. pp. 69-80. Curitiba: Editora Universitária Champagnat.

Oliveira, A. T. C. C. & Fiorentini, D. (2013). O lugar das matemáticas na licenciatura em matemática: que matemáticas, que práticas formativas? Bolema, 27, pp. 917-938.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' Beliefs and Conceptions: a synthesis of the research. In: Grouws, D. A. Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. pp. 127- 146. New York: Macmillan Publishing Company.

ANEXO 1 - Lista dos trabalhos que compõem o *corpus* de análise

Alonso, R (2003). *O projeto pedagógico de um curso de Licenciatura em Matemática: avanços e perspectivas diante das pesquisas educacionais e das exigências legais*. Dissertação de Mestrado em Educação. Campinas: Pontifícia Universidade Católica de

ISBN 978-84-945722-3-4

Campinas. Acesso em 20 de março de 2015. Disponível em: https://drive.google.com/open?id=0BzWBKwxWqsbtenpaUms3RlN1b3c

Belo, E. S. V. (2012). *Professores formadores de professores de matemática*. Dissertação de Mestrado em Educação. Belém: Universidade Federal do Pará. Acesso em 20 de março de 2015. Disponível em: http://repositorio.ufpa.br/jspui/bitstream/2011/3269/1/Dissertacao_ProfessoresFormadoresProfessores.pdf

Canôas, S. S. (2005). *Perspectivas para a formação de professores de Matemática de uma Faculdade Isolada: modernização ou transformação? (1996-2002)*. Tese de Doutorado em Educação Matemática. Rio Claro, Universidade Estadual Paulista - Campus Rio Claro. Acesso em 20 de março de 2015. Disponível em: https://drive.google.com/open?id=0BzWBKwxWqsbtVHhpa1Jsa25WbGs

Cavalcante, N. I. S. (2011). *Formação inicial do professor de matemática: a (in)visibilidade dos sabres docentes.* Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática. Campina Grande: Universidade Estadual da Paraíba.

Dias, D. R. S. C. (2012). *Usos das TIC por professores do Curso de Licenciatura em Matemática da PUC-Goiás*. Dissertação de Mestrado em Educação. Goiânia: Pontifícia Universidade Católica de Goiás. Acesso em 20 de março de 2015. Disponível em: http://tede.biblioteca.ucg.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=1153

Ferreira, T. F. (2005). *A disciplina História da Matemática: Um estudo sobre as concepções do professor do Ensino Superior*. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Acesso em 20 de março de 2015. Disponível em: https://drive.google.com/open?id=0BzWBKwxWqsbtbTFqdHNvVm5TRjQ

Gosmatti, S. (2010). *Prática de Ensino na Perspectiva de Professores de Estágio Curricular Supervisionado de Matemática*. Dissertação de Mestrado em Educação). Curitiba: Universidade Federal do Paraná. Acesso em 20 de março de 2015. Disponível em: http://www.ppge.ufpr.br/teses/M10_Anderson%20Gosmatti.pdf

Janzen, E. A. (2011). *O papel do professor na formação do pensamento matemático de estudantes durante a construção de provas em um ambiente de geometria dinâmica*. Tese de Doutorado em Educação. Curitiba: Universidade Federal do Paraná. Acesso em 20 de março de 2015. Disponível em: http://www.ppge.ufpr.br/teses/teses/D11%20Elen%20Andrea%20Janzen.pdf

Komatsu, M. Y. (2010). *A pesquisa na prática docente de professores formadores: um estudo em um curso de Licenciatura em Matemática*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Acesso em 20 de março de 2015. Disponível em: https://drive.google.com/open?id=0BzWBKwxWqsbtei1jSk5LeXJFOTA

ISBN 978-84-945722-3-4

Magalhães, A. P. A. S. (2010). *A Prática reflexiva no estágio supervisionado dos cursos de formação de professores de Matemática da Universidade Estadual de Goiás (UEG)*. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Goiânia: Universidade Federal de Goiás. Acesso em 20 de março de 2015. Disponível em http://mestrado.prpg.ufg.br/up/97/o/Diss_039.pdf

Martines, P. T (2012). *O papel da disciplina de análise segundo professores e coordenadores*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista Campus Rio Claro. Acesso em 20 de março de 2015. Disponível em: https://drive.google.com/open?id=0BzWBKwxWqsbtQ0IwRmJvUHFEM28

Martins, R. L. (2012). *Concepções sobre a matemática e seu ensino na perspectiva de professores que ensinam matemática em licenciaturas de Alagoas*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Recife: Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco.

Momade, S. I. (2010). *O uso das tecnologias de informação e comunicação pelos professores de matemática da Universidade Pedagógica de Moçambique - Delegação de Nampula*. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática. Goiânia: Universidade Federal de Goiás. Acesso em 20 de março de 2015. Disponível em http://mestrado.prpg.ufg.br/up/97/o/Diss_044.pdf

Pamplona, A. S. (2009). *A formação estatística e pedagógica do professor de Matemática em comunidades de prática*. Tese de Doutorado em Educação. Campinas: Universidade Estadual de Campinas. Acesso em 20 de março de 2015. Disponível em: https://drive.google.com/open?id=0BzWBKwxWqsbtcTd6RWRLdmJXVWM

Pinheiro, A. C. M. (2008). *A mediação docente na construção do raciocínio geométrico de alunos da licenciatura em matemática na disciplina desenho geométrico*. Dissertação de Mestrado em Educação. Fortaleza: Universidade Estadual do Ceará.

Sanches, A. C. M. (2006). *A matemática, o quadro de escrever e os formadores de professores de matemática: interpretando relações*. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas.

Silva, J. A. (2007). *As concepções de professores formadores em relação ao uso da história da Matemática no processo ensino aprendizagem nos cursos de licenciatura em Matemática*. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas. Belém: Universidade Federal do Pará. Acesso em 20 de março de 2015. Disponível em: http://www.repositorio.ufpa.br:8080/jspui/bitstream/2011/1856/4/Dissertacao_ConcepcoesProfessoresFormadores.pdf

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-327

GRÁFICOS ESTADÍSTICOS EN LIBROS DE TEXTO ARGENTINOS DE MATEMÁTICA PARA EDUCACIÓN PRIMARÍA: UN ESTUDIO SOBRE SUS TIPOS Y NIVELES SEMIÓTICOS

Danilo Díaz-Levicoy, Belén Giacomone y Pedro Arteaga
dddiaz01@hotmail.com, belen.giacomone@gmail.com, parteaga@ugr.es
Universidad de Granada-España

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos
Modalidad: CB
Nivel educativo: Educación Primaria
Palabras clave: libros de texto, gráficos estadísticos, nivel semiótico, actividades

Resumen

El estudio presenta resultados parciales sobre la presencia de los gráficos estadísticos en libros de texto de Educación Primaria en Argentina. Así, buscamos caracterizar el trabajo sobre estas representaciones en los primeros años de formación estudiando, particularmente, los tipos de gráficos estadísticos y los niveles de complejidad semiótica que intervienen en su construcción. Para el desarrollo de este trabajo hemos realizado un análisis de contenido en una nuestra de 12 libros pertenecientes al segundo ciclo de Educación Primaria. Los resultados muestran que los gráficos más frecuentes en los libros de texto son los de barras, sectores y líneas; asimismo, el nivel de complejidad semiótica es de representación de un listado de datos, en la que se trabaja la idea de variable, pero no la de frecuencia. Por último, del análisis realizado es posible concluir que los gráficos estadísticos no estarían recibiendo un tratamiento educativo como lo demanda actualmente la sociedad.

Introducción

En la actualidad existe un alto flujo de información, de la cual una parte importante es de tipo estadística, por diferentes medios de comunicación. Autores como Arteaga, Batanero, Cañadas y Contreras (2011) indican que esta información viene presente en forma de gráficos estadísticos. Además, dependiendo el contexto en que se presente, son usados para a toma de decisiones. Estas situaciones hacen que los gráficos estadísticos sean considerados un elemento de la *cultura estadística*, es decir, aquel derecho ciudadano que conlleva:

> a) Interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, y b) discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales

ISBN 978-84-945722-3-4

informaciones estadísticas cuando sea relevante (Gal, 2002, p. 2-3).

Esta situación ha generado que los temas de Estadística y Probabilidad se incluyan en las directrices de diferentes países desde los primeros cursos de enseñanza obligatoria, donde los gráficos y tablas estadísticas están incluidos. Algunos de estas son las directrices curriculares americanas (NCTM, 2000), chilenas (MINEDUC, 2012) y españolas (MECD, 2014).

En el caso de Argentina, las directrices curriculares (ME, 2011) no tienen un bloque exclusivo para Estadística y Probabilidad, por lo que los gráficos estadísticos son utilizados como objetos matemáticos para abordar diversos temas no ligados a la estadística y la probabilidad. En la Tabla 1 observamos los objetivos que tienen alguna relación con los gráficos estadísticos y que se mencionan con las directrices curriculares (ME, 2011).

Tabla 1. *Objetivos relacionados con gráficos estadísticos*

Curso	Objetivo
Cuarto	Elaborar y responder preguntas a partir de diferentes informaciones y registrar y organizar información en tablas y gráficos sencillos (p. 17)
Quinto	Elaborar preguntas a partir de diferentes informaciones y registrar y organizar información en tablas y gráficos (p. 20)
Sexto	Interpretar y organizar información presentada en textos, tablas y distintos tipos de gráficos, incluyendo los estadísticos (p. 24)

De la tabla se puede observar que las directrices curriculares argentinas son menos concretas sobre el trabajo con gráficos estadísticos en Educación Primaria que otras (e.g., MECD, 2014; MINEDUC, 2012).

Considerando la importancia cultural y la presencia de los gráficos en el currículo es que nos interesamos por indagar sobre las situaciones-problemas en que se trabajan estas representaciones en libros de texto argentinos de matemática para el segundo ciclo de Educación Primaria. Esto porque los libros de texto son considerados un recurso pedagógico de gran importancia en el proceso de instrucción, ya que "vehicula el conocimiento academizado que las instituciones educativas han de transmitir" (Escolano, 2009, p. 172), que pese al desarrollo tecnológico sigue siendo uno de los recursos más utilizada (Braga y Belver, 2016). Estos resultados se contrastarán con estudios previos en el contexto chilenos y español (Díaz-Levicoy, Batanero, Arteaga y Gea, 2016).

A continuación, sintetizamos las investigaciones previas sobre este tema; describimos el

ISBN 978-84-945722-3-4

marco teórico y la metodología utilizados; presentamos los resultados derivados del análisis y finalizamos con las conclusiones del estudio.

Antecedentes

El estudiar cómo se presentan diferentes temas escolares en los libros de texto tiene gran repercusión en la los procesos de enseñanza, ya que estos deben ser el reflejo del currículo (Herbel, 2007) y evitar que errores epistémicos de un cierto tema lleguen a los estudiantes y estos los asimilen (Ortiz, 2002). En este estudio utilizamos la visión de libro de texto descrita por Van Dormolen (1986), quien indica que estos pueden ser de tres tipos: 1) los que contienen ejercicios y problemas; b) los que presentan teoría, por un lado, y problemas y ejercicios, por otro; c) los que mezclan la teoría con los ejercicios y problemas.

En Educación Estadística el aumento de las investigaciones ha ido de la mano de la inclusión de estos temas en las directrices curriculares. Lo que tiene amplia incidencia en la formación de estudiantes y profesores. A continuación hacemos una breve descripción de algunos estudios sobre gráficos estadísticos en Educación Primaria.

Lemos (2006) estudia el tratamiento de la información en libros de texto de 1º a 4º de Educación Primaria en Brasil. Los resultados muestran que el trabajo con gráficos es escaso y dentro de ellos los más frecuentes son los de barras; asimismo, el tipo de actividades que se pretende con su uso están relacionadas a la lectura literal de información y a los cálculos sencillos. Resultados similares a los obtenidos por Guimarães, Gitirana, Cavalcanti y Marques (2008), al estudiar tablas y gráficos en textos brasileños. Más tarde, Evangelista y Guimarães (2013) estudian el concepto de escala en textos de 4º y 5º año de Educación Primaria, observando que este tema guarda relación con los gráficos estadísticos, medidas de longitud, mapas y recta numérica.

Díaz-Levicoy et al. (2016) realizan un estudio sobre los gráficos en España y Chile encontrando que en el primer país los gráficos más frecuentes son los de barras y de línea, mientras que en el segundo país son los de barras y pictogramas. En cuanto al nivel de complejidad semiótica el más frecuente, en ambos países, es el de *representación de una distribución de datos*, que conlleva la idea de variable y de distribución de frecuencias. Más recientemente, Arteaga y Díaz-Levicoy (2016) estudian los conflictos semióticos potenciales sobre los gráficos en libros de texto, entre los que mencionan: ausencia del título general, ausencia de títulos y rótulos en los ejes, errores en la escala del gráfico, entre otros. Conflictos

ISBN 978-84-945722-3-4

que los profesores deben concientizar y a la vez cuidar que no lleguen a los estudiantes.

Marco teórico

Asumiendo que los gráficos son objetos semióticos complejos, ya que cualquier actividad que se realice con ellos exige movilizar de diferentes objetos matemáticos que deben ser comprendidos por separado y en su conjunto. Frente a esta premisa Batanero, Arteaga y Ruiz (2010) proponen los siguientes niveles de complejidad semiótica relacionados a la construcción de gráficos estadísticos:

Representación de datos individuales. Cuando se realiza en un gráfico datos individuales y no una representación completa del conjunto de datos. En este nivel no se utiliza el concepto de variable ni distribución.

Representación de una lista de datos. Cuando se incluyen en el gráfico todos los datos, pero sin calcular las frecuencias asociadas a la distribución. Se usa la idea de variable, pero no la de distribución.

Representación de una distribución de datos. Cuando se representa una distribución de datos, agrupado los valores y calculando las respectivas frecuencias.

Representación de varias distribuciones sobre un mismo gráfico. Cuando se representa más de una distribución de frecuencias sobre un gráfico estadístico.

Metodología

Esta investigación de cualitativa, de nivel descriptivo y mediante un análisis de contenido (López, 2002). La muestra estuvo constituida por 12 libros de texto, conformando cuatro series de 4º a 6º de Educación Primaria. Las ediciones pertenecen a la Provincia y Ciudad de Buenos Aires, y han sido seleccionadas por pertenecer a editoriales de larga trayectoria (Puerto de Palos, Santillana y Estrada 1 y 2). El listado de textos analizado se muestra como anexo.

Las unidades de análisis consideradas son el *tipo de gráfico*, considerados en estudios previos (Díaz-Levicoy et al., 2016) y los *nivel de complejidad semiótica* (Batanero et al., 2010). Estas unidades de análisis se han identificado en cada sección de libro de texto en que se hace referencia a algún gráfico. Los datos recogidos se han ingresado a una planilla Excel para su posterior organización y analizar. Es posible que una actividad involucre más de un grafico, por ejemplo si se pide pasar la información de un gráfico de barras a un pictograma, en tal caso, se contabilizará cada gráfico por separado.

ISBN 978-84-945722-3-4

Resultados

Un primer análisis revela que el promedio de actividades que presentan gráficos estadísticos, teniendo en cuenta los 12 libros de texto, es de 11 por cada editorial. De acuerdo a la información mostrada en la Tabla 2, destacamos la baja cantidad de gráficos estadísticos encontrados en los libros de texto analizados (44 en total), lo que se puede justificar en lo poco explicitas que son las directrices curriculares sobre el trabajo con estas representaciones en el segundo ciclo de la Educación Primaria en Argentina. Esta cantidad es baja en comparación con estudios previos en países en los que la estadística y la probabilidad son tratados en ejes de aprendizajes propios (e.g., Díaz-Levicoy et al., 2016).

Tabla 2. *Porcentaje de actividades con gráficos según curso y editorial.*

Curso	P. de Palo (n=11)	Estrada 1 (n=14)	Santillana (n=13)	Estrada 2 (n=6)	Total (n=44)
Cuarto	45,5	42,9	7,7	16,7	29,5
Quinto	18,2	28,6	7,7	33,3	20,5
Sexto	36,4	28,6	84,6	50	50

Tipo de gráfico

En la Tabla 3 observamos la distribución del tipo de gráficos estadístico que son usados en los libros de texto, donde los más frecuentes son los de barras, sectores y líneas; aunque se observan diferencia de variedad y cantidad entre las editoriales.

Los resultados no se pueden contrastar con las directrices curriculares descritas, ya que estas no especifican el tipo de gráfico a trabajar según el nivel educativo. Sin embargo, se observan similitudes en el análisis de textos españoles, donde los gráficos más frecuentes son los de barras, líneas y sectores (Díaz-Levicoy et al., 2016); situación similar ocurre en los mismos cursos analizados. Al comparar estos resultados con los textos chilenos vemos diferencia, ya que los gráficos más frecuentes son de barras, pictogramas y líneas; sin embargo, en los niveles de 4º a 6º se observan los gráficos de barras, puntos, líneas, y los de tallo y hojas.

Tabla 3. *Porcentaje de tipos de gráficos según editorial*

Gráfico	P. de Palo (n=11)	Estrada 1 (n=14)	Santillana (n=13)	Estrada 2 (n=6)	Total (n=44)
Barras	27,3	42,9	7,7	50	29,5
Circulares	18,2	28,6	23,1	50	27,3
Líneas	9,1	14,2	53,8	16,7	25
Dispersión	27,3				6,8
Mapa temático		7,1	15,4		6,8

ISBN 978-84-945722-3-4

Gráfico	P. de Palo (n=11)	Estrada 1 (n=14)	Santillana (n=13)	Estrada 2 (n=6)	Total (n=44)
Pictogramas	18,2				4,5
No indica		14,3			4,5

Nivel de complejidad semiótica del gráfico

La distribución de los niveles de complejidad semiótica lo vemos en la Tabla 4. En ella es posible observar un predominio del nivel semiótico 2 (representación de un listado de datos), seguido del nivel 3 (representación de una distribución de datos) y 4 (representación de varias distribuciones sobre un mismo gráfico). La actividad de la Figura 1 es un ejemplo del nivel 2, ya que representan la cantidad de plantas que se han vendido durante tres meses (Enero, Febrero y Marzo), situación en la que se grafican los datos según se van obtenido y sin la necesidad de determinar la distribución de frecuencias.

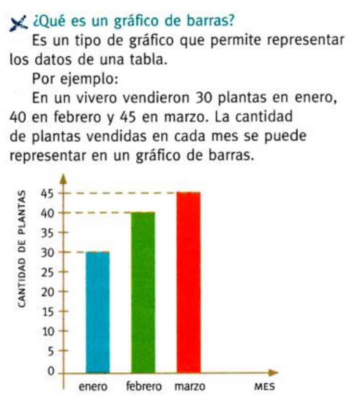


Figura 1. Ejemplo nivel de complejidad semiótica 2 (T1, p. 117)

Los resultados obtenidos difieren con los obtenidos por Díaz-Levicoy et al. (2016) en el estudio comparativo con textos españoles y chilenos, donde el nivel 3 de *representación de una distribución* alcanzan porcentajes en torno al 60%; el nivel 2 no supera el 20%.

Tabla 4. *Porcentaje de niveles de complejidad semiótica por editorial*

Nivel	P. de Palo (n=11)	Estrada 1 (n=14)	Santillana (n=13)	Estrada 2 (n=6)	Total (n=44)
2	63,6	50	53,8	33,3	52,3
3	36,4	21,4	23,1	50	29,5
4		28,6	23,1	16,7	18,2

Conclusión

Estudiar cómo se aborda el trabajo con gráficos estadísticos nos permite caracterizar la

ISBN 978-84-945722-3-4

enseñanza que allí se propone, a modo de determinar sus fortalezas y debilidades, así como sugerir cambios en pro de un aprendizaje de calidad.

En concreto, esta incipiente investigación ha permitido observar que en los libros de texto de Educación Primaria de Argentina predominan los gráficos estadísticos de barras, sectores y líneas, y que se trabaja el nivel de complejidad semiótica de *representación de un listado de datos*, en los que se maneja la idea de variable, pero no el de distribución.

Si bien nos llama la atención las pocas actividades sobre gráficos estadísticos, estos primeros resultados dejan a la luz el esfuerzo de los autores y editores de libros de texto para incluirlos, ya que no tienen la obligación de hacerlo por no estar especificado en las directrices curriculares. Esta situación afecta al desarrollo de una adecuada cultura estadística en los futuros ciudadanos, creando dificultades para la adquisición de herramientas que les permitan comprender fenómenos naturales y sociales a los que se puedan enfrentar.

Agradecimientos

Proyecto EDU2016-74848-P y FCT-16-10974, Beca CONICYT PFCHA 72150306 y Grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

Referencias bibliográficas

Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G. y Contreras, J. M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Números, 76*, 55-67.

Arteaga, P. y Díaz-Levicoy, D. (2016). Conflictos semióticos sobre gráficos estadísticos en libros de texto de Educación Primaria. *Educação e Fronteiras On-Lne, 6*(17), 81-96.

Batanero, C., Arteaga, P. y Ruiz, B. (2010). Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de Educación Primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. *Enseñanza de las Ciencias, 28*(1), 141-154.

Braga, G. y Belver, J. L. (2016). El análisis de libros de texto: una estrategia metodológica en la formación de los profesionales de la educación. *Revista Complutense de Educación, 27*(1), 199-218.

Díaz-Levicoy, D., Batanero, C., Arteaga, P. y Gea, M. M. (2016). Gráficos estadísticos en libros de texto de Educación Primaria: Un estudio comparativo entre España y Chile. *BOLEMA. Boletim de Educação Matemática, 30*(55), 713-737.

Escolano, A. (2009). El manual escolar y la cultura profesional de los docentes. *Tendencias Pedagógicas, 14*, 169-180.

Evangelista, B. y Guimarães, G. (2013). O conceito de escala em livros didáticos de matemática do 4º e 5º ano do ensino fundamental. *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática*. Curitiba, Brasil.

Gal, I. (2002). Adult´s statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review, 70*(1), 1-25.

Guimarães, G., Gitirana, V., Cavalcanti, M. y Marques, M. (2008). Análise das atividades sobre representações gráficas nos livros didáticos de matemática. *Anais do 2º Simpósio*

ISBN 978-84-945722-3-4

Internacional de Educação Matemática – SIPEMAT. Recife, Brasil.
Herbel, B. A. (2007). From intended curriculum to written curriculum: Examining the "voice" of a mathematics textbook. *Journal for Research in Mathematics Education, 38*(4), 344-369.
Lemos, M. P. F. (2006). O estudo do tratamento da informação nos livros didáticos das séries iniciais do Ensino Fundamental. *Ciência e Educação, 12*(2), 171-184.
López, F. (2002). El análisis de contenido como método de investigación. *XXI. Revista de Educación, 4*, 167-180.
ME (2011). Núcleos *de Aprendizajes Prioritarios. 2° Ciclo Educación Primaria: 4°, 5° y 6° años*. Buenos Aires: Consejo Federal de Educación.
MECD (2014). *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria*. Madrid: Autor.
MINEDUC (2012). *Matemática educación básica. Bases curriculares*. Santiago: Autor.
NCTM (2000). *Principles and Standards for school mathematics*. Reston, VA: Autor.
Ortiz, J. J. (2002). *La probabilidad en los libros de texto*. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística.
Van Dormolen, J. (1986). Textual analysis. En B. Christiansen, A. G. Howson y M. Otte (Eds.), *Perspectives on Mathematics Education* (pp. 141-171). Dordrecht: Reidel.

ANEXO: Listado de libros de texto analizados

Editorial Puerto de Palos

T1. Amerio, M.V., Crochi, A.M., Dallura, L.A. y Sciotti, F.L. (2013). *Matemática [en Puerto] 4*. Boulogne: Puerto de Palos.

T2. Cuzzani, K.P., Macjus, R.D., Quirós, N.N., Rugnone, M.A., Sciotti, F.L. y Villares, A.A. (2013). *Matemática [en Puerto] 5*. Boulogne: Puerto de Palos.

T3. Abálsamo, R., Crochi, A.M., Dallura, L.A., Guerberoff, G.N., Macjus, R.D., Mazzitelli, M.J. y Quirós, N.N. (2014). *Matemática [en Puerto] 6*. Boulogne: Puerto de Palos.

Editorial Estrada

T4. Saiz, I. y Parra, C. (2010). *Hacer Matemática en 4º.* San Isidro: Estrada.

T5. Saiz, I. y Parra, C. (2011). *Hacer Matemática en 5º.* San Isidro: Estrada.

T6. Saiz, I. y Parra, C. (2011). *Hacer Matemática en 6º.* San Isidro: Estrada.

Editorial Santillana

T7. Escobar, M., Grimaldi, V., Ponce, H. y Sancha, I. (2012). *Explorar en Matemática 4*. Buenos Aires: Santillana.

T8. Escobar, M., Grimaldi, V., Ponce, H. y Sancha, I. (2012). *Explorar en Matemática 5*. Buenos Aires: Santillana.

T9. Escobar, M., Grimaldi, V., Ponce, H. y Sancha, I. (2012). *Explorar en Matemática 6*. Buenos Aires: Santillana.

Editorial Estrada

T10. Saiz, I. y Parra, C. (2010). *Hacer Matemática en 4º. Cuadernillo para practicar con evaluaciones.* San Isidro: Estrada.

T11. Saiz, I. y Parra, C. (2011). *Hacer Matemática en 5º. Cuadernillo para practicar con evaluaciones.* San Isidro: Estrada.

T12. Saiz, I. y Parra, C. (2011). *Hacer Matemática en 6º. Cuadernillo para practicar con*

ISBN 978-84-945722-3-4

evaluaciones. San Isidro: Estrada.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-328

CRITERIOS DE IDONEIDAD DIDÁCTICA PARA EL ESTUDIO DE LA PROPORCIONALIDAD EN EDUCACIÓN PRIMARIA Y SECUNDARIA

Carlos Aroza[1], Pablo Beltrán-Pellicer[2] y Juan D. Godino[1]
carlosjosearoza@hotmail.com, pbeltran@unizar.es, jgodino@ugr.es
[1]Universidad de Granada, [2]Universidad de Zaragoza, España.

Núcleo temático: VII. Investigación en Educación Matemática.
Modalidad: CB.
Nivel educativo: Medio o Secundario (12 a 15 años).
Palabras clave: proporcionalidad, enseñanza, aprendizaje, idoneidad didáctica.

Resumen

En este trabajo se realiza una síntesis de conocimientos didáctico-matemáticos sobre el estudio de la proporcionalidad en educación primaria y secundaria. Utilizamos como marco teórico la Teoría de la Idoneidad Didáctica, desarrollada dentro del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos. El sistema de categorías de facetas y componentes, así como los criterios o indicadores generales de idoneidad que propone dicha teoría, son aplicados para analizar y clasificar los resultados de investigaciones relevantes sobre la enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad y nociones relacionadas. Se propone finalmente un sistema de criterios de idoneidad para la faceta epistémica (conocimientos institucionales) específicos para el estudio del tema. Estos indicadores se pueden utilizar en la formación de profesores, así como para valorar la idoneidad didáctica de recursos y experiencias de enseñanza.

1. Introducción

Si bien no se pueden esperar de las didácticas especiales recetas generales para la enseñanza de los contenidos curriculares que indiquen qué y cómo enseñar en cada circunstancia, es razonable pensar que de los esfuerzos de investigación se deriven resultados que orienten y ayuden a los profesores en las tareas docentes. Este es uno de los supuestos subyacentes de la Teoría de la Idoneidad Didáctica (TID) (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006; Godino, 2013), mediante la cual se propone sistematizar principios, indicadores, criterios o heurísticas, sobre los cuales existe un consenso en la comunidad educativa de un campo específico, cuya aplicación podría ayudar a alcanzar niveles altos de idoneidad de los procesos instruccionales.

ISBN 978-84-945722-3-4

En la TID se proponen seis facetas o dimensiones para el análisis de los procesos instruccionales, para los cuales se han identificado criterios de idoneidad generales (Godino, 2013) de aplicación a cualquier contenido matemático. De esta forma, se dispone de una guía general de indicadores de idoneidad (GVID), que puede ser un instrumento de ayuda tanto para el investigador en educación matemática como para el profesor. Ahora bien, sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de cada contenido específico (estructuras aditivas, números racionales, geometría, etc.) existen múltiples investigaciones y resultados que aportan criterios específicos para el logro de procesos instruccionales de alta idoneidad. Resulta pertinente, por tanto, la elaboración de guías específicas para los distintos contenidos curriculares, que particularicen y desarrollen la GVID. Este es un objetivo de interés para la investigación didáctica, ya que tales guías específicas pueden ser usadas por los profesores como instrumentos de apoyo para la reflexión sobre la práctica docente

A continuación, se describe el marco teórico junto al problema de investigación y método que se aplican en este trabajo. En la sección 3, se sintetizan los resultados obtenidos del análisis de las investigaciones previas sobre el estudio de la proporcionalidad y nociones asociadas, como razón, proporción, fracción y número racional, desde su iniciación en educación primaria y su continuación en secundaria. Finalmente, a modo de conclusión, se presentan las reflexiones finales en la sección 4. Por razones de espacio, el estudio se limita al análisis de la faceta epistémica de los conocimientos didáctico-matemáticos; es decir, a los significados de los objetos matemáticos en los contextos institucionales de la educación primaria y secundaria.

2. Marco teórico, problema de investigación y método

Esta investigación se ubica en el marco del Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS), enfoque teórico que vienen desarrollando Godino y colaboradores (Godino, Batanero y Font, 2007). El conjunto de nociones teóricas que componen el EOS se clasifican en cinco módulos, cada uno de los cuales permite un análisis parcial y complementario de los procesos de enseñanza y aprendizaje de temas específicos de matemáticas (Godino, 2012): sistema de prácticas, configuraciones de objetos y procesos, trayectorias didácticas, dimensión normativa e idoneidad didáctica. El presente trabajo se centra en aplicar el módulo de la idoneidad.

2.1. Teoría de la Idoneidad Didáctica: facetas, componentes y e indicadores

ISBN 978-84-945722-3-4

Godino (2013) señala que la noción de idoneidad es el criterio global de pertinencia o adecuación de un proceso de estudio, cuyo principal indicador empírico es el grado de adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes y los significados institucionales pretendidos, y que es relativa a las circunstancias locales en que tiene lugar dicho proceso. Así, la idoneidad didáctica de un proceso de enseñanza y aprendizaje se define como la articulación coherente y sistémica de seis dimensiones: epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional.

La idoneidad permite abordar el análisis de estas facetas, que dada su complejidad no son observables directamente, por lo que es necesario inferir a partir de indicadores empíricos, conformando herramientas que permiten el paso de una didáctica descriptiva–explicativa a una didáctica orientada hacia la intervención efectiva en el aula (Godino, 2013). Los indicadores de las idoneidades parciales y de sus interacciones sirven, por tanto, de pauta o guía para la valoración de las acciones planificadas e implementadas, motivando la reflexión y ayudando al profesor en la toma de decisiones.

2.2. Problema de investigación y método

La investigación sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad en los niveles primaria y secundaria, y sobre los factores que los condicionan, es muy abundante, como muestran las numerosas publicaciones que se vienen produciendo. Estos trabajos usan marcos teóricos y metodológicos diferentes, produciendo una amplia gama de resultados de diversa naturaleza. Esto puede suponer, en principio, la dificultad de establecer criterios, sobre los cuales pueda existir un consenso para la toma de decisiones en la práctica de la enseñanza de la proporcionalidad. No obstante, parece necesario y razonable asumir el principio de que es posible identificar conocimientos didáctico-matemáticos, resultados de las investigaciones, que ayuden a mejorar los diseños, las intervenciones educativas y la formación de profesores.

En esta investigación se aplica una metodología para realizar la reconstrucción de un significado de referencia para el estudio de la faceta epistémica de la proporcionalidad. La síntesis de criterios de idoneidad para las restantes facetas deberá ser objeto de otros trabajos. Para afrontar esto, se realiza un análisis del contenido de investigaciones claves focalizado en la manera de concebir el propio contenido matemático, la razón, proporción y proporcionalidad, orientado por la herramienta teórica idoneidad didáctica, siendo el objetivo

ISBN 978-84-945722-3-4

extraer indicadores específicos de idoneidad epistémica. No se trata de formular reglas generales de actuación, sino heurísticas cuya aplicación requiere tener en cuenta las restricciones del contexto y los recursos disponibles.

El objetivo principal de este trabajo es complementar la GVID propuesta por la TID, con criterios específicos relativos al estudio de la proporcionalidad.

3. Resultados

En este apartado mostramos los principales resultados obtenidos, a partir del análisis y clasificación de información de investigaciones e innovaciones relevantes sobre la enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad, desde su primer encuentro en primaria y su continuación en el primer ciclo de secundaria. Usamos la palabra proporcionalidad para referirnos, no solo a las prácticas operativas y discursivas generadas en torno al objeto función lineal, sino también a las nociones relacionadas, como razón, proporción, fracción y número racional (en sus diversos usos y significados), las cuales forman parte sustantiva del campo conceptual de las estructuras multiplicativas (Vergnaud, 1994).

Desde una perspectiva epistémica, la proporcionalidad puede ser desarrollada según cuatro enfoques, aproximaciones o significados:

- Intuitiva y cualitativa, centrada en la comparación perceptiva de la semejanza de formas geométricas o en la comparación multiplicativa de los números.
- Geométrica, centrada en las razones y proporciones entre segmentos, semejanza de figuras y escalas.
- Aritmética, centrada en la noción de razón y proporción.
- Algebraica, centrada en la noción de función lineal.

Aunque en estos enfoques se abordan problemas con una estructura matemática similar (relaciones lineales entre variables), se identifican prácticas operativas y discursivas distintas en cada uno y, por tanto, se ponen en juego diferentes configuraciones de objetos, implicando significados diferentes de las razones y de la proporcionalidad. Es importante tener en cuenta esta variedad en el diseño de los procesos de instrucción.

El concepto de razón es complejo y demanda una cierta extensión temporal del proceso de aprendizaje. Así, los diferentes enfoques deberían ser regularmente retomados (currículo en

ISBN 978-84-945722-3-4

espiral), siendo esenciales en una primera aproximación los aspectos geométricos y una rica variedad de contextos (Streefland, 1984, p. 338).

3.1. Significado intuitivo-informal

Los tipos de problemas que se pueden abordar con razonamiento pre-proporcional, informal e intuitivo, son los que involucran comparación de razones (Harel, Behr, Post y Lesh, 1992). La aproximación cualitativa, junto con actividades de estimación, juega igualmente una parte importante en la comprensión de las razones y la proporcionalidad. Un ejemplo de tarea es que los estudiantes reconozcan perceptivamente las relaciones proporcionales entre formas de figuras dibujadas a escala (Ruiz y Lupiáñez, 2009). El alumno, antes de saber razonar sobre figuras semejantes, teniendo en cuenta las relaciones cuantitativas entre las razones de segmentos, sabe discernir, por simple percepción, si determinadas figuras están o no en la misma proporción. La propuesta de Fiol y Fortuny (1990, p. 124) es comenzar a partir de experiencias intuitivas de los estudiantes en contextos geométricos y con manipulables.

3.2. Significado geométrico (semejanza)

Tareas relacionadas con las escalas, ampliaciones y reducciones de figuras conservando la forma, como las descritas en Ben-Chain, Keret e Ilany (2012), responden a este enfoque geométrico. Se trata ahora de pasar del estudio cualitativo de la semejanza de las figuras al cuantitativo, teniendo en cuenta las relaciones métricas entre los componentes de las figuras. Actividades como la reproducción de un puzle a escala diferente (Brousseau, 1997, p. 177) lleva a progresar desde el pensamiento aditivo al multiplicativo, propio del razonamiento proporcional, en un contexto geométrico.

Godino y Ruiz (2002) hacen un estudio sistemático de la proporcionalidad geométrica desde el punto de vista de la formación matemática y didáctica de los maestros de educación primaria. Estos autores desarrollan el concepto de las transformaciones semejantes de figuras geométricas introduciendo previamente los conceptos de la razón de segmentos y de los segmentos proporcionales.

3.3. Significado aritmético (razón y proporción)

Godino y Batanero (2003) resaltan la importancia de clarificar los conceptos ligados a la proporcionalidad, en particular las nociones de razón, proporción y las magnitudes proporcionales, además de los conceptos de fracción y número racional. La idea clave es que una razón es un par ordenado de cantidades de magnitudes (homogéneas o heterogéneas), las

ISBN 978-84-945722-3-4

cuales son comparadas de manera multiplicativa. Cada una de esas cantidades viene expresada mediante un número real y una unidad de medida. A partir del concepto de razón, se define la proporción como la expresión de igualdad de dos razones. Cuando se prescinde de las unidades de medida de las cantidades correspondientes, una proporción aparece en general bajo la forma de una igualdad entre dos fracciones equivalentes. Este enfoque aritmético del estudio de la proporcionalidad es el que predomina en muchas de las propuestas curriculares, innovaciones e investigaciones (Ben-Chain et al., 2012; Lamon, 2007).

Adjiage y Pluvinage (2007) describen seis situaciones físico-empíricas en las que las razones aparecen como variables de contexto a tener en cuenta: razón de dos cantidades heterogéneas (velocidad, flujo, etc.), medición, mezcla, frecuencia, ampliación y cambio de unidad. Los números racionales que se ponen en juego al modelizar estas situaciones se deben expresar en los registros semióticos de representación de la recta numérica, expresión fraccionaria y decimal, considerando los tratamientos y conversiones entre ellos (Duval, 2006), articulándose dentro y entre los componentes físicos y matemáticos.

3.4. Significado algebraico (función)

Los conceptos de razón, proporción y proporcionalidad adquieren un significado unificado con la noción de función lineal, modelo matemático que sintetiza diversos lenguajes, situaciones y fenómenos. "La función lineal puede considerarse como la matematización de las nociones cotidianas y utilitarias de la proporcionalidad" (Fiol y Fortuny, 1990, p. 83). Algunos autores (Bolea, Bosch y Gascón, 2001; Obando, Vasco y Arboledas, 2014) enfatizan que el razonamiento proporcional involucra una función lineal en un sistema de dos variables, que permite analizar una situación o un fenómeno al caracterizarlo con una razón constante entre cantidades de magnitudes. Así pues, el modelo matemático es una función de la forma $y = k \cdot x$, en el que k es la razón constante, generalmente conocida como constante de proporcionalidad. La gráfica cartesiana de este tipo de función es una recta que pasa por el origen de coordenadas. Dado el papel clave que la noción de función desempeña en las matemáticas, se considera que el estudio de la proporcionalidad con un enfoque funcional debería privilegiarse respecto al aritmético.

3.5. Síntesis de criterios de idoneidad epistémica

ISBN 978-84-945722-3-4

En la Tabla 1 incluimos criterios de idoneidad epistémica para la proporcionalidad en secundaria inferidos de las publicaciones consultadas, en particular, Ben-Chain et al. (2012), Lamon (2007), Obando et al. (2014), Fernández y Llinares (2012).

Tabla 1: Componentes y criterios de idoneidad epistémica

COMP.	CRITERIOS
Significados y relaciones	- Se identifican y desarrollan de una manera organizada los cuatro tipos de enfoques o significados de la proporcionalidad: intuitivo, geométrico, aritmético y algebraico. - Se establecen conexiones entre los distintos tipos de enfoque de la proporcionalidad mediante problemas, representaciones gráficas, relaciones conceptuales, notaciones matemáticas, procedimientos, etc. - Se aplica la proporcionalidad en contextos no matemáticos como la física, la química, la economía, etc.
Situaciones-problemas	- Se emplea una muestra diversa y representativa de tareas que permitan contextualizar y aplicar los contenidos de la proporcionalidad y porcentajes, distinguiendo las situaciones que se pueden modelizar de manera lineal de las que no. - Se promueve que el alumno genere problemas de proporcionalidad y porcentajes.
Lenguaje matemático	- Se utilizan diferentes tipos de expresión y representación matemática (gráfica, simbólica, tablas de valores, material manipulativo, etc.) en los desarrollos conceptuales y procedimentales de resolución de tareas de proporcionalidad y porcentajes, realizando traducciones y conversiones entre los distintos tipos. - Se fomenta que los alumnos manejen y construyan las diferentes expresiones y representaciones matemáticas de la proporcionalidad y porcentajes (gráficas, símbolos, tablas de valores, material manipulativo, etc.) a través de las tareas. - El nivel del lenguaje matemático empleado es el adecuado para los estudiantes del nivel educativo.
Reglas Definiciones, propiedades y procedi-mientos.	- Se presentan de manera clara los conceptos y procedimientos fundamentales de la proporcionalidad para el nivel educativo correspondiente, distinguiendo, razón, tasa, proporción, porcentaje, fracción y número racional. - Se proponen tareas donde los alumnos tienen que reconocer y aplicar definiciones, propiedades y procedimientos de la proporcionalidad y los porcentajes.
Argumentos	- Se plantean tareas de proporcionalidad y porcentajes que fomenten la reflexión, el razonamiento y la argumentación por parte del alumno. - Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones de los contenidos de proporcionalidad y porcentaje son adecuados para el nivel educativo.

4. Reflexiones finales

Se ha presentado el proceso de elaboración de los indicadores de idoneidad didáctica para un tema concreto, la proporcionalidad, en educación primaria y secundaria. El sistema de indicadores elaborado, que no se puede considerar como definitivo y cerrado, se está

ISBN 978-84-945722-3-4

aplicando como instrumento para apoyar el análisis detallado de la idoneidad didáctica de experiencias de enseñanza (Aroza, Godino y Beltrán-Pellicer, 2016).

Se han sintetizado los ingredientes de una teoría del aprendizaje de la razón y la proporción: comenzar con problemas genuinos en la realidad de y para los niños como una fuente (para la adquisición del concepto) y como un dominio de aplicación (del contenido aprendido). La realidad visual perceptiva de los niños sirve como comienzo, debiendo hacerse justicia a las diversas manifestaciones de la razón, por lo que el proceso de aprendizaje debería ser diseñado con actividades de anticipación que den cuenta de las conexiones entre ellas, desarrollando esquemas y modelos visuales (Streefland, 1984, p. 92). Esta mirada de la práctica docente tendría que ser una competencia del profesor y ser la base del diseño de acciones formativas pertinentes.

Referencias bibliográficas

Adjiage, R. y Pluvinage, F. (2007). An experiment in teaching ratio and proportion. *Educational Studies in Mathematics*, *65*(2), 149-175.

Aroza, C. J., Godino, J. D. y Beltrán-Pellicer, P. (2016). Iniciación a la innovación e investigación educativa mediante el análisis de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza sobre proporcionalidad. *AIRES*, *6*(1).

Ben-Chaim, D., Keret, Y. e Ilany, B. S. (2012). *Ratio and proportion: research and teaching in mathematics teachers' education*. Sense Publishers.

Bolea, P., Bosch, M. y Gascón, J. (2001). La transposición didáctica de organizaciones matemáticas en procesos de algebrización: el caso de la proporcionalidad. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 21*(3), 247-304.

Brousseau, G. (1997). *The theory of didactic situations*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*(1-2), 103-131.

Fernández, C. y Llinares, S. (2012). Características del desarrollo del razonamiento proporcional en la educación primaria y secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, *30*(1), 129-142.

Fiol, M. L. y Fortuny, J. M. (1990). *Proporcionalidad directa. La forma y el número*. Madrid: Síntesis.

Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa et al. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49-68). Baeza: SEIEM.

ISBN 978-84-945722-3-4

Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 11*, 111-132.

Godino, J. D. y Batanero, C. (2003). *Proporcionalidad y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education, 39*(1-2), 127-135.

Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006) Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma, 27*(2), 221-252.

Godino, J. D. y Ruiz, F. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada.

Harel, G., Behr, M., Post, T. y Lesh, R. (1992). The blocks task: comparative analyses of the task with other proportion tasks and qualitative reasoning skills of seventh grade children in solving the task. *Cognition and Instruction, 9*(1), 45-96.

Lamon, S. (2007). Rational number and proportional reasoning. Toward a theoretical framework for research. En F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (Vol. 1, pp. 629-667). New York, NY: Information Age Pub Inc.

Obando, G., Vasco, C. E. y Arboleda, L. C. (2014). Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: un estado del arte. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 17*(1), 59-81.

Ruiz, E. y Lupiáñez, J. L. (2009). Detección de obstáculos psicopedagógicos en la enseñanza y el aprendizaje de los tópicos de razón y proporción en alumnos de sexto grado de Educación Primaria. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology, 17*(7), 1

Streefland, L. (1984). Search for the roots of ratio: Some thoughts on the long term learning process. *Educational Studies in Mathematics, 15*(4), 327-348.

Vergnaud, G. (1994). Multiplicative conceptual field: what and why? En H. Guershon y J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 41-60). New York, NY: State University of New York Press.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-330

UNA PROPUESTA PARA LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS A TRAVÉS DEL DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS CONTEXTUALIZADAS

Ligia Amparo Torres Rengifo
ligia.torres@correounivalle.edu.co
Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle, Colombia

Núcleo temático: IV. Formación del profesorado en Matemáticas.
Modalidad: Comunicación Breve (CB)
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras clave: Formación de profesores de matemáticas, secuencias didácticas, contexto sociocultural y político

Resumen

Esta comunicación tiene como propósito compartir una experiencia en la formación de profesores de matemáticas, que reconoce que la formación matemática de un ciudadano es fundamental para el desarrollo de una vida democrática y valora formas particulares de hacer matemáticas en las culturas, lo cual permite que se amplíen espacios donde se considera la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas desde perspectivas que resaltan su conexión con otros fenómenos y problemas socioculturales y políticos. Este antagonismo se hace evidente en una problemática sobre el aprendizaje de las matemáticas que alude a la falta de adquisición de competencias básicas en esta disciplina. En esta perspectiva, se diseñó un programa para cualificar y acompañar a maestros de matemáticas de la Educación Básica y Media Colombiana, en el diseño de secuencias didácticas para el trabajo en el aula con sus estudiantes y poder desarrollar estas competencias matemáticas.

Se presentará el marco teórico y metodológico de la propuesta, las distintas actividades desarrolladas por los maestros y los resultados después de un proceso de dos años y medio, en el Departamento del Valle del Cauca, Colombia, con el direccionamiento de la Universidad del Valle y la Fundación EPSA – Empresa de energía del Pacifico.

Introducción

La experiencia de la alianza entre la Fundación EPSA y la Universidad del Valle de las sedes de Buga y Zarzal, por más de dos años, en el acompañamiento a docentes de los municipios de Guacarí y Roldanillo en el diseño, implementación y evaluación de secuencias didácticas en matemáticas, ha permitido que se pueda ampliar el campo de intervención a otros

ISBN 978-84-945722-3-4

municipios del Valle del Cauca, como son los municipios de Restrepo, La Unión, Tuluá, Jamundí y Calima Darién.

Este proyecto parte de reconocer que la formación matemática de un ciudadano es fundamental para el desarrollo de una vida democrática en sociedad y de la valoración de formas particulares de hacer matemáticas en las culturas, lo cual permite que se amplíen espacios donde se considera la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas desde perspectivas que resaltan su conexión con muchos otros fenómenos y problemas socioculturales y políticos en los cuales se enmarca la escuela. Sin embargo, esto está en contraposición a una realidad escolar, pues cada vez se hace más evidente una problemática general sobre el aprendizaje de las matemáticas que alude directamente a la adquisición de competencias básicas en esta área del conocimiento. Esto se debe quizá a la complejidad misma de la construcción de pensamiento matemático. Los problemas en este aprendizaje se manifiestan, en particular, en dificultades para la comprensión de conceptos y procedimientos propios de esta disciplina y en errores en la aplicación de esos saberes matemáticos en contextos matemáticos y no matemáticos.

De otra parte, a pesar de que en las últimas décadas se han estudiado, tratado y evaluado un sin número de problemas relativos al aprendizaje y a la enseñanza de las matemáticas, los estudios evaluativos de amplio espectro como el Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias (TIMSS), Las pruebas del Programa de Evaluación Internacional de Estudiantes (Pisa) y las pruebas Saber y las Saber 11, de reciente aplicación nacional, muestran que dichos problemas siguen apareciendo recurrentemente en el sistema educativo colombiano. Esta situación da cuenta de la complejidad del asunto en cuestión y permite preguntarse sobre la pertinencia o validez de las perspectivas académicas y prácticas desde las cuales los maestros orientan su enseñanza; así mismo, cuestiona sobre las orientaciones de los programas de formación de docentes.

La sedes de Buga y Cali de la Universidad del Valle y la Fundación EPSA, conscientes de la gravedad de este diagnóstico, con el concurso de algunos profesores del Área de Educación Matemática del Instituto de Educación y Pedagogía y estudiantes y egresados de la maestría en Educación, énfasis en Educación Matemática ha venido estudiando los factores asociados a dichos resultados y creando estrategias que permitan ampliar las posibilidades de

ISBN 978-84-945722-3-4

tratamiento de estas dificultades encontradas en la educación matemática de los estudiantes. Esto se ha puesto como experiencia en los municipios de Guacarí, Roldanillo, Restrepo, Tuluá y La Unión, y próximamente en Jamundí y Calima Darién, a través de la articulación de las metodologías y de las vías de interpretación que aportan la fundamentación en estudios socioculturales, didácticos, curriculares, histórico-epistemológicos, matemáticos, cognitivos y de interacción con tecnologías y que hace que se puedan proponer alternativas de solución mucho más integradoras en donde los educadores puedan abordar con mayor seguridad y pertinencia los fenómenos y problemas presentes en la construcción de conocimiento matemático y, en general, en el desarrollo de pensamiento matemático.

Es así como en reconocimiento de los problemas presentados y con base en su larga trayectoria en la formación de educadores matemáticos, el equipo de trabajo que hace esta propuesta, en el contexto los Proyectos Educativos Institucionales y Comunitarios (PEI y PEC), los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN,1998) y los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (MEN, 2006), propuso cualificar y acompañar a docentes de diferentes instituciones educativas de básica y media de los municipios anotados antes, de los distintos grados de la escolaridad en matemáticas, para que a través del análisis, diseño, rediseño e implementación de secuencias didácticas se desarrollen niveles específicos de habilidades en educación matemática en sus estudiantes. Para que lo propuesto fuese posible, se hace necesario reconocer la experiencia profesional de los maestros que participen del programa y su saber pedagógico, como punto de partida de los procesos de cualificación y formación docente. Además, aspectos relacionados con las secuencias didácticas, es decir, un análisis sobre el tipo de desempeños que se movilizan en las secuencias didácticas, asociados a procesos generales de pensamiento en matemáticas, lo cual exige establecer múltiples relaciones entre el conocimiento específico puesto en escena y el entorno sociocultural sobre el cual se actúa. Implica, además, un dominio de la acción de integrar con sentido, en tanto se requiere articular el conocimiento de varios temas, creando un nivel de complejidad de tipo general que mantiene y controla la relación dialéctica entre los ámbitos de lo particular y lo general.

El acompañamiento a los docentes se centra, entonces, en el diseño y rediseño de secuencias didácticas; esto se hace mediante el reconocimiento del papel del lenguaje en la construcción

ISBN 978-84-945722-3-4

de conocimiento, la naturaleza de los objetos matemáticos, los problemas relativos a la comprensión en matemáticas y, en general, de las condiciones y posibilidades reales de movilización de procesos de pensamiento en la construcción de saberes matemáticos en ámbitos escolares específicos.

El marco de referencia de los Proyectos Educativos Institucionales y Comunitarios y las propuestas educativas particulares en matemáticas que tienen las instituciones educativas de los municipios, a los cuales se dirige la propuesta de cualificación, es un elemento fundamental para identificar las problemáticas propias de formación docente y de la formación matemática de los estudiantes y junto con la interacción con el tipo de propuestas de aula que los docentes realizan, permitirán fundamentar el punto de partida de los diseños o rediseños de actividades de aula que se implementen, en este proceso. Se espera que esto contribuya a dar sentido a la profesionalidad del maestro a través de la búsqueda de estrategias y soluciones a los problemas detectados en su propia institución y comunidad.

Desarrollo de la propuesta de formación

Esta propuesta se desarrolla a través de 4 fases. En la Fase I, se realiza un diplomado sobre fundamentos teóricos y metodológicos para el diseño de secuencias didácticas en matemáticas. En la Fase II, se implementan las secuencias didácticas diseñadas o rediseñadas en el diplomado y se analiza la propuesta pedagógica de laboratorio de matemáticas, en la Fase III, se implementa una nueva propuesta de aula y se sistematiza el proceso en una publicación, y en la Fase IV, se plantea un plan de acción por institución educativa donde se articulen actividades, tiempos y responsables, para incluir la propuesta de formación tratada en este programa en las propuestas curriculares en matemáticas de las instituciones que impacta el programa.

- **Fase 1: diplomado**

En esta fase se Caracteriza la población de docentes y sus problemáticas en relación con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en un nivel o grado particular y en un trabajo mancomunado se aportan elementos conceptuales y metodológicos, desde las perspectivas didáctica, curricular, matemática y de mediaciones instrumentales para el análisis, diseño o rediseño de secuencias didácticas en los temas o problemas identificados por los maestros.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Para lograr esto, se caracterizan de los docentes en términos de su nivel de formación, tipo de trabajo que realiza en matemáticas, aspectos personales generales, entre otros. Y algunos aspectos de las instituciones educativas, relacionados con el tipo de espacios académicos y físicos disponibles para la planeación y la actividad matemática de sus estudiantes. Todo esto con el propósito de levantar una línea de base para el trabajo con los maestros y estudiantes. Esto se hará a través de una encuesta estructurada y se realizan 6 talleres presenciales de 5 horas cada uno. En el Taller 1: Línea de base y Problematización de una temática matemática de enseñanza, se presentará la propuesta de cualificación, se aplicará la encuesta para el levantamiento de la línea de base y se identifican algunos contenidos matemáticos, objeto de estudio en la escuela, en un curso o nivel particular, con el objeto de problematizarlo, desde la experiencia pedagógica de los maestros, los resultados de investigación en Educación Matemática sobre el asunto y la experiencia de los docentes que coordinan el programa, esto con el propósito de seleccionar y caracterizar problemáticas de formación en sus estudiantes. En el Taller 2: Problematización de una temática matemática de enseñanza, se organizaran los maestros en grupos de trabajo según las problemáticas identificadas, por niveles o temáticas particulares. Se trata de fundamentar estas problemáticas desde la perspectiva de la conceptualización sobre obstáculos, dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Los maestros socializarán sus trabajos al resto del grupo de maestros. En el Taller 3: Documentar la problemática – Perspectiva curricular se presentarán y analizarán algunos aspectos de los documentos oficiales como los Lineamentos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), los Estándares Básicos de Competencias en matemáticas (MEN, 2006) y las propuestas institucionales, en relación con la problemática de formación matemática, identificada en cada grupo de docentes. Se trata de fundamentar la problemática a la luz de las propuestas curriculares desde la perspectiva de la identificación de los conceptos y procedimientos matemáticos involucrados, los procesos de pensamiento a desarrollar y el contexto en el cual se debe abordar el problema para su posible tratamiento. Todo ello en la perspectiva de la formulación de una propuesta de aula para su acometida. En el Taller 4: Documentar la problemática – Perspectiva de recursos, se aborda la noción de recurso pedagógico, desde la cual se sustenta que los materiales manipulativos, tecnológicos y audiovisuales, pueden convertirse en auténticos recursos siempre y cuando se haga todo un trabajo matemático-didáctico de mediación que implica, por un lado, una reflexión sobre

ISBN 978-84-945722-3-4

cómo se van a usar, y por el otro, una reflexión sobre sus potencialidades y limitaciones dilucidando en lo posible hasta dónde podrían impactar el trabajo en el aula. Es decir, que se tratan las problemáticas de la medición instrumental, el papel de lo lúdico y el juego en la actividad matemática y el tipo de desempeños y habilidades que se pueden desarrollar según el uso de estos materiales y herramientas. En este taller, se entregará una secuencia didáctica a cada grupo, diseñada por otros docentes, sobre la problemática seleccionada, y se analizará desde la perspectiva matemática; es decir, desde los conceptos, procedimientos, representaciones etc. involucrados en esta. De tal manera que permita reconocer las fortalezas sobre el tema, tienen los maestros y sus falencias, para que a través de la reflexión y discusión se puedan aportar fundamentos matemáticos para la posible reformulación de la secuencia o proponer un nuevo diseño, desde esta perspectiva. Además, en este taller, se ponen en juego varios ejemplos de actividades mediadas por materiales manipulativos o tecnológicos y se determina como estos u otros serán incorporados en lo diseños o rediseños de la secuencia didáctica que están analizando los maestros. En los talleres 5 y 6: Selección y articulación de las situaciones, actividades y preguntas en una propuesta de aula, se desarrollan en un día de trabajo, en las cuales se tomaran como referencia textos escolares, la secuencia entregada sobre el tema o problema, diseños de los maestros realizados antes, etc., y se determinaran ámbitos o situaciones y actividades que permitan movilizar conceptos y procedimientos en los estudiantes usuarios de esta propuesta para el desarrollo de algunos aspectos del pensamiento matemático. Lo que significa, que se organizan y articulan las situaciones propuestas con sus actividades o tareas y las preguntas o consignas que esta generan, teniendo en cuenta el contexto y los alcances de aprendizaje. Se determina, los propósitos de la secuencia, se explicitan los contenidos y procedimientos matemáticos involucrados y las expectativas de desempeño de los estudiantes; es decir, se hace un análisis *a priori* de la secuencia.

Fase 2: Implementación de secuencias didácticas y laboratorio de matemáticas

En esta fase se aportan elementos conceptuales y metodológicos, desde resultados de la investigación en didáctica de las matemáticas, para la implementación y gestión de una secuencia didáctica por cada grupo de docentes y para el análisis de los resultados de este proceso y se identifican y caracterizan las potencialidades de un laboratorio de matemáticas

ISBN 978-84-945722-3-4

como espacio y estrategia de formación de pensamiento matemático para los estudiantes. Además, se reafirman estrategias para el diseño de una nueva secuencia didáctica. Para lograr esto, en esta fase se realizan varias actividades. Una prueba diagnóstica a los estudiantes con los cuales se trabaja la secuencia didáctica diseñada en la fase anterior, 5 asesorías *in situ*, con el propósito de acompañar la implementación de la secuencia didáctica y el análisis de los resultados de este proceso, un encuentros en pleno de día y medio, con todos los docentes, en el cual se entrega un de Kit de laboratorio de matemáticas, por sede de cada institución que participa en el proyecto y se formula una nueva propuesta de aula.

Fase 3: Implementación de nueva secuencias didácticas y sistematización de la experiencia

En esta fase, se trata de reafirmar estrategias para la implementación de una nueva secuencia didáctica y para el análisis de las actuaciones y registros de los estudiantes, promover la escritura de relatos, crónicas y documento de secuencia didáctica para una publicación como sistematización del proceso de formación y contrastar los resultados de la prueba diagnóstica y los de la prueba de salida como elemento en la formación matemática de los estudiantes. En esta fase, de este proceso de formación y cualificación de maestros de matemáticas, se desarrollan actividades relacionadas con el logro de los objetivos, es así como, se realizan 4 asesorías *in situ*, 2 en la misma jornada en la cual laboran los docentes del programa con el propósito de apoyar la implementación de la secuencia didáctica; aplicación, liderada por los tutores de cada grupo de docentes y, 2 asesorías en contra jornada en las cuales se analizan los registros de los estudiantes sobre las actividades propuestas en la implementación y las actuaciones de maestros y estudiantes. Esta actividad está centrada en valorar los conocimientos y desempeños de los estudiantes con los cuales se trabajó en cada secuencia didáctica en las fases II y III, mediante una prueba escrita, en los aspectos determinados según lo tratado en estas secuencias. A partir de los resultados obtenidos con este instrumento de evaluación se hará un contraste con los resultados con la prueba diagnóstica y se aportaran conclusiones para la toma de decisiones en cada institución educativa.

- **Fase 4: Sostenibilidad**

ISBN 978-84-945722-3-4

En esta fase, se determinan las características, en términos de fortalezas y debilidades de la propuesta curricular en matemáticas de las instituciones que participan en este trabajo, a través de la revisión documentada, que hagan los tutores y docentes del programa, de estas propuestas (PEI, propuesta curricular de matemáticas, plan de aula etc.) y se propone un plan de acción para incorporar perspectivas que favorezcan la formación de los estudiantes en matemáticas a través de la reformulación de las propuesta curricular de la instituciones educativas que participan en el programa, desde la perspectiva de la incorporación de los laboratorios de matemáticas como espacios de formación, la incorporación de Tecnología de la Información y Comunicación, la formación permanente de docentes, entre otros aspectos.

Fundamentación pedagógica y metodológica

El proceso de cualificación y acompañamiento a docentes vinculados al desarrollo de este programa han considera: Que la estructuración de propuestas de intervención en el aula como secuencias didácticas es un proceso complejo y permanente de autoevaluación, en el cual los educadores y las instituciones educativas revisan los enfoques, la selección de contenidos curriculares, las competencias básicas, las prácticas que se desarrollan en el aula, las dificultades, los errores en las diferentes áreas de formación, en particular, en matemáticas; que las secuencias didácticas como un conjunto de acciones intencionales que se diseñan para abordar metas de aprendizaje en un campo del conocimiento, en este caso, en matemáticas, la secuencia didáctica a su vez, se constituye en una estructura para la organización de procesos de enseñanza y de aprendizaje y pone en relación las competencias a desarrollar de acuerdo con los lineamientos comunitarios y nacionales, los propósitos curriculares y formativos de la institución y las condiciones de contexto que posibilitan el alcance de la metas de aprendizaje y que los resultados de las evaluaciones externas, Saber, TIMSS y PISA dejan ver solo algunos aspectos de la formación matemática de los estudiantes; que la formación concebida como un proceso cultural, continuo de reflexión, y retroalimentación de la práctica pedagógica mediante el desarrollo de actividades de enriquecimiento teórico – metodológico, por lo tanto, se trata de confrontar los saberes de los maestros a partir de los procesos de actualización de los contenidos disciplinares, pedagógicos y didácticos y expresos en propuestas concretas de intervención en el aula; además, que la formación de los

ISBN 978-84-945722-3-4

educadores es situada pues debe orientarse de acuerdo a los contextos culturales, institucionales y locales y que conocimiento matemático tiene unas características propias que hacen que su acceso no sea posible sin el recurso a una variedad de registros de representación, entre los cuales la lengua materna es solo uno de ellos, indispensable pero no único. Lo anterior conlleva a cuestionamientos que tienen que ver con los tratamientos específicos en los registros y los procesos de conversión de unos a otros, indispensables de abordar a la hora de diseñar actividades específicas de aula.

Referencias bibliográficas

Garzón, D. & Vega M. (2011). Los recursos pedagógicos en la enseñanza de la geometría. XIII Comité Interamericano de Educación Matemática. Brasil: CIAEM

MEN (1998). Lineamientos curriculares de matemáticas. Bogotá: Editorial Magisterio.

MEN (2006). Estándares básicos de competencias. Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Bogotá: Editorial Magisterio.

Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En L. Rico (Coord.), La educación matemática en la enseñanza secundaria (pp. 125-154). Barcelona: Horsori.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-332

REGULARIDADES EN LA REFLEXIÓN DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

Vicenç Font – Luis Pino-Fan – Adriana Breda
vfont@ub.edu – luis.pino@ulagos.cl – adriana.breda@ulagos.cl
Universitat de Barcelona, España, Universidad de Los Lagos, Chile

Núcleo temático: Formación del profesorado en Matemáticas.
Modalidad: CB
Nivel educativo: Formación y actualización docente.
Palabras clave: reflexión del profesor, idoneidad didáctica, profesor de matemáticas

Resumen

En Breda, Pino-Fan y Font (en prensa) se explican una serie de experimentos de diseño, estudio de caso y cursos de formación, que han permitido, por una parte, el desarrollo del modelo Conocimientos y Competencias Didáctico – Matemáticas (modelo CCDM) del profesor de matemáticas, y por otra parte, ponerlo a prueba. También se explica que en ellos, se observaron las siguientes regularidades: 1) Los profesores, cuando opinan (sin una pauta previamente dada) sobre un episodio de aula, expresan comentarios de tipo descriptivo y/o explicativo y/o valorativo. 2) Éstas opiniones son evidencias de alguna de las seis facetas (epistémica, cognitiva, ecológica, interaccional, mediacional y afectiva) del conocimiento del profesor (una parte del CCDM). 3) Cuando las opiniones son claramente valorativas, se organizan mediante los componentes de los criterios de idoneidad didáctica (otro componente del CCDM) (idoneidad epistémica, mediacional, ecológica, afectiva, interaccional y cognitiva). 4) La valoración positiva de estos indicadores se basa en determinadas tendencias sobre la enseñanza de las matemáticas que indican cómo debe ser una enseñanza de las matemáticas de calidad. En esta comunicación se explica un experimento de diseño en el que se pusieron a prueba estas regularidades. El resultado principal es que también se cumplieron en este caso.

Marco Teórico

En el marco del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) (Godino, Batanero & Font, 2007) se ha desarrollado un modelo teórico de conocimientos y competencias del profesor de matemáticas llamado Conocimientos y Competencias Didáctico–Matemáticas del profesor de matemáticas (modelo CCDM) (Godino, Batanero, Font & Giacomone, en prensa; Breda, Pino-Fan y Font, en prensa). Algunos de los constructos de dicho modelo se usan en esta investigación. En particular, se usan las facetas del conocimiento del profesor consideradas en este modelo:

ISBN 978-84-945722-3-4

1. Faceta epistémica, que refiere al conocimiento especializado de la dimensión matemática (uso de diversas representaciones, argumentos, estrategias de resolución de problemas y significados parciales para un objeto matemático concreto), e incorpora nociones tales como conocer las matemáticas con profundidad y amplitud (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008) y el conocimiento especializado del contenido (Hill, Ball & Schilling, 2008).
2. Faceta cognitiva, que refiere al conocimiento sobre los aspectos cognitivos de los estudiantes (dificultades, errores, conflictos, aprendizaje, etc.).
3. Faceta afectiva, que refiere a los conocimientos sobre los aspectos afectivos, emocionales y actitudinales de los estudiantes.
4. Faceta interaccional, conocimiento sobre las interacciones que se suscitan en el aula (profesor-estudiantes, estudiante-estudiante, estudiante-recursos, etc.).
5. Faceta mediacional, conocimiento sobre los recursos y medios que pueden potenciar los aprendizajes de los estudiantes, y sobre los tiempos designados para la enseñanza.
6. Faceta ecológica, conocimiento sobre los aspectos curriculares, contextuales, sociales, políticos, económicos..., que influyen en la gestión de los aprendizajes de los estudiantes.

En diferentes investigaciones y contextos de formación, se han diseñado e implementado ciclos formativos para que los profesores (o futuros profesores) desarrollen las competencias de este modelo y aprendan los conocimientos que se contemplan en él (por ejemplo, Rubio, 2012; Pochulu, Font & Rodríguez, 2016; Seckel, 2016). Se trata de ciclos formativos en los que se pretende enseñar a los participantes algunos de (o todos) los tipos de análisis didáctico contemplados en el modelo de análisis didáctico propuestos por el EOS (Font, Planas & Godino, 2010), ya que se supone que realizar estos tipos de análisis didácticos permite desarrollar la competencia clave de este modelo, la competencia de análisis e intervención didáctica, y también el aprendizaje de los diferentes tipos de conocimientos contemplados en el modelo. Por esta razón, en numerosas ocasiones los autores de este trabajo han realizado ciclos formativos (muchos de ellos con un formato de taller) con el objetivo de enseñar el modelo de análisis didáctico propuesto por el EOS. Se trata de ciclos formativos (talleres) diseñados como entornos potentes de aprendizaje de manera que: 1) los asistentes tengan una

ISBN 978-84-945722-3-4

participación activa a partir del análisis de episodios de aula; y 2) los tipos de análisis que propone dicho modelo de análisis emerjan de la puesta en común realizada en el gran grupo. En los diferentes talleres para profesores o futuros profesores de matemáticas implementados con el objetivo acabado de comentar fuimos observando algunas regularidades que formulamos de la siguiente manera (Breda, Pino-Fan y Font, en prensa):

1. Los profesores o futuros profesores, cuando tienen que opinar (sin una pauta previamente dada) sobre un episodio de aula implementado por otro profesor, expresan comentarios en los que se pueden hallar aspectos de descripción y/o explicación y/o valoración.
2. Las opiniones de estos profesores se pueden considerar evidencias de algunas de las seis facetas (epistémica, cognitiva, ecológica, interaccional, mediacional y afectiva) del modelo del conocimiento didáctico-matemático (CDM) del profesor de matemáticas (una parte del CCDM).
3. Cuando las opiniones son claramente valorativas, se organizan de manera implícita o explícita mediante algunos indicadores de los componentes de los criterios de idoneidad didáctica (otro componente del modelo CCDDM) propuestos por el EOS (idoneidad epistémica, mediacional, ecológica, afectiva, interaccional y cognitiva).
4. La valoración positiva de estos indicadores se basa en la suposición implícita o explícita de que hay determinadas tendencias sobre la enseñanza de las matemáticas que nos indican cómo debe ser una enseñanza de las matemáticas de calidad. Estas tendencias (Guzmán, 2007; Font, 2008) se relacionan con el modelo CCDM) ya que algunas de ellas son la base para proponer algunos de los criterios de idoneidad didáctica.

Por esta razón, nos hemos planteado tomar estas cuatro regularidades observadas, relacionadas con el modelo CCDM y diseñar estudios empíricos y estudios de caso de tipo naturalista para corroborarlas. En este trabajo describimos brevemente uno de dichos estudios.

Metodología

Estos ciclos formativos (talleres) en el EOS son considerados *experimentos del desarrollo de las competencias y conocimientos del profesor* (EDCCP) y son un tipo de Teacher

ISBN 978-84-945722-3-4

Development Experiment (TDE). Según Simon (2000), los TDE estudian el desarrollo profesional del profesor en formación o en servicio, y se fundamentan en los principios de los experimentos de enseñanza (Cobb y Steffe, 1983; Steffe y Thompson, 2000), lo que significa que un equipo de investigadores estudia el desarrollo del profesor a la vez que lo promueve como parte de un ciclo continuo de análisis e intervención. Las investigaciones basadas en TDE también contemplan el estudio de casos.

En concreto, la experiencia que se describe en esta comunicación es un EDCCP que presenta las siguientes características: 1) interviene como profesor uno de los investigadores, 2) se parte de regularidades previas que se quieren poner a prueba (regularidades 1-4), 3) se diseña un ambiente de aprendizaje/enseñanza que busca provocar un aprendizaje en los participantes que permita comprobar si se cumplen (o no) las regularidades de partida. Dado que el taller fue grabado en video y se puede ver en la siguiente url: https://educast.pucp.edu.pe/video/6343/capacity_and_network_project_canp_5peru, no se adjunta, por cuestiones de espacio, la transcripción como anexo.

El contexto institucional en el que realizó este experimento de enseñanza fue en la primera sesión de un taller − ya realizado anteriormente con diferentes colectivos (profesores en servicio, alumnos de másteres y doctorados en Educación, futuros profesores de secundaria de matemáticas) y descrito en Rubio (2012) y Seckel (2016) – implementado en el CANP5 de Lima. El *Capacity and Network Project* (CANP) es un proyecto de desarrollo de la *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI) que se viene realizando desde que por primera vez se concretó en Mali, el 2011. El CANP 2 fue en Costa Rica, en el 2012; el CANP 3 en Camboya, en el 2013; y el CANP 4 en Tanzania, en el 2014. En 2016, se realizó el CANP 5 en Lima, orientado a la subregión sudamericana conformada por Bolivia, Ecuador, Paraguay y Perú.

Los sujetos participantes fueron 40 profesores asistentes al *Capacity and Network Project* − CANP5 de diferentes nacionalidades − Bolivia, Ecuador, Paraguay, Perú (los cuatro países latinoamericanos participantes), Francia, EEUU, Costa Rica y Brasil (países de los miembros del comité organizador del CANP5 que también participaron en el taller).

Resultados

ISBN 978-84-945722-3-4

Lo primero que hizo el profesor fue proponer a los asistentes la lectura y análisis de un episodio descrito en Font, Planas y Godino (2010) (páginas 93-94) — en este episodio un grupo de tres alumnos de 15-16 años resuelven un problema contextualizado en una clase de cuarto de Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO) (España) durante diez minutos—. Este primer análisis se debía realizar a partir de su experiencia previa. El proceso seguido fue el siguiente: 1) Lectura individual del contexto del problema y de la transcripción. 2) Formación de grupos de 3-4 personas. 3) Análisis didáctico del episodio de clase en grupo. 4) Elaboración de conclusiones. 5) Presentación a los otros grupos de las conclusiones.

Tal como se puede ver en la grabación se cumplieron las cuatro regularidades ya que los participantes hicieron comentarios con componentes de tipo descriptivo y/o explicativo y/o valorativo (regularidad 1). Por otra parte, hubo comentarios que se focalizaron en las matemáticas, otros en las dificultades cognitivas de los alumnos, otros sobre los aspectos emocionales de los alumnos, otros sobre la interacción, otros sobre el contracto didáctico, otros sobre el entorno social de los estudiantes, etc. Por tanto, en los comentarios de los participantes se observan análisis que evidencian las diferentes facetas del modelo de conocimientos matemático-didácticos (contemplado en el modelo CCDM) de los asistentes (regularidad 2).

Cuando el profesor que implementó el taller planteó la necesidad de llegar a un consenso sobre la valoración de la gestión del episodio por parte del profesor, la mayoría de los asistentes expresó apreciaciones negativas en torno a ésta. Para argumentarlas, mencionaron, entre otros aspectos, el hecho de que el profesor no había gestionado bien algunas intervenciones de los alumnos o bien que había creado un clima emocional desfavorable para dos de ellos. También sugirieron, en algún caso, cómo tendría que haber actuado el profesor del episodio. Como resultado de la discusión se valoró negativamente la gestión del episodio por parte del profesor argumentando que producía la exclusión, desmotivación frustración de algunos de los alumnos participantes; es decir, la valoración negativa se basó en un indicador específico <<se facilita la exclusión de los alumnos>> (en este caso se corrobora la regularidad 3 ya que se trata de uno de los indicadores del criterio de la idoneidad afectiva que se contemplan en el EOS). Pero además argumentaron que esta exclusión se debía

ISBN 978-84-945722-3-4

considerar negativamente ya que los alumnos tienen *derecho* a no ser excluidos (regularidad 4).

Una vez llegados a este acuerdo, el profesor les hizo observar que se había llegado a él porque habían asumido una *moda* que actualmente hay en la enseñanza de las matemáticas, que él llamó el principio de equidad, que esta presenté en los currículos de la mayoría de los países que han aumentado la edad de la enseñanza obligatoria. También les hizo observar que en otra época habría estado bien vista la exclusión de los alumnos, ya que antiguamente los sistemas escolares estaban pensados para excluir a la mayoría de los alumnos de manera que fuesen pocos los que llegasen a la universidad (solo llegaban los mejores y los otros eran apartados en el camino). A continuación les hizo observar que una primera forma de valorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas podía ser precisamente esta, es decir ver si el proceso que se quería valorar seguía alguna de las tendencias que, por diferentes medios (currículum, congresos, curso de formación, etc.) llegan al profesor sobre cómo debe ser una buena enseñanza de las matemáticas.

Consideraciones finales

Consideramos que este experimento de enseñanza puso a prueba las cuatro regularidades y que éstas se corroboraron. Hay que resaltar que la implementación de este taller fue muy similar al descrito en Rubio (2012) y Seckel (2016) y que se obtuvieron resultados similares en los tres talleres − y similares también con otros realizados anteriormente − (lo cual nos indica la replicabilidad que tiene el taller considerado). Además, la visión del video de este último taller permite dar cuenta (explicar) cómo y por qué funcionó este taller con estos profesores. Por una parte es clave la motivación de los asistentes y, por la otra y más relevante, la gestión que hizo de la interacción el investigador que implementó el taller.

Agradecimientos

Trabajo realizado en el marco del proyecto de investigación: EDU2015-64646-P (MINECO/FEDER, UE).

Referencias bibliográficas

ISBN 978-84-945722-3-4

Breda, A., Pino-Fan, L., & Font, V. (en prensa). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*.

Cobb, Paul y Steffe, Leslie. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(2), 83–94.

Font, V. (2008). Enseñanza de las matemáticas. Tendencias y perspectivas. En C. Gaita (Ed.), *Actas del III Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas* (pp. 21-62). Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú.

Font, V., Planas, N. y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105.

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (en prensa). Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas. *Bolema*.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 39(1), 127 – 135. doi: 10.1007/s11858-006-0004-1.

Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43, 19-58.

Hill, H. C., Ball, D. L., & Schlling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39, 372–400.

Pochulu, M., Font, V., & Rodríguez, M. (2016). Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME*, 19(1), 71-98. doi: 10.12802/relime.13.1913.

Rubio, N. (2012). *Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos*. Tesis doctoral no publicada. Universitat de Barcelona.

Schoenfeld, A., & Kilpatrick, J. (2008). Towards a theory of profiency in teaching mathematics. En D. Tirosh, & T. L. Wood (Eds.), *Tools and processes in mathematics teacher education* (pp. 321-354) Rotterdam: Sense Publishers.

Seckel, M. J. (2016). *Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación general básica con mención en matemática*. Tesis doctoral no publicada. Universitat de Barcelona.

Simon, M.. (2000). Research on the development of mathematics teacher: The teacher development experiment. En Anthony Kelly y Richard Lesh (Eds.), *Handbook of research*

ISBN 978-84-945722-3-4

design in mathematics and science education (pp. 335-359). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Steffe, L. y Thompson, P. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. En Anthony Kelly y Richard Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 267-306). Mahwah: NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Información extraída de una página web

Font V. (2016). ¿Cómo debe ser una buena clase de matemáticas? En *Capacity and Network Project* – CANP5. https://educast.pucp.edu.pe/video/6343/capacity_and_network_project_canp_5peru, consultado 01/03/2017

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-333

LA RETROALIMENTACIÓN: UNO DE LOS FACTORES DE MAYOR INFLUENCIA DURANTE LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE

Laura Muñiz-Rodríguez [1,2] – Pedro Alonso [1] – Luis José Rodríguez-Muñiz [1] – Martin Valcke [2]
uo205132@uniovi.es – palonso@uniovi.es – luisj@uniovi.es – martin.valcke@ugent.be
[1] Universidad de Oviedo (España) – [2] Universidad de Gante (Bélgica)

Modalidad: Comunicación Breve (CB)
Nivel educativo: 3. Medio o Secundario (12 a 15 años)
Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas
Palabras clave: evaluación formativa; feedback; rendimiento académico; retroalimentación

Resumen

La retroalimentación es uno de los factores de mayor influencia durante los procesos de enseñanza-aprendizaje, si bien no todas las formas de retroalimentación tienen la misma efectividad. El objetivo de este estudio es identificar técnicas y herramientas para retroalimentar los logros del alumnado en el aprendizaje de las matemáticas y analizar su influencia sobre el rendimiento académico, identificando posibles dificultades durante su implementación en el aula. Para ello se realizó, en primer lugar, una revisión de la literatura. A continuación, se analizó la experiencia de estudiantes y docentes a la hora de emplear algunas de estas formas de retroalimentación. La revisión llevada a cabo permite observar que la retroalimentación generada por medio de un dispositivo electrónico es una de las formas más investigadas y utilizadas hoy en día. Si bien el rendimiento académico no mejora significativamente en comparación con la retroalimentación proporcionada por medios convencionales, el enfoque digitalizado proporciona otras ventajas. En cuanto a la evaluación formativa, la variabilidad de metodologías y herramientas influye de diferente manera tanto en el rendimiento académico como en la motivación. Por otro lado, la retroalimentación descriptiva destaca por su gran influencia sobre el rendimiento académico en la resolución de problemas matemáticos.

Introducción

La retroalimentación se refiere a la información que proporciona un agente (por ejemplo, un profesor, un compañero, un libro, o uno mismo) sobre el desempeño académico de una actividad de aprendizaje (Hattie & Timperley, 2007). La retroalimentación tiene como propósito reducir las discrepancias entre la compresión y el rendimiento actual de un individuo y el objetivo de aprendizaje deseado. Según Hattie (2009), la retroalimentación es uno de los factores de mayor influencia durante los procesos de enseñanza-aprendizaje. Sin

ISBN 978-84-945722-3-4

embargo, el mero hecho de proporcionar retroalimentación no implica *per se* una mejora del rendimiento académico del alumnado (Hattie & Gan, 2011). Estudios previos demuestran que algunas formas y técnicas de retroalimentación son más efectivas que otras (Hattie & Gan, 2011; Kluger & DeNisi, 1996). Además, la influencia de la retroalimentación sobre el rendimiento académico varía en función del nivel al que vaya dirigida: la tarea, el proceso, la autorregulación, o la persona (Hattie & Timperley, 2007).

Para que sea eficaz, el proceso de retroalimentación dentro del contexto educativo debe ser bidireccional: del docente al alumnado, y del alumnado al docente (Hattie, 2009). Por un lado, el docente debe informar al alumnado sobre su nivel de comprensión, los errores que comete, estrategias alternativas para la resolución de un problema, o su motivación. Al mismo tiempo, el alumnado debe comunicar al docente el éxito o fracaso de sus estrategias de enseñanza, o la necesidad de revisar el contenido que aún no se ha entendido.

En la práctica, las investigaciones previas indican que las percepciones entre el profesorado y el alumnado sobre la frecuencia y la cantidad de retroalimentación proporcionada en el aula son contradictorias (Carless, 2006; Spiller, 2009). A menudo, el alumnado no asimila la información proporcionada por el docente, bien porque no la considera relevante a nivel individual, porque le resulta de difícil comprensión, o porque no entiende cómo aplicarla a su aprendizaje.

Esta comunicación tiene como principal objetivo identificar técnicas y herramientas para retroalimentar los logros del alumnado en el aprendizaje de las matemáticas, y analizar su influencia sobre el rendimiento académico, identificando posibles dificultades durante su implementación en el aula. Las preguntas de investigación que se plantean son:

(1) ¿Qué técnicas son más utilizadas para proporcionar retroalimentación al alumnado en matemáticas en educación secundaria?
(2) ¿Qué influencia tienen estas técnicas de retroalimentación sobre el rendimiento académico en matemáticas?
(3) ¿Qué grado de aceptación o dificultad tienen estas técnicas de retroalimentación a la hora de ponerlas en práctica en el aula?

Para dar respuesta a estas preguntas se realizó, en primer lugar, una revisión de la literatura siguiendo el enfoque propuesto por Arksey y O'Malley's (2005). A continuación, se analizó

ISBN 978-84-945722-3-4

la experiencia de estudiantes y docentes a la hora de emplear algunas formas de retroalimentación.

La comunicación se estructura como sigue: en primer lugar, se presenta una revisión de la literatura sobre técnicas de retroalimentación; en segundo lugar, se describe el diseño metodológico seguido para recoger y analizar información sobre las percepciones de estudiantes y docentes sobre las técnicas previamente descritas; por último se presentan tanto los resultados obtenidos como las conclusiones derivadas del estudio.

Referentes teóricos

Para dar respuesta a las dos primeras preguntas de investigación, se llevó a cabo una revisión de la literatura, siguiendo el enfoque propuesto por Arksey y O'Malley's (2005). En esta sección, se presentan las técnicas de retroalimentación más utilizadas durante los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, así como su influencia sobre el rendimiento académico del alumnado.

La retroalimentación generada por medio de un dispositivo electrónico es una de las técnicas más investigadas en los últimos años (Adesina, Stone, Batmaz, & Jones, 2014; Chu, Yang, Tseng, & Yang, 2014; Fyfe, 2016; Fyfe & Rittle-Johnson, 2016; Panaoura, 2012; van der Kleij, Feskens, & Eggen, 2015). Mediante esta técnica, se pide al alumnado que complete una tarea usando un dispositivo electrónico. Una vez que las respuestas del alumnado son evaluadas – por el docente o por el propio dispositivo – la retroalimentación se proporciona a través de mensajes que aparecen en la pantalla, informando al alumnado sobre la validez de su respuesta, sugiriendo una estrategia de resolución alternativa, o bien ofreciendo la explicación detallada del problema. Esta técnica de retroalimentación permite diseñar actividades tanto dentro como fuera del aula. Estos autores señalan que no existen diferencias significativas en el rendimiento académico en matemáticas entre la retroalimentación generada mediante un dispositivo electrónico o en lápiz y papel. Sin embargo, la primera tiene una influencia más significativa sobre la eficacia de la retroalimentación a nivel del proceso, y fomenta tanto la motivación como la autorregulación del alumnado.

La retroalimentación está estrechamente ligada con la evaluación, ya que esta proporciona al profesorado información muy valiosa acerca de cómo el alumnado comprende los contenidos que se están enseñando. Numerosas investigaciones indican la eficacia de la evaluación

ISBN 978-84-945722-3-4

formativa como técnica de retroalimentación para mejorar el rendimiento en matemáticas (Hattie, 2009; Shute, 2008; van den Berg, Harskamp, & Suhre, 2016). Las metodologías de evaluación formativa más efectivas se basan en la realización de juegos, quizzes, o debates en el aula (Muñiz-Rodríguez, Alonso, & Rodríguez-Muñiz, 2014). Ahora bien, es importante tener en cuenta que tanto la gestión del aula como el tiempo de preparación de la sesión didáctica pueden verse notablemente afectados a la hora de aplicar estas metodologías.

En el ámbito de la resolución de problemas matemáticos, existen otras dos formas de retroalimentación particularmente relevantes: la retroalimentación en forma de calificación numérica, y la retroalimentación descriptiva. La literatura sugiere que la retroalimentación descriptiva tiene una influencia más significativa sobre el rendimiento académico en matemáticas y, en particular, sobre la mejora de la selección de estrategias de resolución (Fyfe, Rittle-Johnson, & DeCaro, 2012; Rakoczy, Harks, Klieme, Blum, & Hochweber, 2013).

A partir de la revisión de la literatura, ha sido posible identificar las técnicas de retroalimentación más utilizadas durante los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y con mayor influencia sobre el rendimiento académico del alumnado: la retroalimentación mediante un dispositivo electrónico, la retroalimentación descriptiva, y la evaluación formativa. A continuación, se analizó la experiencia de estudiantes y docentes a la hora de emplear estas formas de retroalimentación. Para ello, se diseñaron diversas situaciones de aula en las que se desarrolló alguna de las técnicas descritas con anterioridad (véase el Anexo), y se examinaron las dificultades encontradas durante su implementación, así como las percepciones de estudiantes y docentes sobre las mismas.

Metodología

La muestra sobre la que se llevó a cabo este estudio consta de 22 alumnos de 1º de ESO (edad media = 12,59 años; 6 mujeres; 16 hombres), 11 alumnos de 4º de ESO (edad media = 16,18 años; 4 mujeres; 7 hombres), 29 alumnos de 1º de Bachillerato (edad media = 16,07 años; 13 mujeres; 16 hombres), y 2 docentes (1 mujer; 1 hombre).

El estudio se desarrolló a lo largo de seis sesiones didácticas de matemáticas durante las cuales se aplicaron seis técnicas de retroalimentación diferentes (véase el Anexo). Para conocer las percepciones de los participantes acerca de la utilidad o viabilidad de cada una

ISBN 978-84-945722-3-4

de estas técnicas, se elaboró un cuestionario para los alumnos y una encuesta semiestructurada para los docentes. El cuestionario medía varios aspectos en relación a la técnica de retroalimentación utilizada. Para este estudio, se analizaron los datos de tres escalas: utilidad de cada técnica para proporcionar información a los compañeros sobre su aprendizaje, utilidad de cada técnica para obtener información sobre mi propio aprendizaje, y medida en que cada técnica aumenta mi motivación hacia el aprendizaje de las matemáticas. Para cada ítem se utilizó una escala Likert de cinco puntos. La encuesta recogía información sobre las ventajas y dificultades de cada técnica de retroalimentación desde el punto de vista del docente.

Resultados

En esta sección, presentamos los principales resultados obtenidos tras analizar los datos recogidos en este estudio. En primer lugar, comentamos los resultados del análisis de datos del cuestionario y, en segundo lugar, los relativos a la encuesta a los docentes.

La Figura 1 muestra que, en general, los estudiantes consideran que las seis técnicas de retroalimentación son útiles tanto para proporcionar como para obtener información sobre el aprendizaje, y aumentan en gran medida la motivación del alumnado hacia el aprendizaje de las matemáticas.

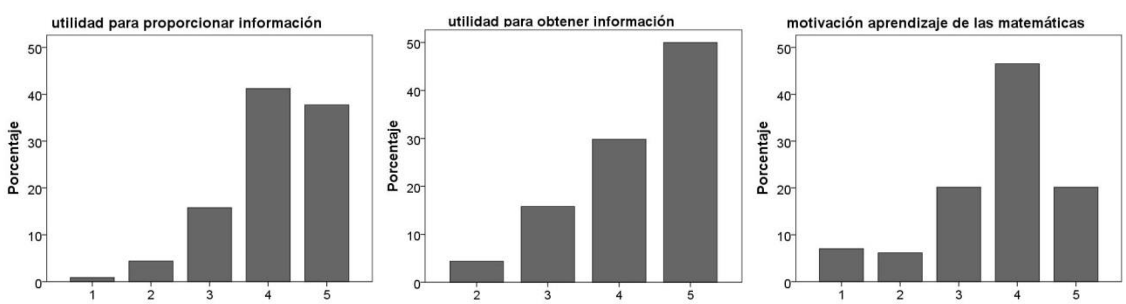


Figura 1. Porcentaje del grado de utilidad y motivación de cada técnica.

Además, la prueba de Kruskal-Wallis permite suponer que no existen diferencias estadísticamente significativas en la utilidad para proporcionar información a los compañeros sobre su aprendizaje (χ_5^2 = 7,034; p-valor = 0,218), la utilidad para obtener información sobre mi propio aprendizaje (χ_5^2 = 10,507; p-valor = 0,062), y el nivel de motivación hacia el aprendizaje de las matemáticas (χ_5^2 = 6,842; p-valor = 0,233) entre las diferentes técnicas de retroalimentación.

ISBN 978-84-945722-3-4

Ambos docentes destacan que las seis técnicas de retroalimentación permiten al profesorado obtener información sobre el rendimiento académico del alumnado así como retroalimentar el progreso de su aprendizaje. Además, como consecuencia del proceso de retroalimentación, la aplicación de estas técnicas conduce a realizar sugerencias al alumnado sobre cómo mejorar sus resultados de aprendizaje. La Tabla 1 muestra un análisis detallado de diversos elementos de las técnicas estudiadas.

En particular, los docentes observaron que el alumnado percibe mejor la retroalimentación escrita que la proporcionada de forma oral. De las técnicas en las cuales la retroalimentación fue generada mediante un dispositivo electrónico, los docentes destacan la utilidad de las mismas para obtener y proporcionar información de manera automática e inmediata, sin excesivo esfuerzo.

Tabla 1. Análisis cualitativo de las técnicas de retroalimentación.

Técnica de retroalimentación	**Quiz digital**	**Juego de cartas**	**Estrellas & deseo**	**Aula invertida**	**Libros abiertos**	**Juego de roles**
Requiere la disponibilidad de herramientas tecnológicas	Sí	No	No	Sí	No	No
Tiempo de preparación	Alto	Medio	Bajo	Muy alto	Bajo	Medio
Gestión del aula	Media	Media	Alta	Baja	Baja	Alta
Formación docente en herramientas tecnológicas	Sí	No	No	Sí	No	No
Planificación/ adaptación de futuras sesiones didácticas	Grupal	Personal y grupal	Personal y grupal	Personal y grupal	Personal y grupal	Grupal
Identificación de dificultades y errores	Grupal	Personal y grupal	Personal y grupal	Personal y grupal	Personal y grupal	Grupal
Mejora el rendimiento del alumnado	Mucho	Mucho	Ni mucho ni poco	Mucho	Mucho	Mucho
Aumenta la motivación del alumnado	Mucho	Mucho	Ni mucho ni poco	Mucho	Poco	Mucho
Capacidad de análisis del alumnado	Alta	Alta	Muy alta	Media	Media	Media
Atención hacia la persona	Baja	Media	Baja	Nula	Media	Baja

Conclusiones

Los resultados obtenidos permiten responder a las preguntas de investigación planteadas. En primer lugar, la revisión de la literatura nos ha permitido identificar tres técnicas para proporcionar retroalimentación al alumnado, que tienen una influencia significativa sobre el

ISBN 978-84-945722-3-4

rendimiento académico en matemáticas en educación secundaria: la retroalimentación generada por medio de un dispositivo electrónico, la evaluación formativa, y la retroalimentación descriptiva. Según investigaciones previas, la retroalimentación generada por medio de un dispositivo electrónico destaca por centrar su atención a nivel del proceso, y promover tanto la motivación como la autorregulación del alumnado (Adesina, Stone, Batmaz, & Jones, 2014; Chu, Yang, Tseng, & Yang, 2014; Fyfe, 2016; Fyfe & Rittle-Johnson, 2016; Panaoura, 2012; van der Kleij, Feskens, & Eggen, 2015). La evaluación formativa permite proporcionar retroalimentación con mayor frecuencia e inmediatez (Hattie, 2009; Shute, 2008; van den Berg, Harskamp, & Suhre, 2016). A su vez, la retroalimentación descriptiva resulta muy efectiva en el ámbito de la resolución de problemas matemáticos (Fyfe, Rittle-Johnson, & DeCaro, 2012; Rakoczy, Harks, Klieme, Blum, & Hochweber, 2013).

En segundo lugar, la implementación de cada una de estas técnicas a lo largo de seis sesiones didácticas, nos posibilita concluir que todas ellas tienen un alto grado de aceptación tanto por parte del alumnado como del profesorado; permiten tanto proporcionar como obtener información sobre el rendimiento académico del alumnado, y aumentan la motivación hacia el aprendizaje de las matemáticas. Si bien, cada técnica tiene sus puntos fuertes y sus puntos débiles (véase Tabla 1). Desde el punto de vista de los docentes, las principales ventajas de la retroalimentación generada por medio de un dispositivo electrónico con respecto a las demás es el aumento de la motivación del alumnado, así como la escasa atención que dirige hacia el individuo a la hora de proporcionar información sobre sus logros. De acuerdo con Hattie y Timperley (2007) la retroalimentación sobre la persona es la menos eficaz de todas, ya que guarda menor relación con el desempeño del alumnado. La mayor desventaja de esta técnica es el elevado tiempo de preparación del material necesario para el desarrollo de la actividad. La evaluación formativa permite aplicar una amplia variedad de metodologías en el aula y consigue un mejor rendimiento académico. Sin embargo, algunos autores indican que la evaluación formativa requiere una mayor formación del profesorado en cuanto a los conocimientos del alumnado, sus procesos de aprendizaje, su autoestima, su motivación, o sus acciones futuras (Martínez, 2013). Por último, la técnica de retroalimentación descriptiva implementada (*Dos estrellas y un deseo*) requiere una capacidad de análisis y de madurez por parte del alumnado muy elevada en comparación con el resto de técnicas.

ISBN 978-84-945722-3-4

La literatura indica que, en la práctica, la retroalimentación que obtiene el alumnado sobre los logros de su aprendizaje es escasa. Este estudio es de gran relevancia para la comunidad educativa, ya que pone a disposición del profesorado seis técnicas para obtener y proporcionar información al alumnado sobre su rendimiento académico en matemáticas, indicando las fortalezas y dificultades de cada una, así como distintos aspectos a tener en cuenta a la hora de implementarlas en el aula. La frecuencia de la retroalimentación es un factor preponderante y de gran influencia sobre el rendimiento del alumnado. Es por ello necesario aumentar su práctica en el ámbito educativo.

Agradecimientos

Los autores agradecen su colaboración e interés en el desarrollo de este estudio a los profesores Lucía López Álvarez y Juan Francisco Hernández Rodríguez, así como al equipo docente y al alumnado del Instituto de Educación Secundaria Fernández Vallín de Gijón y del Colegio Hispano-Inglés de Santa Cruz de Tenerife.

Referencias bibliográficas

Adesina, A., Stone, R., Batmaz, F., & Jones, I. (2014). Touch Arithmetic: A process-based computer-aided assessment approach for capture of problem solving steps in the context of elementary mathematics. *Computers & Education*, *78*, 333-343.

Arksey, H., & O'Malley, L. (2005). Scoping studies: Towards a methodological framework. *International Journal of Social Research Methodology, 8*(1), 19–32.

Carless, D. (2006). Differing perceptions in the feedback process. *Studies in Higher Education, 31*(2), 219-233.

Chu, Y. S., Yang, H. C., Tseng, S. S., & Yang, C. C. (2014). Implementation of a model-tracing-based learning diagnosis system to promote elementary students' learning in mathematics. *Educational Technology & Society*, *17*(2), 347-357.

Fyfe, E. R. (2016). Providing feedback on computer-based algebra homework in middle school classrooms. *Computers in Human Behavior*, *63*, 568-574.

Fyfe, E. R., & Rittle-Johnson, B. (2016). The benefits of computer-generated feedback for mathematics problem solving. *Journal of Experimental Child Psychology, 147*, 140151.

Fyfe, E. R., Rittle-Johnson, B., & DeCaro, M. S. (2012). The effects of feedback during exploratory mathematics problem solving: Prior knowledge matters. *Journal of Educational Psychology*, *104*(4), 1094-1108.

Hattie, J. (2009). *Visible Learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement.* London/New York: Routledge.

ISBN 978-84-945722-3-4

Hattie, J., & Gan, M. (2011). Instruction based on feedback. In R. Mayer, & P. Alexander (Eds.), *Handbook of research on learning and instruction* (pp. 249-271). New York: Routledge.
Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The Power of Feedback. *Review of Educational Research, 77*(1), 81-112.
Kluger, A. N., & DeNisi, A. (1996). The effects of feedback interventions on performance: A historical review, a meta-analysis, and a preliminary feedback intervention theory. *Psychological Bulletin, 119*(2), 254-284.
Martínez, F. (2013). Dificultades para implementar la evaluación formativa: Revisión de literatura. *Perfiles Educativos, 35*(139), 128-150.
Muñiz-Rodríguez, L., Alonso, P., & Rodríguez-Muñiz, L. J. (2014). El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 39*, 19-33.
Panaoura, A. (2012). Improving problem solving ability in mathematics by using a mathematical model: A computerized approach. *Computers in Human Behavior, 28*, 2291-2297.
Rakoczy, K., Harks, B., Klieme, E., Blum, W., & Hochweber, J. (2013). Written feedback in mathematics: Mediated by students' perception, moderated by goal orientation. *Learning and Instruction, 27*, 63-73.
Spiller, D. (2009). Assessment: Feedback to promote student learning. New Zealand: Teaching Development Unit.
van den Berg, M., Harskamp, E. G., & Suhre, C. J. M. (2016). Developing classroom formative assessment in Dutch primary mathematics education. *Educational Studies, 42*(4), 305-322.
van der Kleij, F. M., Feskens, R. C. W., & Eggen, T. J. H. M. (2015). Effects of feedback in a computer-based learning environment on students' learning outcomes: A meta-analysis. *Review of Educational Research, 20*(10), 1-37.

LA RETROALIMENTACIÓN: UNO DE LOS FACTORES DE MAYOR INFLUENCIA DURANTE LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE

ANEXO: DESCRIPCIÓN DE LAS SESIONES DIDÁCTICAS

1. **Quiz digital.**

Curso: 1º de ESO.

Unidad didáctica: El sistema métrico decimal.

Técnica de retroalimentación: Evaluación formativa mediante un dispositivo electrónico.

Descripción: El docente comienza la sesión preguntando al alumnado sobre los objetivos de aprendizaje de la unidad didáctica, ya revisados en sesiones anteriores. A continuación, el docente explica que el progreso del alumnado va a ser evaluado mediante un quiz digital que

ISBN 978-84-945722-3-4

contiene preguntas de elección múltiple relacionadas con los conceptos matemáticos de la unidad didáctica. A medida que se vayan proyectando las preguntas, el alumnado deberá responder a cada una de ellas usando un clicker electrónico. Una vez recibidas las respuestas de todo el alumnado, aparecerá un gráfico de barras mostrando las respuestas del alumnado. Después de cada pregunta, el docente abre un turno de debate para argumentar la respuesta correcta. Para ello, pide a distintos alumnos que expliquen a sus compañeros cómo han llegado a la respuesta correcta o que justifiquen porqué el resto de opciones son incorrectas. Al final de la actividad, el docente analiza las puntuaciones en cada pregunta para determinar qué conceptos necesitan ser reforzados.

2. **Juego de cartas.**

Curso: 1º de ESO.

Unidad didáctica: El sistema métrico decimal.

Técnica de retroalimentación: Evaluación formativa.

Descripción: El docente comienza la sesión preguntado al alumnado sobre los objetivos de aprendizaje de la unidad didáctica, ya revisados en sesiones anteriores. Cada alumno recibe dos cartas: una roja y una verde. El docente lee en voz alta una serie de enunciados relacionados con los conceptos matemáticos de la unidad didáctica. Tras cada enunciado, el docente deja un par de minutos para que el alumnado razone la veracidad o falsedad del mismo. De forma simultánea, cada alumno alzará una carta verde si considera que el enunciado es verdadero, o una carta roja si es falso. A continuación, el docente abre un turno de debate para argumentar la respuesta correcta. Para ello, pide a varios alumnos que expliquen a sus compañeros por qué consideran que el enunciado es verdadero o falso, promoviendo así su desarrollo meta-cognitivo. Dependiendo del número de alumnos que responden de manera incorrecta, el docente evalúa la necesidad de revisar el concepto, usando quizás un enfoque diferente.

3. **Dos estrellas y un deseo.**

Curso: 1º de ESO.

Unidad didáctica: Los números decimales.

Técnica de retroalimentación: Retroalimentación descriptiva.

ISBN 978-84-945722-3-4

Descripción: Durante la sesión anterior, el rendimiento académico del alumnado en determinada unidad didáctica fue evaluado por medio de un control de evaluación. El docente comienza esta sesión revisando con el alumnado los objetivos de aprendizaje de la anterior unidad didáctica. A continuación, explica la primera actividad que van a realizar. El alumnado se dispone en grupos de 3 o 4 alumnos cada uno. En cada grupo, se reparte una copia de un control de evaluación realizado por un compañero. Cada grupo deberá analizar dicho control proporcionando retroalimentación descriptiva sobre dos objetivos de aprendizaje que el alumno que ha resuelto el control ha logrado (dos estrellas) y un objetivo de aprendizaje que el alumno no ha logrado y, por tanto, debe reforzar (un deseo). Durante la fase de discusión el grupos, el docente circula alrededor de las mesas aportando sugerencias. Cuando todos grupos hayan finalizado la fase de retroalimentación, el docente abre un turno de debate para poner en común los objetivos de aprendizaje que han sido mayoritariamente logrados y los que no. Para el desarrollo de la segunda actividad, el docente reparte a cada alumno su control de evaluación corregido previamente por el docente utilizando retroalimentación descriptiva. Un ejemplo sería: "Eres capaz de redondear números decimales, así como de resolver problemas utilizando números decimales. Sin embargo, debes revisar el cálculo de multiplicaciones y divisiones con números decimales." Cada alumno revisa a nivel individual la retroalimentación recibida. Mediante ambas actividades, el docente recoge información sobre los logros del alumnado en la unidad didáctica correspondiente, y reflexiona sobre la viabilidad de continuar con contenidos más avanzados.

4. **Aula invertida.**

Curso: 1º de Bachillerato.

Unidad didáctica: Método de doble observación.

Técnica de retroalimentación: Retroalimentación mediante un dispositivo electrónico.

Descripción: El docente pide al alumnado que realice una actividad fuera del aula. Esta consiste en visualizar un vídeo disponible en la plataforma EDpuzzle, en el cual primero se explica el método de doble observación y, a continuación, se presentan una serie de ejercicios de aplicación del método. Cada alumno, mediante la utilización de un dispositivo electrónico, deberá resolver los ejercicios planteados e introducir la respuesta en la plataforma.

ISBN 978-84-945722-3-4

Automáticamente, la plataforma les notificará si la respuesta es correcta o incorrecta, y les proporcionará una explicación detallada de cómo resolver el problema planteado. La plataforma almacena el progreso de cada alumno en cada pregunta. Esto permite al docente analizar el rendimiento del alumnado así como el nivel de comprensión de los contenidos explicados, en función de lo cual planificará futuras sesiones didácticas.

5. **Libros abiertos.**

Curso: 4º de ESO.

Unidad didáctica: División de polinomios por el método de Ruffini.

Técnica de retroalimentación: Evaluación formativa.

Descripción: El docente comienza la sesión informando al alumnado del objetivo de aprendizaje correspondiente y explicando los contenidos matemáticos relacionados. La siguiente misión del docente será comprobar la medida en que el alumnado ha comprendido e interiorizado lo explicado. Para ello, expone un problema y pide al alumnado que lo resuelva de forma individual. A priori, el alumnado deberá intentar resolver el ejercicio sin consultar sus libros o cuadernos. Solo si lo consideran estrictamente necesario, podrán entonces realizar una consulta. Mientras el alumnado trabaja en la resolución del problema, el docente observa su comportamiento. Dependiendo del número de alumnos que revisen sus libros o cuadernos así como la frecuencia con la que lo hagan, el docente deducirá la medida en que los contenidos han sido comprendidos e interiorizados. En base a esto, decidirá si es necesario proporcionar alguna explicación adicional a nivel de aula o a nivel individual, y si es oportuno comenzar con la unidad didáctica siguiente o reincidir sobre los contenidos de esta.

6. **Juego de roles.**

Curso: 4º de ESO.

Unidad didáctica: Resolución de problemas por el método de Ruffini.

Técnica de retroalimentación: Evaluación formativa.

Descripción: El docente comienza revisando los objetivos de aprendizaje trabajados durante las últimas sesiones. A continuación, plantea un juego de roles. El alumnado se dispone en grupo, preferiblemente de 3 alumnos cada uno. Cada miembro del grupo tiene asignado a un

ISBN 978-84-945722-3-4

rol: portavoz, coordinador, o supervisor. El docente plantea un problema cuya resolución se basa en la aplicación del método de Ruffini. Cada grupo, deberá resolver el problema de forma conjunta. Mientras tanto, el docente observa y anota los errores más comunes que ocurren durante el proceso de argumentación. Después de unos 10 minutos, se realiza una reagrupación por roles, es decir, se crean tres nuevos grupos, el de los portavoces, el de los coordinadores, y el de los supervisores. Cada miembro del nuevo grupo, expone la resolución desarrollada en su grupo original, y argumenta con sus compañeros el proceso seguido. Por último, se realiza una puesta en común a nivel de aula. El docente señala aquellos aspectos donde hubo más errores durante la argumentación. Además, utiliza la información recogida para reforzar los conceptos y planificar futuras sesiones didácticas. Antes de finalizar la sesión, cada alumno debe anotar los errores que ha cometido, los contenidos que le plantean mayores dificultades, así como una sugerencia de mejora.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-335

ETNOMATEMÁTICA: A SIMETRIA PRESENTE NA SIMBOLOGIA ADINKRA

Gessé Pereira Ferreira - Zulma Elizabete de Freitas Madruga
Edlaine Gladys Borges Viana - Ângelo Santos Siqueira

gessepferreira@gmail.com – betefreitas.m@bol.com.br - edlainegladys@gmail.com
angelosiqueira@uol.com.br
Instituto Federal Fluminense, Brasil - Secretaria do Estado do Rio Grande do Sul,
Universidade do Grande Rio, Brasil - Brasil - Universidade do Grande Rio, Brasil.

Núcleo temático: III. Aspectos socioculturales de la Educación Matemática
Modalidad: CB
Nível educativo: Médio ou secundário (12 a 15 anos)
Palavras-chaves: Etnomatemática, Simetria, Simbologia Adinkra.

Resumen

Este artigo apresenta alguns dos símbolos Adinkra estampados em tecidos fabricados pelo povo Akan, que residiam onde atualmente encontra-se a República de Gana e a República da Costa do Marfim, tendo como objetivo mostrar propriedades presentes em alguns símbolos Adinkra, propondo o uso da matemática em suas construções. Para tanto, foi realizada uma busca bibliográfica acerca desta simbologia, fundamentando-a teoricamente na Etnomatemática, definida como domínio de investigação, que reflete a consciência da existência de muitas matemáticas, em certa medida específicas de determinadas (sub)culturas. De acordo com a análise dos símbolos, pode-se perceber que grande parte dos símbolos Adinkra apresentam simetrias de reflexão e rotação, portanto podem ser representados por transformações lineares, ao passo que outros não possuem característica de simetria. Ainda assim, mesmo que não apresentem grande complexidade, as simetrias encontradas nos símbolos Adinkra são mais um exemplo da presença da matemática na composição de linguagem e em produções artísticas.

Introdução

Desde sua origem, o estudo etnomatemático destaca ideias e práticas matemáticas da periferia, ainda desconhecidas, não reconhecidas ou marginalizadas pelas correntes dominantes da prática matemática, da historiografia e da educação matemática, (Gerdes, 2003). Muitas vezes ao se observar, objetos artesanais, não se percebe como pode ser rico o pensamento abstrato que está por trás, nem se imagina que, na realidade, até se pode construir

ISBN 978-84-945722-3-4

muitas estruturas abstratas, por vezes, complexas, que explicam a estrutura e o funcionamento desses objetos, (Gerdes, 2003).

Para D'Ambrosio (2001), a etnomatemática consiste no ambiente natural, social, cultural e imaginário **(Etno)** de explicar, aprender, conhecer e lidar **(matema)** com modos, estilos, artes e técnicas **(tica)**. Trata-se de um programa que visa explicar os processos de geração, organização e transmissão de conhecimento em diversos sistemas culturais. Estuda as relações e conexões entre noções matemáticas e outros elementos culturais, os saberes e o saber-fazer matemático adquiridos no desenvolvimento de uma atividade profissional.

Gerdes (2003) afirma que na etnomatemática se estudam os processos das múltiplas e dinâmicas conexões e relações entre o desenvolvimento de ideias, práticas matemáticas e outros elementos e aspectos culturais. Caracteriza a etnomatemática como um "modo de ver", e salienta as influências dos fatores socioculturais sobre o ensino, a aprendizagem e o desenvolvimento da matemática. Segundo o autor, a etnomatemática estuda a matemática nas suas relações com o conjunto da vida social e cultural.

Há muito tempo, africanos têm desenvolvido diversas ideias matemáticas, Gerdes & Djebbar, (2007). Muitos estudos foram desenvolvidos nesse sentido. Em Gerdes (2007), por exemplo, o autor faz uma análise e reconstrução de conhecimentos matemáticos: padrões de linhas obedecendo a algoritmos geométricos, abraçando pontos de uma grelha referencial. E, a partir de valores culturais, foram estudadas particularidades de diversas classes e regras de um grupo, preservando determinadas características, Gerdes (2012).

Com base nos estudos de Gerdes, procurou-se, neste artigo, mostrar propriedades presente em alguns símbolos Adinkra, propondo o uso da matemática em suas construções.

A simbologia Adinkra

Nana Kofi Adinkra, reinou no oeste da África no século XIX, território onde hoje compreende a Costa do Marfim e Gana. Ele, juntamente com seu povo, desenvolveu grafismos estampados em tecido. Essas estampas são símbolos de significados próprios, não somente desenhos tradicionais, mas, além disso, "incorporam, preservam e transmitem aspectos da história, filosofia, valores e normas socioculturais", (Nascimento; Gá, 2009, p. 22).

ISBN 978-84-945722-3-4

A palavra Adinkra significa “adeus”. Num sentindo mais profundo, poder-se-ia associar a palavra a cerimoniais fúnebres, já que se trata de um “adeus à alma”. Para alguns pesquisadores, a morte de *Nana Kofi Adinkra*, deu origem ao significado atual da palavra. Com o passar do tempo à palavra Adinkra foi associado não somente aos rituais fúnebres de despedida, mas também como um conjunto de símbolos estampados de forma impressa ou carimbada nos tecidos característicos do povo Akan. Estes, por sua vez, espalharam-se pelos territórios de Gana e Costa do Marfim, popularizando a técnica de estampagem, até então, predominantemente usado pelos habitantes daquela região.

Cada símbolo Adinkra possui significado próprio, (Figura 1), incorporando ideias filosóficas, religiosas ou, ainda, constituindo uma espécie de código que, em alguns casos, substitui a comunicação verbal. Alguns símbolos podem representar provérbios, frases e, de forma abstrata, identificar o comportamento do indivíduo associando à valores culturais.

ISBN 978-84-945722-3-4

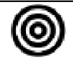
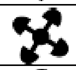
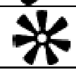
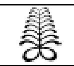
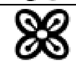
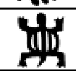
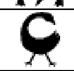
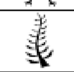
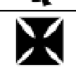
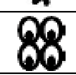
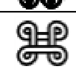
Símbolo	Nome	Significado	Representa...
	Adinkra Hene	Santidade e o sagrado	A presença divina.
	Akoben	Vigilância e prontidão	O toque de guerra.
	Akofena	Espada de guerra	A coragem, valor e heroísmo.
	Akoko Nan	Perna da galinha	A natureza ideal dos pais, na proteção e no cuidado.
	Akoma	Coração	O amor, a bondade e a fidelidade.
	Akoma Ntoso	Corações unidos	A compreensão, a solidariedade e a união.
	Ananse Ntontan	Teia da aranha	A sabedoria, criatividade e complexidade da vida.
	Asase Ye Duru	A Terra é mais pesada que o mar	A importância da Terra para sustentar a vida.
	Aya	Eu não tenho medo	A resistência, vencer as dificuldades e adversidades.
	Bese Saka	Cacho de nozes	A riqueza, o poder e a abundância.
	Bi Nka Bi	Não mordam uns aos outros	A harmonia, a advertência contra provocação e luta.
	Denkyem	Tartaruga	A habilidade de se adaptar às circunstâncias.
	Sankofa	Volte e pegue	A aprendizagem com o passado.
	Nyame Nti	Fé no Divino	A graça de Deus.
	Mmusuyidee	Sorte	O bom agouro, a boa sorte.
	Gye Nyame	Supremacia	A imortalidade de Deus.
	Mate Masie	Guardo aquilo que ouço	A sabedoria, conhecimento e prudência.
	Mpatapo	Nó de pacificação	A paz, reconciliação e pacificação.

Figura 1: Símbolos Adinkra.

Simetria na Matemática

O conceito de simetria refere-se à relação de dimensão ou disposição que um objeto tem com um eixo, ponto ou plano, e que pode estar também relacionada a equações matemáticas ou formas geométricas. No entanto, é comum associar uma figura simétrica a uma imagem espelhada dessa mesma figura. Assim, vinculada somente à geometria euclidiana, a simetria é a semelhança de uma figura em torno de um eixo, ponto ou plano, (Hefez; Fernandes, 2012). E, com um pouco mais de abrangência, podemos inferir que a

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

“simetria não é um número nem um formato, é um tipo especial de transformação – uma maneira de mover um objeto. Se o objeto parecer o mesmo depois d e movido a transformação aí presente é uma simetria” (Stewart, 2012, p. 9). A Figura 2 apresenta ilustrações de figuras simétricas que na simbologia Adinkra representam, respectivamente, proteção materna, amor e unidade no pensamento.

Figura 2. Exemplos de figuras simétricas.

Andrade, *et. al.* (2007), afirmam que existem diferentes tipos de simetria no plano, as principais são as simetrias axiais, onde pontos, objetos ou partes de objetos formam a imagem espelhada um do outro em relação a uma reta dada, chamada eixo de simetria, e as simetrias centrais, em que um ponto, objeto ou parte de um objeto pode ser girado em relação a um ponto fixo central chamado centro da simetria.

Simetria nos Símbolos Adinkra

O uso da simetria como estratégia para gerar “figuras”, seja na matemática, na arte ou mesmo na arquitetura, vem sendo utilizado ao longo dos tempos pela humanidade. Nos templos gregos, por exemplo, a caraterística mais evidente é a simetria entre o pórtico da entrada e dos fundos. Existia uma preocupação na estética de suas construções que utilizava a razão áurea para causar harmonia na percepção visual (Boyer, 1998).

Nos símbolos Adinkra percebeu-se um cuidado com a beleza, como nas obras gregas, mas não havia uma ligação direta com a matemática. Mesmo assim, é possível observar a existência das simetrias de reflexão e rotação em seus trabalhos.

Nas Figuras 3 e 4, aparecem alguns exemplos de simetria de reflexão nos símbolos Adinkra. Na Figura 3, a imagem da direita é formada a partir da simetria de reflexão em torno do eixo *x*. Cada ponto na figura da esquerda recebe a transformação $T:(x, y)=(x, -y)$, enquanto que na Figura 4, a imagem da direita é formada a partir da simetria de reflexão em

ISBN 978-84-945722-3-4

torno do eixo *y*. Cada ponto na figura da esquerda recebe a transformação $T:(x,y)=(-x,y)$, (Steinbrush; Winterle, 1987).

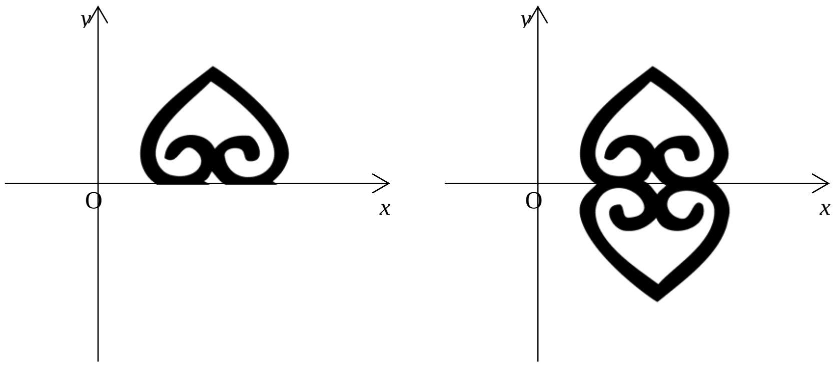


Figura 3: Simetria de reflexão em torno do eixo *x*.

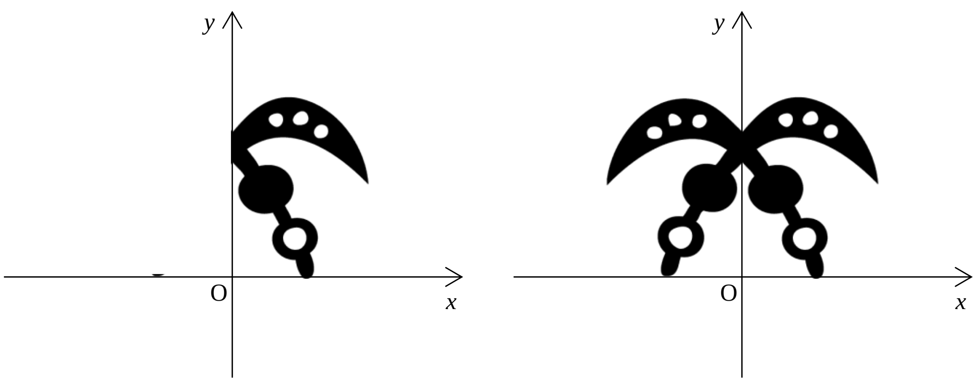


Figura 4: Simetria de reflexão em torno do eixo *y*.

A Figura 5 mostra três símbolos Adinkra com simetrias de: reflexão em torno do eixo das abscissas, reflexão em torno do eixo das ordenadas e reflexão em torno da origem, esta última com eixo de simetria $y = - x$, respectivamente.

ISBN 978-84-945722-3-4

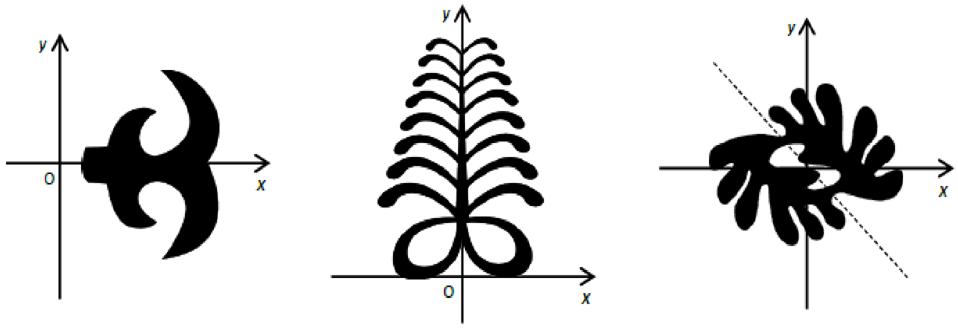


Figura 5 – Símbolos Adinkra com simetria de reflexão.

A Figura 6 mostra três símbolos Adinkra com simetrias de rotação em torno da origem. A figura da esquerda é uma simetria de ordem 7, com $\theta_1 = \frac{2\pi}{7}$, $\theta_2 = \frac{4\pi}{7}$, $\theta_3 = \frac{6\pi}{7}$, $\theta_4 = \frac{8\pi}{7}$, $\theta_5 = \frac{10\pi}{7}$, $\theta_6 = \frac{12\pi}{7}$ e $\theta_7 = 2\pi$, enquanto que as duas últimas são simetrias de ordem 4, com $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$, $\theta_2 = \pi$, $\theta_3 = \frac{3\pi}{2}$ e $\theta_4 = 2\pi$.

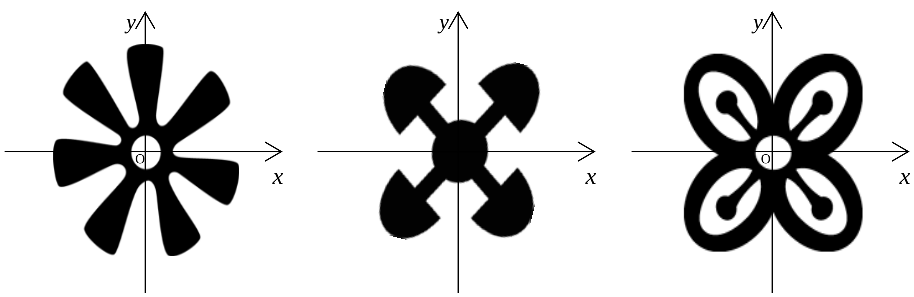


Figura 6: Símbolos Adinkra com simetrias de rotação.

Cabe ressaltar que existem vários símbolos pertencentes a cultura Adinkra que não possuem simetria total, mas nem por isso, deixam de possuir uma extraordinária beleza geométrica. Abaixo, na Figura 7, pode-se observar alguns exemplos:

ISBN 978-84-945722-3-4

Figura 7: Símbolos Adinkra sem simetria.

Considerações Finais

Este artigo objetivou mostrar propriedades presente em alguns símbolos Adinkra, propondo o uso da matemática em suas construções. De acordo com a análise da simbologia Adinkra, percebeu-se que embora a identificação de simetrias em objetos ou imagens seja mais simples do que as definir matematicamente, grande parte dos símbolos apresentam simetrias de reflexão e rotação, portanto podem ser representados por transformações lineares, ao passo que alguns, não possuem característica de simetria. Ainda assim, mesmo que não apresentem grande complexidade, as simetrias encontradas nos símbolos Adinkra são mais um exemplo da presença da matemática na composição de linguagem e em produções artísticas (Sampaio, 2012).

Os estudos *etnomatemáticos* analisam conexões entre o desenvolvimento cultural, a matemática e a educação matemática - por exemplo: (D'Ambrosio, 1990; Gerdes, 1991) -, debruçam-se, em particular, sobre as tradições que sobreviveram à colonização e as atividades matemáticas na vida diária das populações, procurando possibilidades de incorporá-las no currículo; e ainda, elementos culturais que podem servir como ponto de partida para fazer e elaborar matemática dentro e fora da escola, Gerdes (2007).

Considerando o papel fundamental desempenhado pelos professores, a formação continuada deve constituir um local estratégico para o debate e a experimentação, com o enquadramento e incorporação cultural da educação matemática. Dessa forma, a simbologia Adinkra é rica para exploração matemática de conceitos geométricos. Em geral, é relevante para futuros professores de matemática compreender o sentido do que significa fazer matemática: experimentar, descobrir e formular hipóteses, além da importância em demonstrar teoremas.

Referências Bibliográficas

ISBN 978-84-945722-3-4

Andrade, A. F. *et. al.* (2007). A modalidade d no conceito de simetria. *Graphica*. pp. 1-10. Acedido em 07 de outubro de 2014 em: http://www.exatas.ufrp.br/portal/docs_degraf/artigos_graphica/AMODALIDADE.pdf.

Boyer, C. B. (1998). *História da matemática* (2ª ed.). São Paulo: Edgar Blucher.

Hefez, A. e Fernandez, C. S. (2012). *Introdução à álgebra linear*. Rio de Janeiro: SBM, Coleção PROFMAT.

D'Ambrosio, U. (1990), *Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer.* Editora Ática, São Paulo.

D'Ambrósio, U. (2001). *Etnomatemática. Elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica.

Gerdes, P. (1991). *Etnomatemática: Cultura, Matemática, Educação*. Belo Horizonte: ISTEG.

Gerdes, P. (2003). *A investigação etnomatemática como estímulo para a pesquisa matemática*. Acedido em 25 de novembro de 2010 em: http://www2.fe.usp.br/~etnomat/site-antigo/anais/Paulo Gerdes.

Gerdes, P. (2007). *Otthava: fazer cestos e geometria na cultura makhuwa do nordeste de Moçambique*. Nampula: Universidade de Lúrio.

Gerdes, P. (2012). *Geometria sona de Angola: matemática duma tradição africana*. Belo Horizonte: ISTEG.

Gerdes, P. e Djebbar, A. (2007). Mathematics in African History and Cultures. *An annotated Bibliography* (2ª ed.). Cape Town: Lulu.

Nascimento, E. L. e Gá, L. C. (2009). *Adinkra: sabedoria em símbolos africanos*. Rio de Janeiro: Pallas.

Sampaio, A. S. R. (2012). A matemática através da arte de M. C. Escher. *Millenium*, 42, pp. 49-58.

Steinbrusch, A. e Winterle, P. (1987). *Álgebra Linear* (2ª ed.). São Paulo: Makron Books.

Stewart, I. (2012). *Uma história da simetria na matemática*. Tradução Claudio Carina. Rio de Janeiro: Zahar.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-336

POSSÍVEIS RELAÇÕES ENTRE EVASÃO E REPROVAÇÃO E OS CONHECIMENTOS DE MATEMÁTICA ANTERIORES DE ESTUDANTES DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Raquel Carneiro Dörr – Cristiano Alberto Muniz
raqueldoerr@gmail.com – cristianoamuniz@gmail.com
Universidade de Brasília – Brasil

Núcleo temático: I
Modalidade: CB
Nível educativo: Educação de Adultos
Palavras-chave: Aprendizagem; Ensino Superior; Cálculo Diferencial e Integral.

Resumo

Esta comunicação é parte de um estudo mais abrangente que analisou o perfil de ingressantes dos cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática da Universidade de Brasília, UnB (Dörr & Pina, 2014).

Com o intuito de investigar em que temas matemáticos estudantes ingressantes em uma universidade pública brasileira esperam aprofundar seus estudos e, detectar eventuais lacunas na formação matemática do ensino básico que possam afetar a aprendizagem nos cursos de Cálculo, apresentamos e analisamos nessa comunicação científica respostas de um grupo de estudantes ingressantes à pergunta "Que assuntos de Matemática você nunca aprendeu e gostaria de aprender?".

A análise das respostas traz elementos importantes para o entendimento dos elevados índices de reprovação e evasão no Cálculo, bem como para a discussão de estratégias que sejam auxiliares na construção de alternativas metodológicas que contribuam para melhores resultados de aprendizagem.

Introdução

Este artigo é parte de um estudo mais abrangente que analisou o perfil de ingressantes dos cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática da Universidade de Brasília, UnB. O estudo inicial colocou em discussão elementos importantes para a compreensão dos elevados índices de evasão e reprovação nesses cursos, bem como verificou a expectativa desses alunos quanto à docência como profissão (Dörr & Pina, 2014).

A palavra *Cálculo* será usada neste trabalho para indicar um curso inicial de Cálculo Diferencial e Integral para funções de uma variável real, o Cálculo I, como é denominado na

ISBN 978-84-945722-3-4

instituição pública brasileira em que foi feita a pesquisa. O Cálculo tem um papel marcante na vida acadêmica de estudantes ingressantes nas universidades, pois é nele, e mais especificamente, com o estudo de Limites, que ocorre a ruptura entre a Matemática do Ensino Médio e a do Ensino Superior (Tall,1993). O sucesso ou insucesso do aluno numa disciplina no início de um curso superior, definirá para muitos a continuidade na trajetória acadêmica iniciada. No Brasil, os temas do Cálculo não fazem parte do currículo de Matemática do Ensino Médio. Portanto, é nesse curso que os estudantes tomarão contato, pela primeira vez, com esses assuntos.

O Cálculo é uma continuação do estudo das Funções iniciado no Ensino Fundamental. Se esse tópico, juntamente com outros como Geometria Analítica, Trigonometria e alguns da Álgebra, como resolução de equações e inequações e as habilidades em manipulações algébricas, estiverem bem consolidados nas aprendizagens anteriores, em geral, podemos considerar que os estudantes terão desenvolvido uma preparação adequada para acompanharem os conteúdos e atividades do curso. Isso contribuirá para o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa da disciplina. Caso contrário, dificuldades como a falta de familiaridade com a notação e a linguagem matemática e simbólica, dificuldades na construção de gráficos, no trabalho com operações algébricas e no reconhecimento das propriedades e características de funções estudadas no Ensino Médio poderão gerar obstáculos à aprendizagem do Cálculo e, portanto, levar à evasão e à reprovação.

É de longa data que foi estabelecida uma representação social do Cálculo, tanto no meio acadêmico quanto fora dele, de se tratar de um curso difícil e que apresenta alto nível de reprovação (Tall,1993; Alvarenga, Dörr & Vieira, 2014). Em particular, verificamos na UnB, Universidade de Brasília, no ano de 2014, que os níveis médios gerais de aprovação nas dezenove turmas de Cálculo I, no primeiro e segundo semestres, foram 50,05 % e 47,7 %, respectivamente. No primeiro e segundo semestres de 2015 os índices foram de 53,7 % e 44,27%, respectivamente. Nos mesmos períodos, os mesmos índices para as turmas de alunos dos cursos de Matemática foram de 39,13% (1º/2014), 58,06 % (2º/2014) e 65,79 % (1º/2015) e 50,00 % (2º/2015) para a turma do período diurno e 29,09 % (1º/2014), 28 % (2º/2014), 33,33 % (1º/2015) e 34,62% (2º/2015) para a turma do período noturno.

A reprovação gera frustação, desmotivação e desestímulo para a continuidade dos estudos, sobretudo para aqueles que ingressaram numa universidade pública vencendo uma alta

ISBN 978-84-945722-3-4

concorrência. Esses consideram-se aptos às aprendizagens do Ensino Superior e às do campo da Matemática.

Outro problema que surge no Cálculo como consequência das dificuldades encontradas é o alto índice de evasão. Além do aspecto pessoal, esses elevados índices de reprovação e evasão têm um alto custo econômico para a universidade, pois para atender à demanda de estudantes que têm que cursar novamente a disciplina, novas turmas devem ser criadas e mais professores devem ser disponibilizados.

A busca por caminhos que apontem saídas para esses problemas e que sejam aplicáveis ao grande número de grupos de estudantes em todos os países e, ainda, que levem em conta os recursos e culturas distintas, não é simples. Por envolver milhões de estudantes em todo o mundo que vivenciam problemas semelhantes, a pesquisa sobre o ensino, a aprendizagem e o entendimento dos problemas relacionados ao Cálculo tem contribuído para a prática e a aprendizagem desse grande número de sujeitos envolvidos (Rasmussen; Marrongelle & Borba, 2014; Bressoud, D., et al. 2016).

Com o intuito de investigar em que conceitos matemáticos os estudantes ingressantes esperam aprofundar seus estudos e, especialmente, detectar eventuais lacunas na formação matemática do Ensino Básico que podem afetar a aprendizagem nos cursos de Cálculo, apresentamos e analisamos neste artigo as respostas de um grupo de estudantes ingressantes à seguinte pergunta *"Que assuntos de Matemática você nunca aprendeu e gostaria de aprender?"*.

A análise e discussão dessas respostas em conjunto com os trabalhos de outros pesquisadores trarão sustentação para nossa constatação de que há uma relação direta entre a falta de base matemática e as dificuldades enfrentadas pelos estudantes. Com isso, pretendemos compreender o porquê dos elevados índices de reprovação e evasão, especialmente no primeiro semestre da vida acadêmica, momento em que fazem o curso inicial de Cálculo na UnB. Essa compreensão é necessária para que discutamos e pensemos na construção de estratégias pedagógicas e metodológicas que não somente contribuam para melhores resultados de aprendizagem, mas também que facilitem a adaptação dos iniciantes à metodologia do ensino superior.

Participantes da Pesquisa e Método

ISBN 978-84-945722-3-4

Participaram do estudo 46 estudantes (39 do sexo masculino e 7 do sexo feminino), ingressantes dos cursos de Matemática da Universidade de Brasília, no primeiro e segundo semestres de 2015, com idades entre 17 e 45 anos, sendo a maioria, 26/46, entre 17 e 20 anos. Destes, 31 eram estudantes do período diurno e 15 do noturno. Todos os participantes eram, no momento da pesquisa, estudantes ingressantes dos cursos de Licenciatura ou Bacharelado e estavam matriculados no Cálculo I. Os estudantes do período noturno estavam matriculados no curso de Licenciatura em Matemática, pois nesse período só há essa opção. O critério de escolha por um subgrupo de ingressantes pertencentes aos cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática, justifica-se pelo fato de serem esses sujeitos aqueles que vivenciarão mais intensamente as dúvidas e as expectativas inerentes à transição entre a educação básica e a formação universitária. O fato de estarem estudando Matemática, seja na Licenciatura ou Bacharelado, indica também uma relação positiva desses sujeitos com a disciplina em seus estudos anteriores.

Juntando-se a isso, temos o fato de que esses estudantes, especialmente os da Licenciatura, são os potenciais candidatos a professores de Matemática dos Ensinos Fundamental e Médio. É sabido que no Brasil há uma grande deficiência nas escolas por professores na área de matemática (Gatti et al, 2010; Dörr & Pina, 2014).

A pergunta aqui analisada faz parte de um questionário que foi proposto aos participantes contendo 16 questões, das quais 10 exigiam respostas imediatas reunindo informações pessoais como, por exemplo, a idade, a instituição em que cursou e o ano de conclusão do Ensino Médio. As outras seis buscavam o entendimento dos participantes a respeito de questionamentos acerca da escolha do curso, experiências no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, expectativas profissionais, a questão destacada aqui neste trabalho, entre outras. Análise dessas respostas podem ser encontradas nas publicações
(Dörr & Pina, 2014 ; Dörr, Pina & Nascimento, 2015).

Resultados

As respostas dos sujeitos participantes da pesquisa à pergunta: *"Que assuntos de Matemática você nunca aprendeu e gostaria de aprender?"* são listadas a seguir, em ordem alfabética. O número que aparece entre parênteses representa a frequência com que a palavra ou expressão foi mencionada.

ISBN 978-84-945722-3-4

Alunos do primeiro semestre de 2015 do período diurno: (31 participantes)

Álgebra Linear; Análise Combinatória e Probabilidade; Binômio de Newton e Funções; Código Binário; Demonstrações Matemáticas; Equação da Reta; Geometria Analítica (3); Geometria Espacial; Geometria e Funções Trigonométricas (2); Integral; Logaritmo (2); Logaritmo e Geometria Analítica; Logaritmo e Matriz; Logaritmos e Trigonometria; Matemática Computacional; Matemática Financeira; Probabilidade; Produto de Cubos; Raiz quadrada e Logaritmos; Revisão do Ensino Médio; Teoria da Informação e Cálculo; Teoria do Caos; Teoria dos Números (3); Trigonometria; Trigonometria e Geometria Analítica.

Alunos do segundo semestre de 2015 do período noturno: (15 participantes)

Cálculo; Derivadas e Integrais; Estatística; Funções; Funções Trigonométricas; Geometria; História da Matemática; Logaritmos; Logaritmos e Números Complexos; Módulo e Razão Áurea; Revisão de todo o conteúdo; Teoria dos Números; Trigonometria e Probabilidade (2).

Análise dos Resultados

Os conteúdos citados com maior frequência foram, em ordem decrescente de ocorrências: Geometria Analítica (3); Teoria dos Números (3); Geometria e Funções Trigonométricas (2); História da Matemática; Probabilidade (2); Logaritmo (2); Trigonometria e Probabilidade (2).

Os Logaritmos, além de terem sido mencionados desconectados de outros temas por duas vezes, também foram citados outras quatro vezes junto de tópicos como a Trigonometria ou Matriz.

A Trigonometria, por sua vez, foi mencionada em diferentes versões. Sozinha, ou associada a Geometria Analítica, Logaritmo e Probabilidade por duas vezes.

Notamos que não houve menção à Função Exponencial, embora ela esteja diretamente ligada aos estudos de Logaritmos.

A partir das respostas pudemos observar que esses conteúdos são os que mais preocupam os estudantes que indicaram a necessidade de se aprofundarem ou mesmo os aprenderem. Temos relatos de estudantes ingressantes que nunca estudaram alguns dos temas do Ensino Médio que foram mencionados.

ISBN 978-84-945722-3-4

Pesquisas confirmam que um dos principais motivos pelos quais ocorrem elevados índices de reprovação e evasão no Cálculo está diretamente ligado ao fato dos alunos ingressantes demonstrarem, em suas produções escritas, lacunas em assuntos do Ensino Básico e que são importantes para a aprendizagem do Cálculo. Nesse sentido podemos citar o trabalho de Sousa & Andrade (2016) que trata de dificuldades relacionadas às funções e suas representações gráficas de estudantes de Engenharia e o artigo de Dörr, Muniz & Neves (2016) em que são analisados e categorizados erros conceituais e em manipulações algébricas em atividades com funções de estudantes de Cálculo de diferentes cursos.

Muitos dos participantes da pesquisa, apesar de estarem em seu primeiro semestre, já têm ideia de temas importantes da Matemática e demonstram interesse pelas demonstrações, Cálculo, Álgebra Linear e Teoria dos Números e Probabilidades, entre outros mencionados. Foram verificados poucos tópicos da Matemática Aplicada. Alguns dos citados foram Código Binário, Matemática Computacional e Financeira e Teoria da Informação.

Um dos estudantes participantes queria uma "Revisão de todo o conteúdo". Essa resposta pode revelar uma grave dificuldade com a Matemática elementar de outros sujeitos e foi aqui representada por meio da expressão desse único estudante.

Conclusões

As respostas dos participantes da pesquisa exibem uma variedade de temas que abrangem tanto a Matemática Pura quanto a Aplicada. Essa multiplicidade de respostas demonstra não somente as diferentes necessidades dos sujeitos na busca pelo aprofundamento em conteúdos matemáticos, mas também uma surpreendente diversidade de conteúdos avançados. De um lado, percebemos que os estudantes têm uma noção de termos complexos, mas por outro, têm necessidades de aprendizagens em temas da Educação Básica.

Muitos dos assuntos mencionados como desejáveis de serem aprendidos pelos participantes são componentes curriculares do ensino básico. Por exemplo, Funções, Logaritmos, Trigonometria e Geometria Analítica foram comuns aos dois grupos.

O livro de Cálculo de Stewart (2011) em seu primeiro volume começa com um teste de verificação acerca de tópicos de Álgebra, Geometria Analítica, Funções e Trigonometria. Antes de propor os itens desse teste, no primeiro parágrafo do livro, encontramos a frase: "O

ISBN 978-84-945722-3-4

sucesso no cálculo depende em grande parte do conhecimento da matemática que precede o cálculo: álgebra, geometria analítica, funções e trigonometria” (p. XVII).
Como verificamos em nossa prática como docentes dessa disciplina, lacunas nesses tópicos não serão sanadas simplesmente pela entrada desses sujeitos na universidade (Lopes, 1999) ou por cursarem o Cálculo. Entretanto, os professores consideram que os ingressantes já têm domínio desses assuntos ou que poderão superar suas dificuldades sozinhos.

Nossa pesquisa e experiência como educadores matemáticos e professores de Cálculo nessa modalidade de ensino, leva-nos à confirmação de outras investigações que relacionam a falta de domínio em determinados conteúdos como um dos problemas geradores de altos níveis de evasão e reprovação no Cálculo. Uma vez que esses conteúdos são da educação básica eles estão associdos às aprendizagens anteriores ao ingresso na universidade e se manifestam com frequência em estudantes que optaram por uma formação acadêmica nas áreas das ciências exatas e tecnológicas.

Sendo assim, devemos trabalhar na busca pelo entendimento de suas causas com objetivo de aprimorar a gestão da qualidade e a procura por caminhos nas políticas educacionais que promovam a aprendizagem de estudantes em todos os níveis educacionais.

Preocupa-nos também o fato de que os índices de aprovação dos alunos dos cursos de Matemática, especialmente os do período noturno, serem um dos mais baixos entre as outras turmas de outros cursos na universidade pesquisada. Tendo escolhido estudar Matemática, seja na Licenciatura ou no Bacharelado, por que esses estudantes apresentam índices de reprovação abaixo da média?
Necessitamos discutir e encontrar alternativas metodológicas na criação de estratégias pedagógicas que auxiliem os estudantes em seus primeiros semestres na universidade, momento em que enfrentam as mudanças e desafios do mundo acadêmico. Além disso, não podemos de deixar de lado temas como as avaliações, o uso de novas tecnologias e a análise da influência do trabalho docente na aprendizagem.
De modo prático, propomos a execução de um curso de Extensão em que os alunos de Cálculo I fossem estimulados, por meio de atividades específicas, a desenvolverem métodos

ISBN 978-84-945722-3-4

de estudos eficientes, individuais ou em grupos, para que possam contornar suas dificuldade e deficiências de conteúdos para que alcancem melhores resultados de aprendizagem.

Relacionada à questão pesquisada e aos resultados, surgem outras perguntas: será que estamos sofrendo nas universidades as consequências de um ensino básico deficiente? Se sim, o que fazer? Sabermos mais especificamente sobre o embasamento matemático dos estudantes poderá nos ajudar a compreender essas e outras questões.

A complexidade do tema, leva-nos a buscar meios para envolver toda a comunidade acadêmica na discussão e implementação de alternativas que contribuam para avanços na aprendizagem de conteúdos matemáticos do Ensino Superior.

Referências bibliográficas

Alvarenga, K.; Dörr, R.C. & Vieira, V. D. (2016). O ensino e a aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral: características e interseções no centro-oeste brasileiro. Revista Brasileira do Ensino Superior (REBES), v. 2, n.4, 46-57.

Bressoud, D., Ghedamsi, I., Martinez-Luaces, V., & Törner, G. (2016). Teaching and Learning of Calculus. In *Teaching and Learning of Calculus* (pp. 1-37). Springer International Publishing.

Dörr, R. C. & Pina, R. S. (2014). O Perfil de Ingressantes na Licenciatura em Matemática de uma instituição pública federal do Distrito Federal. Anais do VI EBREM, Brasília, DF, 2014. Disponível em: http://www.viebrem.sbemdf.com/wp-content/uploads/2014/09/O-perfildengressantes_CC_54599245615_reformulada.pdf . Acesso em 26/02/2017.

Dörr, R. C., Pina R. S. & Nascimento, A. M. P. (2015). O perfil de ingressantes na licenciatura em matemática: indicativos para formação inicial. In: XIV Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2015, Chiapas, México. Anais da XIV Conferência Interamericana de Educação Matemática.

Dörr, R. C.; Muniz, C. A.; Neves, R. S. P. (2016). Operações Álgebricas e Funções como Obstáculos à Aprendizagem no Cálculo, Anais do 1º Ladima, Bonito, MS.

ISBN 978-84-945722-3-4

Disponível em: http://matematica.sistematuse.com.br/portla/Modulos/processo/resumos---trabalhos.html. Acesso em 29/03/2017.

Gatti, B. A. et al. (2010). A atratividade da carreira docente no Brasil. In: Fundação Victor Civita. Estudos e Pesquisas Educacionais. Estudos realizados em 2007, 2008, e 2009, São Paulo, n.1:139-209.

Lopes, A. (1999). Algumas reflexões sobre a questão do alto índice de reprovação nos cursos de Cálculo da UFRGS. Matemática Universitária, 26/27, 123-146.

Rasmussen, C., Marrongelle, K., & Borba, M. C. (2014). Research on calculus: what do we know and where do we need to go? ZDM Mathematics Education (2014) 46: 507-515.

Sousa, G. A & Andrade, L. R. P. (2016). Cálculo Diferencial e Integral I: Como os Alunos Estão Iniciando Essa Disciplina no Curso de Engenharia? Anais do XII ENEM, São Paulo, SP.

Stewart, J. (2011). *Cálculo.* 6a edição. São Paulo: Cengage Learning, v1.

Tall, D. (1993) Students' difficulties in Calculus. Proc. ICME 1992 of the Working Group 3 (Vol. 2, pp. 13-28).

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-338

TEORIA DOS MODELOS ORGANIZADORES DO PENSAMENTO: UMA PERSPECTIVA METODOLÓGICA PARA INTERPRETAÇÃO DAS INVARIANTES OPERATÓRIAS NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Luzia Maya Kikuchi
luzia.kikuchi@usp.br
Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo (FEUSP) – Brasil

Núcleo temático: VII. Investigación en Educación Matemática
Modalidad: CB
Nivel educativo: Medio o Secundario
Palabras clave: cognição, campos conceituais, invariantes operatórias, modelos organizadores do pensamento

Resumo

Este trabalho consiste em apresentar a concepção da Teoria dos Modelos Organizadores do Pensamento de Moreno et al. como opção metodológica para analisar as invariantes operatórias de um sujeito levando em conta, ao mesmo tempo, a perspectiva individual e coletiva. Para tal efeito, inicio com uma breve reflexão sobre a origem da concepção de inteligência do ponto de vista histórico e filosófico, apresentando algumas pesquisas e teorias que apontaram a diversidade de inteligências em um sujeito e também da dificuldade para compreendê-las. As invariantes operatórias tratadas neste texto referem-se à Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud que estão diretamente relacionadas aos esquemas e teoremas associados à aprendizagem de matemática. Para apresentar a aplicação dessas duas teorias, apresento uma interpretação dos dados coletados de alunos do 8º ano do ensino fundamental, de uma escola pública do estado de São Paulo, no Brasil, com atividades envolvendo habilidades relacionados à álgebra. Essa análise de dados permite elucidar uma forma de utilização dos Modelos Organizadores do Pensamento para compreender as invariantes operatórias associadas aos Campos Conceituais. Tal interpretação poderá ajudar no direcionamento assertivo de atividades para os alunos, de acordo com a habilidade que se apresentou como de maior dificuldade para a maioria.

Introdução

A matemática sempre foi vista como uma área desenvolvida de forma muito linear e voltada para sujeitos com inteligência "acima da média". No senso comum, acredita-se que somente as pessoas que nasceram com "dom" para a disciplina são capazes de aprendê-la, criando

ISBN 978-84-945722-3-4

uma baixa autoestima e sentimento de “incompetência” naqueles que não conseguem aprender matemática.

Analisando do ponto de vista histórico da cultura ocidental, constatamos que esse pensamento pode ser justificado pela constante valorização da razão em detrimento da emoção, desde a Grécia Antiga. Kant (1786 apud ARANTES, 2013, p. 52) também parece ter estabelecido uma certa hierarquia entre a razão e a emoção justificando que a primeira tem prevalência em relação à segunda. Tais pensamentos justificam os motivos pelos quais os testes gerais de inteligência privilegiam as habilidades lógico-matemáticas, tais como a capacidade de generalização, como uma característica marcante da inteligência geral em suas análises. Porém, pesquisas posteriores mostraram resultados que contestam esses testes. Por exemplo, Symonds (1923 apud KRUTETSKII, 1976) e Duncan (1961 apud KRUTETSKII, 1976) demonstraram que os testes de inteligência possuem maior correlação com as áreas de história e de linguística do que, de fato, com a matemática. Getzel e Jackson (1959 apud KRUTETSKII, 1976) também apresentaram em suas pesquisas que os alunos considerados como portadores de “Q.I[3]. alto” são mais propensos a pensarem “de forma mais estereotipada e a realizarem operações padronizadas” e menos criativas.[4] (KRUTETSKII, 1976, p. 354).

Para reforçar os resultados apresentados por Getzel e Jackson, a Teoria de Inteligências Múltiplas de Gardner (1993) nos mostrou que a inteligência de um sujeito não é definida apenas por um único tipo de habilidade. Graças a essa teoria, hoje é amplamente aceito o fato da existência de outras habilidades, além da lógico-matemática, comparada à década de 30 ou 60, quando foram apresentadas as suas primeiras evidências. Se não fosse por essas pesquisas, como poderíamos justificar, eventualmente, a existência de sujeitos que se destacam em artes, esporte e literatura sem estarem relacionadas à área de matemática? Poderíamos dizer, por exemplo, que Mozart, Muhammad Ali e Shakespeare não podem ser considerados como sujeitos com inteligência acima da média em suas respectivas áreas? Ou ainda, será que para um sujeito ser considerado inteligente deve dominar todas as áreas de conhecimento?[5] Assim, concluímos que tais pesquisas ajudam a evidenciar que a inteligência

---

[3] Quociente de Inteligência.

[4] Krutetskii faz uma ressalva, em nota de rodapé, que os resultados desta última pesquisa podem variar de acordo com o que Getzel e Jackson consideraram como inteligências gerais e criatividade, mas não deixa de ser relevante os seus resultados.

[5] Machado (2000) cita dois exemplos conhecidos na história: uma delas é a de Einstein que tinha muitas dificuldades com a leitura e escrita, por conta da dislexia, mas tinha muita facilidade com matemática, enquanto o outro exemplo refere-se a Jung que, por outro lado, relata sua angústia com a disciplina de matemática na escola.

ISBN 978-84-945722-3-4

pode ser representada por diferentes tipos de habilidades, inclusive fora da área de exatas. Ter dificuldades em matemática não é razão para baixa autoestima, mas sabemos que ainda há, principalmente no ambiente escolar, um bloqueio emocional dos alunos para aprender matemática. Não raramente, sentem-se inferiores ou incapazes que outros estudantes mesmo possuindo habilidades acima da média em outras áreas do conhecimento. Logo, o desafio do professor de matemática seria descobrir como evidenciar as habilidades individuais de alunos com dificuldade de aprendizagem em matemática.

Para tentar responder a essa pergunta, apoiei-me em referências de teorias psicocognitivas relacionados à aprendizagem de matemática como a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990) e, para a análise dos dados coletados, a Teoria dos Modelos Organizadores do Pensamento de Moreno *et al*. (1999). As duas teorias foram escolhidas por levarem em conta a complexidade para analisar a psicogênese do sujeito.

A Teoria dos Campos Conceituais

Os Campos Conceituais de Vergnaud envolve o estudo do desenvolvimento do conhecimento e da inteligência ao longo do tempo que, a priori, assemelha-se muito aos trabalhos de Piaget. No entanto, há uma diferença quanto a sua especificidade, por envolver o processo de aquisição de habilidades e conceitos em relação às situações e problemas específicos, mais ligadas à situação de sala de aula. Portanto, a estrutura dos Campos Conceituais, em sua concepção, permite organizar as ideias interconectadas, conceptualizações e representações ao longo de um período de tempo, longo o suficiente para que a abordagem psicogenética torne-se significativa (VERGNAUD, 1983) para um indivíduo. Segundo o autor, um conceito só adquire sentido para a criança quando existem situações e problemas para resolver. Ou seja, um conceito não deve ser reduzido a sua definição. Deve existir uma classe de situações na qual um sujeito pode aplicar tais conceitos que podem ser de dois tipos:

- Uma classe de situações na qual o sujeito consegue aplicar competências de forma imediata;
- Uma classe de situações na qual o sujeito ainda precisa desenvolver competências.

Para aplicar os conceitos dentro de cada situação, é necessário possuir esquemas para a resolução dos problemas. Conforme Vergnaud, esquema é uma organização invariante de

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

conduta para uma dada classe de situações e pode estar presente nas duas categorias citadas anteriormente, mas podem se manifestar em diferentes níveis (*conhecimentos-em-ação* e *teoremas-em-ação*), como os diferenciarei a seguir.

Os *conhecimentos-em-ação* são ações que um sujeito é capaz de executar, mas não consegue explicitar o seu processo, pois ainda não tem domínio suficiente. Normalmente, os *conhecimentos-em-ação* estão ligados às tarefas operacionais aprendidas no cotidiano, sem um aprofundamento teórico ligado a este conhecimento. No caso dos *teoremas-em-ação*, são ações executadas com o apoio de uma perícia ou conhecimento erudito sobre o assunto. Ou seja, o sujeito é capaz de replicar ou executar a ação para que outra pessoa consiga entendê-la. Quando esses dois níveis de esquema trabalham juntos e o sujeito é capaz de desenvolvê-la e aplica-la em variadas situações, elas passam a ser chamadas de invariantes operatórias. Esta última se refere a ações suficientemente automatizadas e implícitas que fazem parte da habilidade cognitiva do sujeito para resolução de uma determinada situação.

As invariantes operatórias, no entanto, não são ações observáveis ou explícitas, pois fazem parte do psicológico do sujeito. Podemos levantar algumas habilidades como supostos pré-requisitos para a resolução de uma tarefa, mas não podemos afirmar com precisão se as invariantes operatórias de um sujeito "A" trabalham da mesma forma que as de um sujeito "B", embora os dois consigam chegar a uma mesma solução. Devido a esse nível de complexidade de análise das invariantes operatórias, seria necessário encontrar uma metodologia que permitisse organizar, a partir das respostas de um sujeito, possíveis modelos que ajudem a representar a sua psicogênese. Por essa razão, encontrei na Teoria dos Modelos Organizadores do Pensamento uma possibilidade de auxiliar no levantamento desses possíveis esquemas de organização que um sujeito mobiliza para a resolução de um problema matemático.

A Teoria dos Modelos Organizadores do Pensamento

A teoria desenvolvida por Moreno *et al*. (1998), intitulada como Modelos Organizadores do Pensamento, nasceu das ideias piagetianas e dos modelos mentais de Johnson-Laird[6]. Ela tem como principal objetivo encontrar padrões em fenômenos aparentemente distintos. As

[6] Não entraremos em detalhes dos modelos mentais de Johnson-Laird, mas as ideias estão baseadas na obra "La theorie des modeles mentaux" (1993). Existe uma aproximação teórica entre os Campos Concetuais de Vergnaud com as dos Modelos Mentais de Johnson-Laird em termos cognitivos, mas o segundo enfatiza as operações mentais mais gerais do pensamento enquanto o primeiro ocupa-se em operações específicas de uma situação didática. Referências estão no final do texto.

ISBN 978-84-945722-3-4

autoras partem do princípio que nada na natureza é imutável, citando exemplos das teorias evolucionistas de Darwin e o conceito de movimento e repouso introduzido por Galileu. Nos dois exemplos, a mudança passa a ser aceita como parte de uma regularidade, tornando-se, assim, o próprio objeto de estudo. No caso da psicologia, que trata de estudos com seres humanos, o conceito torna-se ainda mais aplicável. Logo, a teoria surgiu da necessidade de criar um modelo que permitisse descrever e interpretar, de forma simultânea, o que permanece e o que muda, mesmo dentro de um cenário de mudança.

As autoras também descrevem a necessidade de uma teoria funcional do conhecimento que fosse capaz de contemplar a complexidade de incorporar elementos do mundo externo pelo sujeito, mesmo que ainda sejam pré-maturos, mas que tenham origem de um cenário estrutural comum à espécie. Essa teoria ainda precisaria ser capaz de envolver o estudo do funcionamento de sistemas complexos, abrangendo tanto o pensamento individual quanto o coletivo, permitindo também interpretar o que é denominado como "cognitivo" como "afetivo", além dos pensamentos considerados como "científico" ou "cotidiano". Conforme observamos anteriormente, as invariantes operatórias de Vergnaud não são conhecimentos necessariamente explicitáveis e podem variar de sujeito para sujeito, existindo uma dificuldade para elucidar tal funcionamento cognitivo. Assim, a proposta oferecida pela teoria dos Modelos Organizadores do Pensamento parece ser o caminho para auxiliar na organização das invariantes operatórias por permitir a criação dos modelos *a posteriori*, ou seja, partindo dos procedimentos e representações do sujeito, criando evidências de uma organização em comum, comparado a um coletivo analisado, como veremos a seguir.

Aplicando a teoria dos Modelos Organizadores do Pensamento

As análises a seguir partiram de uma pesquisa em andamento de minha tese de doutoramento, cujo objetivo é descobrir formas de representar e organizar as invariantes operatórias envolvidas na solução de problemas com conteúdos de Álgebra pelos alunos do ensino básico e, posteriormente, analisar as escolhas didáticas que o professor poderá realizar de acordo com os resultados encontrados em sua turma. Os dados foram coletados de 31 alunos de uma turma do oitavo ano do ensino fundamental de uma escola da rede estadual de São Paulo, cuja aplicação foi feita em dois momentos: no primeiro, com o levantamento dos primeiros modelos evidenciados pelos alunos e, em um segundo momento, que ainda será aplicado, para verificar se houve alteração nas invariantes operatórias mobilizadas após a apresentação

ISBN 978-84-945722-3-4

de uma pergunta/modelo que ajudasse a esclarecer a dúvida que o aluno teve na primeira aplicação. Neste texto, apresento apenas os resultados da primeira aplicação.

Para organizar as atividades e seus conteúdos, foi escolhido um conjunto de habilidades envolvendo o aprendizado de Álgebra referenciadas nas pesquisas feitas por Krutetskii (1976)[7] e organizadas conforme o quadro a seguir.

Categorias	**Nº.[8]**	**Grupo de habilidades**
Coleta de informações	H1	Percepção (Interpretação de um problema)
Processamento de informações	H2	Generalização de conceitos matemáticos
	H3	Reversibilidade do processo mental
	H4	Compreensão; Raciocínio e Lógica

Tabela 1: Grupos de habilidades a serem analisadas.

Embora Vergnaud (1983) afirme que não seja adequado analisarmos de forma separada alguns conteúdos matemáticos, pois o autor acredita que eles trabalham de forma intrínseca, optamos por essa categorização para ser coerente com a forma na qual os conteúdos são didatizados no currículo escolar. Ou seja, há uma certa linearidade na transição da Aritmética para a Álgebra. Assim, as categorias criadas por Krutetskii reúnem conteúdos em alguns grupos de habilidades, permitindo uma análise abrangente em termos de desenvolvimento cognitivo, tornando-o consistente com a ideia de habilidades intrínsecas de Vergnaud. Além disso, para verificarmos a mobilização dos diferentes esquemas e invariantes operatórias, precisamos escolher conteúdos didáticos para analisar a organização do pensamento em conteúdos e situações específicos, pois essa seria a principal proposta da Teoria dos Campos Conceituais, diferenciando-a das teorias de Piaget.

A priori, havíamos escolhido alguns conteúdos que pudessem categorizar os alunos em três grupos distintos:

1) Os que resolvem utilizando recursos de Aritmética;
2) Os que resolvem utilizando recursos de Álgebra;
3) Os que utilizam recursos alternados ou lógico-verbais.

Porém, após a aplicação, os resultados apontaram para uma necessidade de analisar outras categorias por meio das respostas dos indivíduos, já que não era possível categorizá-los nesses grupos prévios. Foi, então, que os Modelos Organizadores do Pensamento permitiram

[7] As perguntas aplicadas na pesquisa podem ser consultadas no anexo após as referências.
[8] A numeração foi inserida por critério próprio para facilitar a identificação nas análises. Este quadro não reflete a pesquisa real de Krutetskii, sendo uma releitura adaptada para o contexto desta pesquisa.

ISBN 978-84-945722-3-4

sintetizar as dificuldades encontradas nesses grupos de alunos, inclusive, mostrando pontos em comum entre eles.

No quadro a seguir, resumimos os modelos encontrados, representando apenas o percentual das maiores dificuldades apresentadas por habilidade, já que nosso objeto de estudo é verificar as habilidades mobilizadas por aqueles alunos com dificuldades em matemática, sobretudo a álgebra. Existem outros modelos, mas não possuem quantidade significativa para serem citadas. A ideia de utilizar uma pergunta/modelo foi adotada para analisar os próximos passos dos estudantes após serem apresentados a essas perguntas, de acordo com o tipo de dificuldade encontrada em suas respostas. Além disso, verificar se são capazes de mobilizar as invariantes operatórias esperadas, ou outras, para alcançar a habilidade avaliada. Devido ao espaço limitado de páginas, procurei resumir as análises, representando em forma de quadro, apenas com as ideias principais, que podem ser conferidas na tabela a seguir.

ISBN 978-84-945722-3-4

#	Pergunta/modelo	Habilidade avaliada	Característica encontrada nesse modelo	Percentual[9]	Invariantes operatórias envolvidas
1	**O que o enunciado quer que você descubra?**	Capacidade de interpretar problemas	Não perceber que o enunciado estava incompleto	45%	Lógicas de classes
					Estruturas aditivas
2	**Como você calcula a área de um retângulo**	Capacidade de generalizar conceitos matemáticos	Falta de um conteúdo prévio ou confusão entre cálculo de área, perímetro e volume.	45%	Estruturas multiplicativas
					Lógica de classes
3	**Por que resolveu ambos?**	Reversibilidade do processo mental	O aluno deveria optar por uma das atividades com diferentes complexidades, mas resolveu ambos.	58%	Estruturas multiplicativas
					Estruturas algébricas
4	**O que acontece com o terreno no 1º, 2º dia e assim sucessivamente?**	Compreensão; Raciocínio e Lógica	Dificuldade para compreender o conceito de progressão geométrica.	60%	Lógica de classes
					Estruturas multiplicativas

Tabela 2: Distribuição dos modelos com as respectivas habilidades e as invariantes operatórias envolvidas

Considerações finais

Tentar compreender o processo de aprendizagem de um aluno é algo complexo e envolve fatores emocionais, além dos cognitivos, e pesquisas da área da psicologia cognitiva têm contribuído enormemente para a compreensão desses processos de ensino-aprendizagem. O professor de matemática, além de dominar o conteúdo de sua especialidade, tem como desafio tentar compreender as diferentes habilidades que os alunos possuem e tentar adaptar o ensino levando em consideração essas individualidades. No entanto, sabemos o quanto é difícil, no modelo atual de escola que temos, levar em conta tais individualidades. Por isso, Teorias como a dos Modelos Organizadores do Pensamento ajudam a criar padrões dentro de um coletivo, levando ainda em conta as respostas individuais de cada um. Não obstante, ele permite formas de selecionar e rechaçar os dados como, simultaneamente, possui uma organização que conecta os dados considerados relevantes (MORENO *et al.*, 1998).

É verdade que a falta de conteúdos prévios, bem como a presença deles, também pode tornar-se um obstáculo, como Vergnaud (1990) já ressaltou anteriormente. Moreno (1998) também vai ao encontro dessa visão do autor levantando o fator de que um sujeito confere significado de forma individual e independente, mesmo que isso não seja a verdade universal,

[9] Corresponde ao percentual de alunos participantes que se encaixaram neste modelo.

ISBN 978-84-945722-3-4

concordando com a ideia de esquemas e invariantes operatórias. Mas, sabemos que os conhecimentos prévios[10] são fundamentais para o avanço e acomodação dos novos, com a ressalva de que elas não se realizam de forma linear. Devem passar por idas e vindas, acomodações e refutações, assim como ocorre na história da ciência[11] e assim deveria ser para o aluno que aprende matemática. O professor deve incentivar esse processo de aprendizado, aproveitando os próprios modelos dos alunos, que são informações apresentadas de forma acessível para aqueles sujeitos, já que foram criadas pelo processo mental deles próprios. Nesse sentido, a Teoria dos Modelos Organizadores do Pensamento torna-se uma ferramenta muito útil para evidenciar os modelos advindos desses sujeitos, pois não há uma definição a priori dos dados pelo viés de quem analisa.

No entanto, temos que ter consciência de que, quando a escola adota um currículo e um modelo didático, fatalmente, o pensamento do aluno será conduzido por aquele caminho lógico, mas que individualmente vai conferindo significados próprios, de acordo com seus interesses e conhecimentos afins, conforme alerta Moreno (1998). Porém, para aqueles que tentam compreender mais a fundo esse processo cognitivo percorrido pelos alunos, para pensar em uma escolha didática que ajude os professores a buscar alternativas de didatização dos conteúdos, passa a ser uma ótima ferramenta e um novo desafio para as pesquisas em educação matemática.

Referências

ARANTES, V. A (2013, Jul/Dez). O psiquismo humano e a teoria dos modelos organizadores do pensamento. *NUPEM*, 5, 51-66.

AUSUBEL, D. P. (2000). *The acquisition and retention of knowledge: a cognitive view*. Boston: Kluwer Academic Publishers.

GARDNER, H. (1993). *Multiple Intelligences*. New York: Basic Books.

JOHNSON-LAIRD, P. (1993). La theorie des modeles mentaux. En: EHRLICH, M. F; TARDIEU, H; CAVAZZA, M. (Ed**.)** Les modèles mentaux: appoche cognitif des répresentations, Introducción, pp. 1-20. Paris: Masson.

KRUTETSKII, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. (J. Teller, Trad.). Chicago: The University of Chicago Press. (Trabalho original publicado em 1968).

KUHN, T. (1975). *A estrutura das revoluções científicas*. São Paulo: Editora Perspectiva.

MACHADO, N. J. (2000*). Epistemologia e didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente*. 6ª ed. São Paulo: Cortez.

MORENO, M.; SASTRE, G.; BOVET, M.; LEAL, A. (1999). *Conhecimento e mudança: os modelos organizadores na construção do conhecimento.* (A. V. Fuzzato, Trad.). Campinas: Unicamp; São Paulo: Moderna.

[10] Ausubel (2000) também ressalta a importância dos conhecimentos prévios para a integração dos novos conhecimentos como um dos pré-requisitos para a teoria da aprendizagem significativa.

[11] Para Kuhn (1975) as revoluções científicas se dão por meio da crise e emergência de um novo paradigma.

ISBN 978-84-945722-3-4

VERGNAUD, G. (1983) Multiplicative Structures. En: LESH, R. A.; LANDAU, M. (Eds) The acquisition of mathematics concepts and processes, Capítulo 5, pp. 127-174, London: Academic Press. Developmental Psychology Series.
VERGNAUD, G. (1990, 2.3). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques (RDM)*. 10, 133-170.

Anexo do trabalho

TEORIA DOS MODELOS ORGANIZADORES DO PENSAMENTO: UMA PERSPECTIVA METODOLÓGICA PARA INTERPRETAÇÃO DAS INVARIANTES OPERATÓRIAS NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Habilidade 1: Leia os problemas a seguir e formule a pergunta do enunciado. Depois, tente resolver o problema.

Eu tenho um valor total de 140 reais guardados em dois cofres. Se eu transferir 15 reais de um cofre para o outro, terei exatamente o mesmo valor em cada um destes cofres.

Habilidade 2: Os problemas a seguir são semelhantes, mas seus resultados são representados de formas diferentes. Apresente a resolução para cada um deles.

a. O comprimento de um quarto mede 6 m enquanto sua largura mede 3 m e sua altura mede 3 m. Qual o volume de 4 quartos iguais a esse?
b. O comprimento de um quarto mede 6 m enquanto sua largura mede 3 m e sua altura mede *x* m. Qual o volume de *n* quartos iguais a esse?

Habilidade 3: Nas atividades a seguir, você deverá tentar resolver os problemas da forma como está apresentada no verso A. Se tiver dificuldade, você pode optar em resolver o verso B. No final, justifique qual foi a dificuldade que o(a) impossibilitou de resolveu o verso A.

Verso A

a. Um tanque com capacidade de 80 litros foi preenchido com 2/5 de seu volume. Quantos litros foram preenchidos nesse tanque?
b. Apresente a forma fatorada das seguintes expressões: $a^2 - 2ab + b^2$ e $a^2 - b^2$.

Verso B

a. Um tanque foi preenchido com dezesseis litros de água preenchendo $\frac{2}{5}$ da sua capacidade total. Qual é o volume total desse tanque?
b. Desenvolva as seguintes expressões: $(a - b)^2$ e $(a + b)(a - b)$.

Habilidade 4: Resolva os problemas a seguir colocando o máximo de detalhes do raciocínio que usou para resolvê-lo.

a. Em uma olimpíada de matemática, foram propostos 10 problemas. Cada participante receberá 5 pontos para cada problema resolvido corretamente e perde 3 pontos se for resolvido de forma incorreta. Quantos problemas foram resolvidos

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

corretamente para um aluno que recebeu 34 pontos no final? E para quem recebeu 10 pontos?

b. A vegetação está cobrindo um terreno baldio. A cada dia essa área coberta pela vegetação está dobrando. No oitavo dia, metade desse terreno já está coberto pela vegetação. Em que dia a vegetação cobrirá o terreno todo?

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-340

PENSANDO SOBRE EDUCACIÓN MATEMÁTICA PARA LA JUSTICIA SOCIAL: PROPUESTA DESDE LA TRANSDISCIPLINARIEDAD

Natalia Ruiz-López – Santiago Atrio Cerezo – M. Araceli Calvo Pascual
natalia.ruiz@uam.es – santiago.atrio@uam.es – araceli.calvo@uam.es
Facultad de Formación de Profesorado y Educación- Universidad Autónoma de Madrid (España)

Núcleo temático: III **Aspectos socioculturales de la Educación Matemática** Modalidad: CB
Nivel educativo: 5-Formación y actualización docente
Palabras clave: Transdisciplinariedad, Educación matemática para la Justicia Social, Formación docente.

Resumen

Se presenta una propuesta innovadora de integración de las matemáticas con las áreas de ciencias, arquitectura y arte, desde una perspectiva de educación para la justicia social. Se desarrolla una asignatura dentro de un Máster de Educación para la Justicia Social (UAM), donde el objetivo principal ha sido reflexionar con las estudiantes sobre cómo debería ser un centro orientado hacia el cambio socio-educativo. A lo largo de un curso académico, se han analizado y vivenciado métodos de integración de las distintas áreas de conocimiento y recursos educativos que permiten poner en práctica las propuestas teóricas de otras asignaturas del máster, de forma que cada grupo de trabajo ha diseñado un modelo de centro educativo. Aquí se presentan algunos resultados de este curso, centrados en las actividades que muestran cómo las estudiantes han soñado que podría ser una enseñanza de las matemáticas integrada con otras áreas y con un enfoque de justicia social.

Introducción

Este trabajo se enmarca dentro del grupo de investigación Cambio educativo para la Justicia Social (GICE) de la Universidad Autónoma de Madrid. Este grupo está formado por profesores universitarios de distintas áreas de conocimiento y por profesores y profesionales de otras etapas educativas. Uno de los sueños de GICE, que este curso se ha hecho realidad, ha sido la implantación de un Máster Universitario en Educación para la Justicia Social (MUEJS). Dentro de este Máster se sitúa la asignatura Educación, Ciencia y Arte para la Justicia Social (JS), que integra cómo debe ser la enseñanza de las ciencias, las matemáticas y el arte desde una perspectiva de JS. En ella imparten docencia cuatro profesores especialistas en arquitectura y espacios educativos, ciencias experimentales, matemáticas, y

ISBN 978-84-945722-3-4

educación artística y visual. Los profesores y el grupo de estudiantes han trabajado la integración de sus respectivas materias junto con la necesidad de enfocar la enseñanza hacia la equidad, la justicia y la participación, de forma que el producto final del curso ha sido el diseño de un centro educativo ideal que responda a estos criterios.

Marco teórico

El grupo de investigación GICE lleva tiempo trabajando en la creación de una fundamentación teórica que sustente los principios de la enseñanza para la JS. A partir de autores como Bolívar (2005) y North (2006), Murillo, Román y Hernández Castilla (2011) proponen las tres características fundamentales de este enfoque:

- *Calidad alta y justa distribución*. Una educación pertinente, relevante e igual en objetivos para todos, pero en la que se dediquen más esfuerzos y recursos a aquellos que por origen, cultura, lengua materna o capacidades más lo necesiten.
- *Reconocimiento e identidad*. Una educación que promueve el reconocimiento, respeto y valoración de las diferencias individuales, sociales y culturales.
- *Plena participación*. Una educación que fomente y asegure no sólo el aprendizaje, sino la participación de todos en un ambiente de libertad y convivencia.

Estos principios deberían regir el funcionamiento de cualquier centro educativo que pretenda formar ciudadanos responsables y preparados para ejercer sus derechos en una sociedad democrática. También deben alcanzarse cuando nos referimos a la enseñanza de una disciplina en concreto, por ejemplo las matemáticas. Sin embargo, se observa un fenómeno sorprendente: mientras se da a las matemáticas un gran peso en el currículo escolar, siendo una de las materias que permite alcanzar el poder y llegar a la élite social, el profesorado de matemáticas no es consciente de la ideología que hay detrás de su enseñanza y la presenta como una ciencia neutral, vacía de carga ideológica, social y política (Sáenz y García, 2015). De esta forma, en lugar de empoderar a los estudiantes, la escuela más bien perpetúa las desigualdades sociales de base utilizando las matemáticas como una materia segregadora, eligiendo a los que pueden alcanzar el éxito académico y excluyendo del sistema a los demás (Chartres, 2008).

ISBN 978-84-945722-3-4

Hay algunos enfoques de educación matemática que sí han tenido en cuenta la necesidad de introducir la participación, el reconocimiento cultural y la distribución del conocimiento en las aulas. Las principales corrientes preocupadas en ello son la Etnomatemática y la Educación Matemática Crítica (EMC).

Ubiratan D'Ambrosio es el artífice del programa Etnomatemática, que fundamentalmente es un programa de investigación en educación matemática. El término se explica de la siguiente forma (D'Ambrosio, 2014): Etnomatemática es el conjunto de modos, estilos, artes y técnicas (*technés o ticas*) para explicar, aprender, conocer, lidiar en/con (*matemá*) los ambientes naturales, sociales, culturales e imaginarios (*etnos*) de una cultura, o sea, Etnomatemática son las *ticas* de *matemá* en un determinado *etno*. Las etnomatemáticas son, además, contextualizadas en distintos ambientes naturales y culturales. En cuanto a las implicaciones en la enseñanza, la Etnomatemática propone una pedagogía viva, dinámica, que dé respuesta a nuevos estímulos ambientales, sociales, culturales y a nuevas necesidades.

Ole Skovsmose es uno de los máximos representantes de la EMC y, aunque no propone normas concretas de cómo debe ser la práctica educativa en matemáticas, lo que sí establece es que todo depende de cómo construyan los significados del aprendizaje los actores sociales que participan en el proceso. Para que pueda servir al desarrollo de la democracia, la educación matemática debe considerar quién está implicado en ella, a qué propósitos sirve, qué objetivos persigue, dónde y cuándo tiene lugar y por qué (Skovsmose, 2011).

La introducción de contextos realistas y la relación entre las áreas de conocimiento para conseguir un currículo transdisciplinar que relacione las matemáticas con otras materias, puede conseguir el desarrollo de una *lente numérica crítica* que permita a los estudiantes ver con nuevos ojos el mundo y les ayude a interpretarlo (Forrest, 1997; Frankenstein, 2001; Osler, 2007; Bateiha y Reeder, 2014).

Paige y Hardy (2014) proponen que los futuros profesores de matemáticas exploren el modo en que usan y eligen las matemáticas en su trabajo, estudio y vidas personales para tomar decisiones razonadas y para preguntarse de manera crítica a qué intereses están sirviendo. Además, fomentan que surjan acciones explícitas que tengan un impacto directo en sus decisiones y responsabilidades con la comunidad.

Este enfoque transdisciplinar, con un claro sesgo hacia la responsabilidad social de la educación y la necesidad de que los profesores tomen en cuenta la función redistributiva,

ISBN 978-84-945722-3-4

equitativa y participativa de la escuela, es el que se ha considerado como base teórica del curso impartido en el Máster que se presenta en esta comunicación.

Metodología

La asignatura Educación, Ciencia y Arte para la JS es una materia obligatoria de 8 ECTS que se imparte anualmente dentro del máster oficial Educación para la JS de la Universidad Autónoma de Madrid.

Durante el primer semestre del curso la asignatura se ha impartido de forma semanal en sesiones de dos horas de duración. Sin embargo, en el segundo semestre la secuenciación cambia a 4 horas quincenales. Este cambio viene motivado por la necesidad de que las estudiantes trabajen de forma colaborativa durante las sesiones presenciales y tengan tiempo para profundizar y reflexionar sobre el trabajo realizado entre dos sesiones consecutivas.

La primera parte del curso ha sido más teórica, dedicando tres sesiones cada uno de los cuatro profesores. al planteamiento de los fundamentos de los ambientes educativos, la enseñanza de las ciencias experimentales, la enseñanza del arte y la enseñanza de las matemáticas, siempre desde un enfoque de JS. En la segunda parte del curso, las estudiantes se han organizado en tres grupos de trabajo (dos grupos de 4 personas y un grupo de 3) para comenzar a gestar el proyecto de centro educativo ideal para la JS, que es el objetivo principal de esta asignatura.

Los resultados de aprendizaje y los contenidos de esta materia son:

Resultados de los aprendizajes

- Conocer y comprender los distintos paradigmas y enfoques contemporáneos en la Ciencia y el Arte para la JS.
- Diseñar propuestas innovadoras en la Ciencia y el Arte para la JS.
- Diseñar recursos didácticos adecuados en la Ciencia y el Arte para la JS.
- Analizar la realidad desde múltiples perspectivas y valorar el compromiso social.

Contenidos del programa

- Paradigmas y enfoques contemporáneos en la Ciencia y el Arte para la JS.
- Innovación y calidad en la Ciencia y el Arte para la JS.
- Aproximación a la realidad de la didáctica específica en una escuela para la JS.

ISBN 978-84-945722-3-4

- Recursos didácticos para la Ciencia y el Arte desde la perspectiva de la JS.
- Problemáticas prioritarias y diversificación teórico metodológica para la Ciencia y el Arte desde la perspectiva de la JS.

La metodología utilizada en el curso ha sido participativa, utilizándose la plataforma Moodle para compartir materiales, artículos y entrega de tareas. La mayoría de las sesiones de la primera parte del curso han sido seminarios de debate a partir de una presentación teórica inicial o la lectura de algunos artículos relevantes. También ha habido dos sesiones vivenciales de metodologías alternativas (biodanza) para experimentar el poder de la danza y la música en la integración de cada persona dentro de un grupo. Las sesiones de cuatro horas de la segunda parte del curso han sido fundamentalmente de trabajo colaborativo guiado por los profesores, con exposiciones y debates sobre algunas cuestiones específicas.

Resultados

Los tres grupos de trabajo comienzan diseñando su centro ideal por separado. En la primera sesión parten de una lluvia de ideas para establecer las características generales de cada centro.

El grupo 1, decide que su centro ideal es una *Escuela Nómada*, con las siguientes características generales: Nómada (escuela creada para contextos en riesgo como campos de refugiados, aldeas sin escuela, territorios con falta de infraestructuras, etc.); Diversidad (intérpretes, espacio adaptado, material adaptado, «especialistas»); Organización asamblearia; Abierto a la comunidad (Trabajo en Red); Gratuita.

También piensan cómo debería ser el ámbito pedagógico: Metodología comunicativa. Aprendizaje dialógico; Pedagogía activa (aprendizaje vivencial, significativo); Trabajo por proyectos / por focos de interés. Proyecto general adaptado a cada contexto; Talleres de danza y de deporte; Metodología basada en la psicología del alumno; Espacios de descubrimiento y reflexión; Educación para la vida; Contenidos didácticos no eurocéntricos (todas las perspectivas, temas actuales, injusticias y desigualdades, pensamiento crítico).

En cuanto a los espacios, este tipo de escuela requiere: infraestructura móvil (instalaciones por módulos, barracones…), espacios abiertos y adaptables, espacio en medio natural, auditorio (teatro), jardín recreativo, huerto. También piensan en las necesidades en cuanto a

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

recursos personales y materiales, como intérpretes y especialistas (además de los profesionales que usualmente encontramos en una escuela ordinaria), material educativo desde diferentes perspectivas (no solo eurocéntrico), mochilas con panel solar, maletín-mesa, material transportable…

El grupo 2, se decanta por una *Escuela participativa de barrio* cuya característica principal es educar a la ciudadanía por la JS del futuro: libre, con pensamiento crítico e implicada. Respecto a la organización, el grupo 2 quiere que desde infantil hasta secundaria el alumnado decida qué estudia en función de sus afinidades, no por edades. Un aspecto fundamental en este centro será la relación con las familias y/o comunidad, desean convertirlo en el centro neurálgico del barrio (banco de tiempo, banco de recursos, banco de habilidades). En cuanto a los espacios, deben ser accesibles para todos. El grupo 2 también piensa en cómo conseguirá el centro autogestionarse. El enfoque educativo que proponen es: Integral, inclusivo, laico y mixto, anti-represivo, contra-hegemónico, anti-heteronormativo, democrático (asambleario), creativo, sin libros de texto, sin deberes y sin exámenes (evaluación socialmente justa), con diversidad de metodologías de aprendizaje. Habrá proyectos de centro y de aula: semana de programación *qué voy a estudiar este año* con contratos didácticos para el alumnado (principio de curso). Debe existir flexibilización y adaptación continua del currículo en función de los intereses del alumnado: las asignaturas son talleres que organiza el alumnado, que deben de enfocar a temas de justicia social, dinamizados por profesorado como facilitadores de aprendizaje (profesorado múltiple en cada proyecto).

El grupo 3 imagina una *Escuela democrática* con las siguientes características: escuela pública y de calidad, multicultural e intercultural, enseñanza desde la JS, escuela comprometida, realista y autocrítica, inclusiva (accesible y adaptada), organización participativa, abierta a la innovación, variedad de metodologías: (Comunidad de aprendizaje, ABP, ApS), pensamiento crítico, ampliación de perspectivas, vínculo con el exterior (investigación acción, redes escuelas, universidad, etc.), variedad de entornos, materiales y servicios, dinamismo y motivación, ratio baja y una sola línea, humanización (dar espacio a lo personal, conocerse entre alumnos y profesorado), visibilizar situaciones y personas, docente como acompañante, observador, mediador, guía (dos maestros por clase), formación

ISBN 978-84-945722-3-4

continua de docentes, liderazgo distribuido, educación como divulgación, currículum flexible, adaptado, variado, interdisciplinar, reconocimiento vs premio, consecuencias vs castigos.

Al final de esta sesión, los tres grupos plantean la necesidad de trabajar juntos para diseñar un único proyecto de centro. Se produce un debate entre las estudiantes y los profesores y finalmente se llega al acuerdo de consensuar los tres enfoques para organizar un único centro ideal de educación para la JS que represente a toda la clase. Las estudiantes quieren trabajar todas juntas, porque ven que hay muchas coincidencias entre los tres proyectos y desean realizar aportaciones a un proyecto común. Al final de todo, después de dos semanas de reflexión sobre qué proyecto elegir, deciden decantarse por diseñar entre todas una *Escuela Nómada para la JS,* el proyecto *Kuraneke*.

En la sesión final del curso exponen el proyecto y describen el plan de acción compuesto por: fase de análisis del lugar, informe de diagnóstico, fase de planificación de la llegada, fase de implementación del proyecto, establecimiento de objetivos y expectativas (redefinición/adaptación), fase de evaluación, y fase de celebración. También diseñan un prototipo del centro (plano de los espacios y recursos materiales). Además, realizan una propuesta metodológica transdisciplinar. Presentan así *ConCiencArte* que es un proyecto pedagógico en el que se trabajará de manera interdisciplinar las materias de matemáticas, ciencia y educación artística. En palabras de las estudiantes: "*Propondremos a l@s alumn@s la creación de un espacio de descanso, o un jardín, donde poder disfrutar del tiempo libre, en el que crearemos un huerto y haremos una acción de replantación de árboles y plantas autóctonas. También construiremos elementos para relajarse y descansar, como bancos o merenderos, y decoraremos uno de los muros de nuestra escuela nómada con un mural de vida. Con este proyecto las tres áreas de conocimiento se desarrollarán de la mano tomando mucho más sentido al no impartirse de manera puramente procedimental"*.

La presentación final termina con una sesión de autoevaluación y co-evaluación de todo el curso.

Conclusiones

ISBN 978-84-945722-3-4

El grupo de estudiantes, después de casi un curso de trabajo en fundamentación teórica y metodológica sobre enseñanza para la JS, está muy implicado en el cambio educativo hacia propuestas innovadoras transdisciplinares. El proyecto que han diseñado está muy alejado de la realidad educativa que se observa en nuestro entorno próximo. Las estudiantes sueñan con intervenir en un contexto cambiante, multicultural, con muchas carencias materiales, con personas itinerantes o en desarraigo, con problemas muy graves. Un mundo que continuamente nos bombardea desde los medios y al que normalmente se le cierra la puerta en cuanto se desconecta el televisor o el móvil.

La educación matemática debe ser parte de esa realidad, no puede sentirse ajena a los problemas reales de la sociedad y del mundo. La formación de profesorado debe integrar contenidos y metodologías que preparen a los docentes a enfrentarse a esos problemas desde las matemáticas y el resto de disciplinas (Ruiz López, Atrio Cerezo, Bosch Betancor y Bruno, 2015).

Las estudiantes participantes en este curso, futuras docentes en todas las etapas educativas, tienen claro que la educación para la JS y para la paz debe ser uno de los principales objetivos que impulsen a la comunidad educativa a seguir trabajando y mejorando.

Referencias bibliográficas

Bateiha, S. y Reeder, S. (2014). Transforming elementary preservice teachers' mathematical knowledge for and through social understanding. *Revista Internacional de Educación para la Justicia Social (RIEJS), 3*(1), 71-86.

Bolívar, A. (2005). Equidad Educativa y Teorías de la Justicia. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, 3*(2), 42-69.

Chartres, M. (2008). Are my students in engaged in critical mathematics education? In J.F. Matos, P. Valero, y K. Yasukawa (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Mathematics Education and Society Conference* (pp. 23-45). Lisbon: Centro de Investigação em Educação.

D´Ambrosio, U. (2014). Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7*(2), 181-188.

Forrest, M. (1997). Literacy and Numeracy. *ALEA, Language in Mathematics Newsletter, 8*, 1-10.

Frankenstein, M. (2001). Reading the world with math: Goals for a critical mathematical literacy curriculum in mathematics. In AAVV, Mathematics: Shaping Australia Conference

ISBN 978-84-945722-3-4

Proceedings 18th Biennial Conference of the Australian Association of Mathematics (pp. 53-64). Adelaide, SA: AAMT.

Murillo, F.J., Román, M., y Hernández Castilla, R. (2011). Evaluación Educativa para la Justicia Social. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa, 4*(1), 7-23.

North, C.E. (2006). More Than Words? Delving Into the Substantive Meaning(s) of "Social Justice" in Education. *Review of Educational Research, 76*(4), 507–535.

Osler, J. (2007). *A Guide for Integrating Issues of Social and Economic Justice into Mathematics Curriculum.* http://www.radicalmath.org/docs Consultado el 12/12/2016

Paige, K. y Hardy, G. (2014). Socio-scientific issues and educating for an ecologically and socially just world: A transdisciplinary approach for engaging pre-service teachers in Science and Mathematics. *Revista Internacional de Educación para la Justicia Social (RIEJS), 3*(1), 17-36.

Ruiz López, N., Atrio Cerezo, S., Bosch Betancor, J. y Bruno, G. (2015). Características biográficas del docente de matemáticas para la justicia social en educación secundaria. In P. Scott y A. Ruiz (Eds.), *Educación Matemática en las Américas:2015. Volumen 5: Etnomatemática y Sociología* (pp. 56-65). República Dominicana: CIAEM. http://ciaem-redumate.org/memorias-ciaem/xiv/# Consultado el 12/12/2016

Sáenz, C. y García, X. (2015). *Matemáticas: Placer, poder, a veces dolor. Una mirada crítica sobre la matemática y su enseñanza*. Madrid: UAM Ediciones.

Skovsmose, O. (2011). *An invitation to Critical Mathematics Education*. New York: Springer.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-341

VEO MATEMÁTICAS POR TODAS PARTES: JUSTICIA SOCIAL EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS PARA MAESTR@S EN FORMACIÓN

Natalia Ruiz – José Manuel Pérez Martín
natalia.ruiz@uam.es – josemanuel.perez@uam.es
Facultad de Formación de Profesorado y Educación de la Universidad Autónoma de Madrid. España.

Núcleo temático: **III. Aspectos socioculturales de la Educación Matemática**
Modalidad: CB
Nivel educativo: 5-Formación y actualización docente
Palabras clave: Educación matemática para la Justicia Social, Formación docente.

Resumen

En las aulas de formación de profesorado de Educación Primaria se encuentra un gran número de estudiantes que muestran un intenso rechazo por las matemáticas, desde su etapa de educación secundaria. En muchos casos se debe a que han perdido la conexión de lo que aprenden y el mundo real en el que viven. Se vuelven acríticos y les va a resultar muy complejo fomentar el espíritu crítico del alumnado de primaria durante su futuro ejercicio profesional. Para evitarlo, esta comunicación propone ejemplos de situaciones reales en clase que permiten recuperar esa conexión de las matemáticas con la vida cotidiana y la necesidad de ser críticos. El objetivo es detallar algunos ejemplos de situaciones en las que un pobre dominio de las matemáticas aboca a poder ser manipulado o engañado, así como otras con las que se despierta el interés por las matemáticas en los/as estudiantes de magisterio.

El desarrollo de acciones formativas que aproximen las matemáticas a los/as futuros/as maestros/as es el camino para garantizar que el alumnado de educación primaria aprenda matemáticas desarrollando su capacidad crítica, ayudando a formar una ciudadanía autónoma, reflexiva y menos manipulable.

Fundamentación teórica

La formación de profesorado de matemáticas tiene que empezar a considerar algunos aspectos de la enseñanza de esta materia de una forma inclusiva, democrática y con un enfoque de justicia social. La importancia que se le da a las matemáticas en los currículos de educación obligatoria está solamente enfocada a la obtención de buenos resultados académicos y a la superación de pruebas externas más o menos estandarizadas. Normalmente se considera que las matemáticas son una ciencia neutral, que una vez dominada puede utilizarse para comprender objetivamente el mundo. Sin embargo, son ya muchos los autores que, desde el enfoque de matemática crítica, plantean que la verdadera razón de la

ISBN 978-84-945722-3-4

importancia académica de esta materia es la segregación de los estudiantes, permitiendo que el sistema elija a los alumnos mejores y abandone a los que tienen peores resultados. Por ejemplo, Chartres (2008) ve la enseñanza de las matemáticas como una oportunidad para la participación y el empoderamiento ciudadano, pero también puede conseguir el efecto contrario, la marginalización y la exclusión de una gran parte de la población.

Para intentar acercarnos a otro enfoque de la enseñanza de las matemáticas, hay autores (Bateiha y Reeder, 2014; Frankestein, 2001, 2014; Osler, 2007) que proponen la introducción de actividades en el aula que desarrollen una *lente numérica crítica* para ver e interpretar el mundo. Para ello es imprescindible introducir contextos realistas en la enseñanza que relacionen los contenidos matemáticos con otras áreas de conocimiento, como las ciencias sociales o experimentales, el arte, la música, la educación física, etc.

La propuesta de Paige y Hardy (2014) para los profesores en formación, es la exploración del uso que hacen de las matemáticas en diversos contextos reales (trabajo, estudio, vida personal) de forma que analicen a qué intereses están obedeciendo cuando toman decisiones. También fomentan que las acciones de los estudiantes impacten directamente en las decisiones y responsabilidades de la comunidad a la que pertenecen.

Ruiz López, Atrio Cerezo, Bosch Betancor y Bruno (2015) han analizado las prácticas de aula de un profesor de matemáticas con una clara vocación docente desde un enfoque de justicia social y han encontrado que su formación inicial no le ha provisto de metodologías, recursos y conocimientos necesarios para desarrollar su faceta social y política desde las matemáticas. Por eso plantean la necesidad de introducir en la formación inicial de profesorado de matemáticas el enfoque de la enseñanza para la justicia social. Esa es la idea que se recoge en esta propuesta.

Objetivo y Metodología

El objetivo general es la presentación de situaciones de la vida cotidiana, a los maestros/as en formación, donde se apliquen conocimientos matemáticos mediante un enfoque de educación para la Justicia Social. Por ello se desarrolló una propuesta de aula en la que se pusiese en práctica que:

a. Las matemáticas que se enseñan deben tener un valor concreto y no abstracto ni fuera de contexto.

ISBN 978-84-945722-3-4

b. Las matemáticas son más que aritmética.
c. El lenguaje matemático es necesario para establecer conversaciones cotidianas entre iguales.
d. El dominio de los contenidos matemáticos es fundamental para desarrollar su actuación como ciudadanos libres en el contexto de una sociedad democrática del s. XXI.

Se presentan tres experiencias de aula desarrolladas a lo largo de los cursos 2014-15 y 2015-16 para diferentes grupos de las asignaturas de Didáctica de las Matemáticas I (13 grupos) y II (10 grupos) del Grado de Educación Primaria en la Universidad Camilo José Cela. El total de alumnos participantes en las experiencias fue de 60 personas por grupo (n=1380). La participación quedó registrada en vídeo, en documentos manuscritos o digitales que se entregaron al profesor, así como a través de la actividad en la comunidad de aprendizaje de Google +, “Veo matemáticas por todas partes”[12].

Resultados

Primera actividad. Numeración y vida cotidiana

Debido a que los estudiantes de Magisterio de Educación Primaria consideran que las clases de matemáticas son excesivamente teóricas, abstractas y desmotivadoras, se proponen situaciones reales que exijan buscar información y aplicar un determinado contenido. En esta línea se plantea un caso práctico en el aula para todo el grupo (todos los/as estudiantes son interpelados por el docente y tienen opción de intervenir en todo momento). Se formula la siguiente cuestión: *“¿Conocéis el reloj de la Puerta del Sol de Madrid?”*

Este reloj es muy popular en España porque es desde donde todos los canales de televisión retransmiten en Nochevieja “las campanadas” para recibir el Año Nuevo. Por ello la respuesta es abrumadoramente afirmativa. El profesor sigue preguntando: *“¿El reloj tiene números en la esfera? En caso afirmativo, ¿cómo son?”*

Sorprendentemente, los alumnos tienen que pensar mucho estas cuestiones y sólo unos pocos responden, generalmente con rotundidad y correctamente: *“Son números romanos”*. En ese punto el profesor propone un repaso de los números romanos, ¿cómo se escribe el uno?, ¿y el dos?, ¿tres?, ¿cuatro?, y así sucesivamente hasta el doce. Por supuesto esta situación es perfectamente conocida por los alumnos, que conocen todos los símbolos numéricos romanos (I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X, XI y XII).

[12] https://plus.google.com/u/0/communities/113185900197742202755

ISBN 978-84-945722-3-4

En este momento se les presenta la imagen[13] real del famoso reloj de la Puerta del Sol de Madrid y se les pide que comparen los números que observan con sus respuestas.

Sorprendidos, se indignan por la representación que se hace del número cuatro, que se representa como IIII en lugar de IV. Tras la situación inicial de desconcierto, llega el momento del porqué. Los/as estudiantes preguntan qué motivos hay para que el reloj luzca un error tan evidente. El profesor les propone que busquen información sobre ello en sus teléfonos móviles u ordenadores. En pocos segundos las respuestas brotan entre los presentes, por ejemplo: es la respuesta gremial ante la ejecución del relojero suizo que confundió los números y fue ejecutado; la simetría visual es más agradable en esta representación incorrecta; los moldes metálicos a fabricar; las preferencias históricas de los romanos por el IIII; la simbología blasfema de Júpiter (IVPITER); Luis XIV y su ego. Algunos encuentran una razón matemáticamente más interesante: *“El sistema numérico romano procedía del etrusco y éstos utilizaban un sistema exclusivamente aditivo. El uno era I y el dos era II, el cinco era una uve invertida y el seis era VI. De manera que el tres era III y el cuatro IIII. Los romanos comenzaron con un sistema numérico similar, pero adoptaron modificaciones como la sustracción de determinados números para abreviar su escritura. Por ello el cuatro se debía escribir como IV, poniendo a la izquierda la cantidad a sustraer”.*

Diferentes estudiantes comentan que eso sólo ocurre en el reloj de la Puerta del Sol y que por lo tanto la explicación debía proceder de un hecho muy posterior a la época romana, ya que este reloj es un regalo a la reina Isabel II de España en el s. XIX. Aplazando el debate histórico, se muestran imágenes[14] donde aparece la misma numeración en relojes de pared y relojes de pulsera de anuncios.

Esta situación desencadena gran interés por entender los motivos, si esto es frecuente o incluso si es exclusivo de los relojes

s/actualidad/espana-da-la-bienvenida-

es/sites/76/2012/03/Por-qu%C3%A9-
en-algunos-relojes-el-4-aparece-escrito-IIII-y-no-IV.jpg

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

y no aparece en otros lugares donde se emplea la numeración romana.

A partir de este tipo de situaciones, donde la vivencia de las matemáticas en contextos próximos parece contagiar el interés por las matemáticas a todos los estudiantes, se decide crear una comunidad de aprendizaje donde todos pueden intervenir y construir su propio ambiente de aprendizaje, con temas y cuestiones de su interés. El número de estudiantes que acogió dicha propuesta con ilusión y participó y sigue participando es muy elevado y se puede ver en la comunidad de Google + "*Veo matemáticas por todas partes*", donde casi 250 antiguos/as alumnos/as siguen compartiendo sus intereses y debaten sobre temas relacionados con las matemáticas a día de hoy. Todo ello sin el corsé del miedo al error, ya que están entre iguales compartiendo y aprendiendo.

Segunda actividad. Comunicación oral y escrita de contenido matemático

En la misma línea, se propone el análisis de una noticia que permite realizar un juicio crítico relacionado con la interpretación de gráficos y textos. En septiembre de 2015 una noticia aparece reiteradamente en muchos medios de información: *"El PP presenta su propuesta para que en los ayuntamientos gobierne la lista más votada."*[15]

Se pregunta a los/as estudiantes: *"¿Se puede considerar justa y/o democrática esta propuesta?"*

Esta pregunta en una clase de matemáticas genera desconcierto, ya que parece que se centra en política, en ideología, y las matemáticas tradicionalmente se consideran alejadas de estas cuestiones. Con el debate, los estudiantes van concretando la pregunta hasta formularla en términos matemáticos: *"¿Qué es tener mayoría? ¿Se puede ser la lista más votada y no representar el sentir de la mayoría?"*

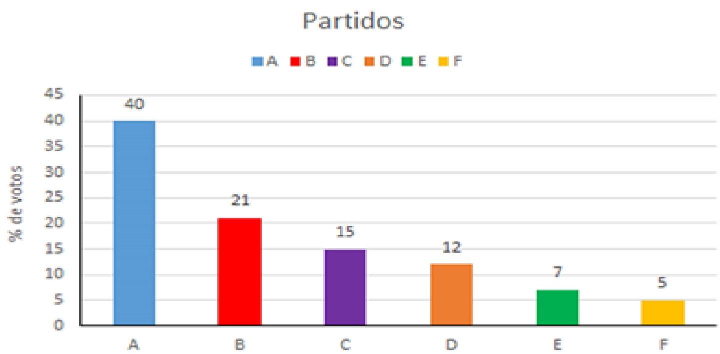
Para llevar a cabo la interpretación matemática del texto, se modeliza la situación elaborando una tabla de datos inventados por los estudiantes, donde se distribuyen los votos de una población en la que ninguna lista obtiene mayoría absoluta. Finalmente, construyen con Excel una gráfica con los datos y se produce el debate.

Aquí se presenta una de las gráficas[16] propuestas en la que se puede ver cómo hay un partido más votado que el resto, pero no tiene la mayoría absoluta.

[15] http://www.elmundo.es/espana/2015/07/22/55af84d722601dce438b4585.html, este es el artículo de El Mundo utilizado para la segunda actividad.
[16] Gráfico de elaboración propia

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

En el debate surge la idea de que existe una mayoría de personas que no quieren que gobierne



el partido A. Del mismo modo ocurre con cada una de las otras columnas.

Por lo tanto, parece incorrecto decir que por ser la lista más votada es la que representa mejor a la mayoría.

En esta actividad se trabaja la conexión entre el lenguaje oral y escrito con el lenguaje matemático de tipo numérico y gráfico, así como otros procedimientos y contenidos del bloque 1 (Procesos, métodos y actitudes en matemáticas), bloque 2 (Números) y bloque 5 (Estadística y probabilidad) del currículum en vigor para Educación Primaria (RD 126/2014).

Actividades de evaluación. Matemática crítica para la Justicia social

Los/as estudiantes tienen que resolver algunas cuestiones en el examen relacionadas con la valoración crítica utilizando contenidos básicos de las matemáticas escolares como se ve en la figura 3[17].

18. Según un medio de comunicación:

"El gráfico muestra la aplastante victoria del candidato a presidente de la república en las elecciones 2013". ¿Consideras que la afirmación del presentador es una interpretación razonable del gráfico? Da una explicación que fundamente tu respuesta. (Hasta 0,5 puntos).

Figura 3. Pregunta de examen final del modelo 1 de la asignatura de matemáticas del Grado en Educación Primaria, curso 2014-15.

[17] Imagen resultado electoral obtenida de http://cdn.20m.es/img2/recortes/2013/04/15/116302-829-550.jpg

ISBN 978-84-945722-3-4

En base a esta pregunta, donde se persigue poner en juego conocimientos sobre la interpretación de resultados a partir de gráficos, se observa que buena parte de los/as maestros/as en formación son capaces de extraer la información correcta y de darse cuenta de que se trata de una manipulación informativa.

Sin embargo, la mayoría de los razonamientos parten de la interpretación aritmética de los resultados y se quedan ahí, con frases como "*No, ya que la diferencia de porcentaje de uno a otro es mínima, sólo un 1,59% de diferencia*".

Sólo unos pocos utilizan un argumento gráfico y explican que la representación engaña visualmente debido a que carece de eje de ordenadas y el origen no es el cero, sino un valor prácticamente idéntico al del candidato que perdió las elecciones. En cualquier caso, en general sí se considera que esta noticia trata de generar una idea en la población que no es cierta.

Discusión y conclusiones

Respecto a la primera actividad mostrada, donde se pretende motivar a los estudiantes antes de comenzar el estudio del sistema de numeración decimal, se aprecia que los futuros maestros/as no juzgan lo que miran, porque a veces no ven, sólo miran. Esta actividad ha promovido la observación y el análisis para ser individuos críticos con el mundo en el que viven, lo que debe constituir el primer paso para el desarrollo de la competencia de autoaprendizaje (aprender a aprender). Además, la creación de la comunidad de aprendizaje en Google + permite aprender colaborativamente, lo que favorece la socialización y la distribución de lo aprendido.

Lo más interesante del trabajo realizado con la segunda actividad ha sido relacionar las matemáticas con la lengua oral y escrita, algo que no es tan habitual en clase de matemáticas. Sin embargo, aplicar el juicio crítico de las expresiones orales y escritas de contenido numérico o matemático de la vida cotidiana permite comunicarse con precisión y evita la manipulación. Además, la incompetencia en este sentido lastra la eficacia en la resolución de problemas matemáticos. En muchos casos encontramos dificultades en la resolución de problemas derivados de la comprensión lectora de los alumnos. Por ello es de interés para la formación completa de alumnos de Educación Primaria que sus maestros/as sean formados

ISBN 978-84-945722-3-4

de forma integral y globalizando sus aprendizajes para que comuniquen áreas de interés desde diferentes contenidos. En este caso las competencias relacionadas con la comunicación (lenguaje oral y escrito en lengua nativa, así como el lenguaje científico-matemático a través de gráficas).

En cuanto a la tercera actividad planteada, el interés fundamental es aplicar los conocimientos estadísticos y de interpretación de gráficos para evaluar una noticia y poder interpretar su verosimilitud. Esta es una situación a la que la ciudadanía se ve enfrentada todos los días y que parece necesario trabajar en la etapa de educación matemática obligatoria si se pretende formar ciudadanos críticos y autónomos.

La formación de profesorado de Educación Primaria debe enfocarse hacia la enseñanza de las matemáticas conectadas con la vida cotidiana (enseñanza de las matemáticas con sentido, según Rico, Flores y Ruiz-Hidalgo, 2015), ofreciendo herramientas para interpretar el mundo y poder actuar sobre él, con autonomía y suficiente seguridad en el propio criterio. La opinión desde el enfoque de educación matemática para la justicia social, es que no se puede seguir considerando a las matemáticas como una materia neutral desconectada de los problemas reales de los estudiantes y ese es el principal objetivo que se pretende comunicar aquí.

Referencias bibliográficas

Bateiha, S. y Reeder, S. (2014). Transforming elementary preservice teachers' mathematical knowledge for and through social understanding. *Revista Internacional de Educación para la Justicia Social (RIEJS), 3*(1), 71-86

Chartres, M. (2008). Are my students in engaged in critical mathematics education? In J.F. Matos, P. Valero, & K. Yasukawa (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Mathematics Education and Society Conference* (pp. 23-45). Lisbon: Centro de Investigação em Educação.

Frankenstein, M. (2001). Reading the world with math: Goals for a critical mathematical literacy curriculum in mathematics. In AAVV, Mathematics: Shaping Australia Conference Proceedings 18th Biennial Conference of the Australian Association of Mathematics (pp. 53-64). Adelaide, SA: AAMT.

Frankenstein, M. (2014). Which measures count for the public interest? *Revista Internacional de Educación para la Justicia Social (RIEJS), 3*(1), 133-156.

Osler, J. (2007). *A Guide for Integrating Issues of Social and Economic Justice into Mathematics Curriculum.* http://www.radicalmath.org/docs Consultado 11/01/2016

Paige, K. y Hardy, G. (2014). Socio-scientific issues and educating for an ecologically and socially just world: A transdisciplinary approach for engaging pre-service teachers in Science

ISBN 978-84-945722-3-4

and Mathematics. *Revista Internacional de Educación para la Justicia Social (RIEJS), 3*(1), 17-36.

Rico, L., Flores, P. y Ruiz-Hidalgo, J.F. (2015). Enseñanza de las matemáticas con sentido. Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 70, 48-54.

Ruiz López, N., Atrio Cerezo, S., Bosch Betancor, J. y Bruno, G. (2015). Características biográficas del docente de matemáticas para la justicia social en educación secundaria. In P. Scott y A. Ruiz (Eds.), *Educación Matemática en las Américas:2015. Volumen 5: Etnomatemática y Sociología* (pp. 56-65). República Dominicana: CIAEM. http://ciaem-redumate.org/memorias-ciaem/xiv/# Consultado 11/01/2016

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-342

A HERMENÊUTICA DE PROFUNDIDADE COMO METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO NA EDUCAÇÃO EM MATEMÁTICA DE JOVENS E ADULTOS

Virgínia Cardia Cardoso
virginia.cardoso@ufabc.edu.br
Universidade Federal do ABC, Brasil.

Núcleo temático: Investigação em Educação Matemática
Modalidade: CB: Comunicação Breve
Nível educativo: Educação de Adultos
Palavras chave: Hermenêutica de Profundidade; Educação de Jovens e Adultos; Educação Matemática; Ensino Médio.

Resumo

Apresentamos uma investigação em Educação de Jovens e Adultos (EJA), relacionada ao ensino de Matemática no nível médio, na qual aplicamos a metodologia da Hermenêutica de Profundidade (HP). Trata-se de uma proposta metodológica, criada por J. B. Thompson para analisar formas simbólicas em três dimensões, de acordo com a Teoria Crítica: análise da sua estrutura interna; análise do seu contexto de produção, circulação ou apropriação; e a interpretação/reinterpretação. O propósito deste artigo é discutir a HP como possibilidade metodológica nas investigações em Educação Matemática, cujos objetivos incluam analisar a ideologia no uso de formas simbólicas. Na pesquisa, já concluída, foram analisados os depoimentos (as formas simbólicas) de quatro professores de Matemática, do primeiro período escolar do Ensino Médio da EJA, de escolas públicas de Santo André (SP, BR). Os entrevistados falam sobre as potencialidades e suas dificuldades no ensino de Matemática em suas turmas. A análise confirmou a formação deficitária do professor, inadequação das práticas docentes ao público, falta de apoio ao professor que leciona Matemática na EJA e falhas no material escolar.

1. Introdução

A Hermenêutica de Profundidade (HP) é uma metodologia de pesquisa, criada por Thompson (2000), na década de 1990, para analisar formas simbólicas em meios de comunicação de massas, sob o aspecto ideológico. Sua aplicação na Educação Matemática é, relativamente, recente. Foi empregada em nosso doutoramento (Cardoso, 2009), para analisar a ideologia das propostas para Matemática dos Parâmetros Curriculares do Ensino Médio (BRASIL, 1999) e em algumas outras pesquisas de mestrado e doutorado, concluídas desde então. Também foi empregada em algumas pesquisas orientadas por nós, no Programa de Pós-

ISBN 978-84-945722-3-4

graduação em Ensino e História de Ciências e Matemática da Universidade Federal do ABC (PEHCM – UFABC), dentre as quais trazemos o relato de uma delas – Garcia (2015) – com a intenção de discutir a potencialidade da HP como metodologia de pesquisa no ensino da Matemática, na Educação de Jovens e Adultos.

Apresentaremos os procedimentos e resultados de tal pesquisa, na qual foram entrevistados quatro professores de escolas públicas do município de Santo André (São Paulo, BR), que lecionam Matemática no 1º período do ensino médio na modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA). Os entrevistados expõem suas dificuldades de ensino da Matemática e apontam potencialidades de suas práticas docentes. Os depoimentos foram analisados, através da HP, com o objetivo de compreender qual é a ideologia perceptível nos discursos dos professores de matemática da EJA.

Neste texto sintetizamos os aspectos principais da HP e das adaptações propostas para a pesquisa relatada. Também apresentamos, brevemente, a Educação de Jovens e Adultos nas escolas públicas brasileiras, contexto no qual se desenvolveu a pesquisa citada. Em seguida, trazemos os procedimentos e resultados encontrados pelo pesquisador, bem como a suas interpretações. Para concluir, discutimos as potencialidades desta metodologia em pesquisas em Educação Matemática, que objetivam identificar a ideologia nas formas simbólicas analisadas.

2. A Hermenêutica de Profundidade (HP)

Para J. B. Thompson, sociólogo norte americano radicado na Inglaterra, a cultura moderna se caracteriza pelo fato de que as mensagens circulam, predominantemente, em meios de comunicação de massas. Thompson criou, na década de 1990, a HP como um conjunto de análises para formas simbólicas, de acordo com a Teoria Crítica. Formas simbólicas são palavras, expressões, imagens, textos ou ações, que expressam mensagens que façam sentido em um contexto específico. Nos meios de comunicação de massa, tais mensagens não se dirigem a públicos específicos; são formatadas de acordo com o suporte material próprio do meio de comunicação em questão (TV, rádio, meios impressos, internet, etc.) e pressupõe-se que haja ruptura no tempo e no espaço, entre o emissor e o receptor da mensagem. O enfoque da Teoria Crítica identifica-se, de acordo com Thompson (2000), com a análise da ideologia expressa nas mensagens.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Como uma primeira observação, esclarecemos que, até o momento, nas pesquisas em Educação Matemática que aplicaram a HP, as formas simbólicas analisadas foram: programas curriculares, entrevistas, materiais didáticos, livros para professores ou documentos oficiais. Enfim, tiveram como fontes discursos que foram produzidos para um público específico e, em alguns casos, o produtor do discurso estava interagindo com o receptor, ou seja, não se pode considerar tais fontes como mensagens em meios de comunicação de massa. O mesmo ocorreu em Garcia (2015), pois suas fontes foram entrevistas, nas quais o entrevistador (receptor da mensagem) estava frente a frente com o depoente (produtor da mensagem). Assim, neste primeiro ponto, temos uma adaptação da HP de Thompson (2000) para a sua aplicação na Educação Matemática: a metodologia foi aplicada, apesar das formas simbólicas não terem circulado por meios de comunicação de massas. Tal adaptação não representou nenhum prejuízo às pesquisas já realizadas, pois foram considerados os contextos de produção e de recepção, e não o de circulação da mensagem.

Uma segunda observação diz respeito à ideologia. Thompson reconhece que há muitas definições para o termo e apresenta sua própria definição, que de acordo com Cardoso (2009), significa:

> o modo pelo qual o significado de uma forma simbólica é usado para sustentar uma relação de dominação. A ideologia não é propriamente inerente a uma forma simbólica estática. Ela é um efeito que surge no uso da forma simbólica num contexto específico. (CARDOSO, 2009, p. 26)

A HP foi aplicada por Garcia (2015) para interpretar a ideologia nas formas simbólicas analisadas. Pesquisas relacionadas à EJA são, frequentemente, marcadas por vieses ideológicos, pois a sociedade, a comunidade acadêmica, a comunidade escolar (professores e alunos) e a política de gestão escolar produzem discursos altamente contraditórios, sob todos os aspectos: a finalidade da educação, os métodos de ensino, a avaliação dos resultados, etc. Além disso:

> A comunicação de massa se tornou um fator principal de transmissão da ideologia nas sociedades modernas, mas ela não é, de modo algum, o único meio. É importante acentuar que a ideologia – entendida de forma ampla como sentido a serviço do poder – opera numa variedade de contextos da vida cotidiana, desde as conversações cotidianas entre amigos até as declarações ministeriais no espaço nobre da televisão (THOMPSON, 2000, pg. 31).

ISBN 978-84-945722-3-4

Um terceiro ponto diz respeito ao esquema da HP. Ela é iniciada pela “hermenêutica do cotidiano”, na qual se interpreta a forma simbólica no nível mais superficial, sem ter nenhuma preocupação com análises críticas. Este nível já oferece uma primeira interpretação ao pesquisador, na qual são identificados tanto os problemas mais aparentes, quanto as primeiras conjecturas para a solução desses problemas. Em sequência, aprofunda-se o olhar sobre a questão/ problema: inicia-se a “hermenêutica de profundidade” (HP), que pressupõe três dimensões: a análise sócio histórica, análise formal ou discursiva e a interpretação / reinterpretação. Não se tratam de etapas ou fases, pois estas análises podem ser feitas de forma paralela, de forma independente ou conjugada.

A análise sócio histórica “tem como objetivo reconstruir as condições sociais e históricas de produção, circulação e recepção das formas simbólicas, evidenciando as relações de dominação que caracterizam o contexto” (CARDOSO, 2009, p. 29). Identifica-se e descreve-se as relações espaço-temporais nas quais as formas simbólicas são produzidas, circulam e/ou são recebidas.

A análise formal ou discursiva foca no significado mobilizado na estrutura interna da forma simbólica. Thompson (2000) apresenta várias opções para a análise formal, como a análise semiótica, análise sintática, análise de conteúdo ou análise argumentativa, por exemplo. Em Garcia (2015) foi realizada uma análise argumentativa que, de acordo com Cardoso (2009), trata-se de:

> identificar as cadeias de raciocínio que levam um tema a outro. Mapear as afirmações de um discurso em termos de operadores “quase-lógicos”: implicações, contradições, pressupostos, exclusões, etc.” (CARDOSO, 2009, p. 30).

Para Thompson (2000), a análise argumentativa é apropriada para discursos com vieses políticos, nos quais são usadas várias estratégias de argumentação para convencer os outros de alguma coisa. Daí considerarmos a análise argumentativa a mais adequada à pesquisa de Garcia (2015).

Na interpretação/ reinterpretação, o analista constrói seus significados, desvelando a ideologia nas formas simbólicas empregadas. A interpretação sintetiza as análises anteriores. Garcia (2015) afirma que:

> Segundo o autor [Thompson], a análise formal não pode abolir a necessidade de uma construção criativa do significado, isto é, de uma explicação interpretativa do que é dito. Mas o processo de interpretação vai além dos métodos da análise sócio

ISBN 978-84-945722-3-4

> histórica e da análise discursiva, as formas simbólicas representam algo, dizem alguma coisa sobre algo, o processo de interpretação, mediado pelos métodos do enfoque HP, é simultaneamente um processo de reinterpretação. (GARCIA, 2015, p. 43)

3. A Educação de Jovens e Adultos no Brasil

De acordo com Coelho e Menegon (2009), a educação de adultos foi iniciada, no Brasil, no período imperial (1822 – 1889), em aulas noturnas, de forma caritativa em instituições religiosas e dependendo da solidariedade de voluntários. Desde o início, a educação de adultos é rotulada como ação assistencial e filantrópica, e não um dever do Estado. Ao longo do século XIX e até meados do século XX, algumas poucas iniciativas foram implantadas de forma intermitente, esporádica e sem muito alcance no país. A partir da década de 1940 começam a surgir programas educacionais específicos para a alfabetização de adultos, entretanto havia a ideia de que alfabetizar adultos era mais fácil que lidar com crianças, assim, qualquer pessoa alfabetizada poderia ser um professor voluntário. Somente nas décadas de 1950 e 1960, com os estudos de Paulo Freire, mudou-se a visão pedagógica para ensinar adultos.

> A pedagogia de Freire (2002, 2004) chamava a atenção de que o desenvolvimento educativo deve acontecer "com" elas e não "para" elas, portanto a educação deve ser contextualizada às necessidades essenciais das pessoas educadas. Paulo Freire quebra o estigma de que pessoas analfabetas são ignorantes e imaturas e, além do analfabetismo, o que mais preocupava eram as condições de miséria em que viviam as pessoas analfabetas (GARCIA, 2015, p. 57-58).

No regime militar (1964 – 1984), dadas as conotações políticas antidemocráticas desse período, há uma suspensão da proposta de Freire. A democratização, ocorrida a partir de 1985, a Constituição Brasileira de 1988 e ainda vigente garantiu a educação para todos e o fim do analfabetismo como um dever do Estado. Mas ideias de Paulo Freire só foram retomadas após 1990, em alguns projetos educacionais, fundamentando as propostas curriculares para EJA do governo federal e de alguns governos estaduais e municipais.

Apesar destas propostas, até o momento, o Brasil tem ainda uma grande parcela da população analfabeta. Os vários movimentos, projetos e ações engendrados pelos governos ou por organizações não governamentais não conseguiram cumprir as metas de erradicação do analfabetismo, nem ampliar a oferta de educação para os adultos. Além das vagas ofertadas

ISBN 978-84-945722-3-4

não serem suficientes para atender à demanda, percebe-se que a formação docente para este público não é adequada e que os métodos de ensino não são eficientes.

Atualmente, o jovem, a partir de 17 anos, pode ser matriculado na rede escolar pública na modalidade EJA. Esta escolaridade tem duração de metade do tempo escolar regular, isto é, no ensino regular o período letivo dura 200 dias e na EJA dura 100 dias. Assim, é possível cumprir o ensino médio em um ano e meio. As escolas públicas de EJA são responsabilidade de estados e municípios e percebe-se, atualmente, que apesar da demanda por escolas que atendam a adultos manter-se alta, os governos têm diminuindo o nº de vagas nas redes escolares. Ou seja, a EJA ainda é não é considerada prioridade pelos governos estaduais e municipais brasileiros.

4. A pesquisa realizada

Garcia (2015) realizou sua pesquisa entrevistando quatro professores de Matemática do 1º período letivo do ensino médio, que atuam na EJA, em escolas estaduais, no município de Santo André (SP – BR). Sua pesquisa intencionou compreender qual ideologia pode ser identificada nestes discursos, quanto aos entraves e potencialidades para o ensino. Também procurou informações a respeito do contexto sócio histórico da EJA no Brasil, constituindo a análise sócio histórica. Uma síntese de sua análise sócio histórica foi apresentada no item 3 deste texto.

As entrevistas foram gravadas, transcritas e editadas para uma linguagem menos informal. Após isso, foram devolvidas aos depoentes e autorizadas para a análise e publicação. Na análise argumentativa, Garcia (2015) identificou as ideias principais dos depoentes e os argumentos que sustentam suas ideias. O autor realizou uma leitura dos depoimentos procurando pelas falas que indicassem as dificuldades e as potencialidades do ensino da matemática. Posteriormente estas falas foram agrupadas pela semelhança da argumentação apresentada pelos entrevistados, estabelecendo-se cadeias de raciocínios que sustentam os entraves e as potencialidades identificados.

Paralelamente, realizou sua pesquisa bibliográfica tomando, como referência teórica, os autores Fonseca (2002), Freire (2002) e Freire (2004), e os documentos oficiais, produzidos pelo governo federal: Brasil (1999) e Brasil (2000). Com a sua análise argumentativa dos depoimentos (dimensão formal), a análise do contexto (dimensão sócio histórica) e suas

ISBN 978-84-945722-3-4

referências teóricas, Garcia (2015) pode empreender suas interpretações acerca da ideologia nos discursos dos professores.

Sintetizando suas interpretações, Garcia (2015) constatou que seus entrevistados percebem que lecionar na EJA demanda diferenças de atitudes dos professores e adaptações dos métodos de ensino. Porém, os professores não conseguem realizar tais adaptações, seja pela falta de preparo, falta de material didático adequado ou falta de compreensão dos objetivos educacionais. Os entrevistados elaboram seus planos de aula, com base em programas curriculares defasados, copiados do programa do ensino regular, sem as adaptações necessárias. Assim, sentem-se sufocados com o excesso de conteúdo do programa, impossível de ser cumprido em metade do tempo. Colocam como objetivo educacional fazer o aluno passar no “vestibular”, embora considerem seus alunos inaptos para esta isso. Ainda, responsabilizam seus alunos pelo fracasso escolar, uma vez que os alunos “não têm tempo para estudar”.

Os professores entrevistados apontam a heterogeneidade da sala (com alunos de 17 a 70 anos) como um fator de dificuldade no seu cotidiano. Os alunos mais jovens lembram melhor dos conteúdos aprendidos em anos anteriores, porém mostram menos comprometimento com sua aprendizagem. Os alunos mais idosos, por sua vez, apresentam características contrárias em tudo: são mais comprometidos e responsáveis, embora tenham mais dificuldade para lembrar de conteúdos já aprendidos.

Outro fator de dificuldade é a falta de uma proposta curricular e de um material didático específico para a EJA. Os professores usam o mesmo material didático e mesma proposta curricular do ensino regular. Não fazem adaptações em suas abordagens didáticas, pois não se sentem autorizados a isso. Imaginam que o “currículo escolar” proposto (composto por uma lista de conteúdos conceituais) não pode ser modificado, pois consideram tais conteúdos encadeados como uma corrente: ao mudar-se um elo desta corrente, ela se desfaz e não se consegue chegar ao final do programa. Tal concepção antiquada de currículo é muito comum nos professores mais antigos, com mais tempo de experiência e mais acomodados ao material tradicional. Um único entrevistado apresentou uma posição diferente quanto a esta dificuldade, afirmando que todos os conteúdos deveriam ser apresentados aos alunos, porém de forma adaptada, com exemplos mais próximos da realidade do aluno e em situações

ISBN 978-84-945722-3-4

cotidianas que ele se reconheça. Este entrevistado tinha apenas dois anos de experiência docente e seis meses na EJA, na época.

Por fim, os entrevistados apontaram como um aspecto positivo no trabalho com a EJA, o interesse que o aluno demonstra em aprender. No geral, os professores consideram seus alunos muito esforçados, embora tenham mais dificuldade em aprender (dadas as condições sócio econômicas) que os alunos do ensino regular. Por isso mesmo, os professores têm muita satisfação de destacar os alunos que conseguiram superar os obstáculos, formaram-se, passaram em um concurso ou obtiveram uma promoção na carreira.

5. Conclusões

Garcia (2015) concluiu, a partir da interpretação dos depoimentos gravados e dos seus estudos sócio históricos, que a EJA continua a ser vista como ação assistencial, filantrópica e voluntária, indicando a ideologia elitista vigente, mesmo após tantos estudos e tantas mudanças na sociedade. Os professores entrevistados não percebem sua prática docente como uma tarefa que requer técnicas, abordagens e práticas específicas e adaptadas. Também não se sentem autorizados a elaborar um plano de aula apropriado, adaptar o material didático e o programa curricular do período letivo para a EJA, considerando as especificidades de seu público (com classes heterogenias e pessoas que não têm tempo extra sala para as atividades escolares). As análises de Garcia (2015) indicam a continuidade da ideologia vigente desde os séculos passados, de considerar a EJA não como uma responsabilidade do estado, mas como ação assistencial.

Com o relato desta pesquisa pudemos mostrar uma aplicação bastante interessante da HP em pesquisas de Educação Matemática na EJA. Sob a esquematização da HP foi possível desvendar a ideologia de discursos que são muito comuns, que permeiam o ensino tradicional nas escolas brasileiras. Assim, dada as adaptações necessárias, a HP foi considerada uma metodologia com alto potencial para as pesquisas que são relacionadas à EJA.

6. Bibliografia

BRASIL, MEC, SEMTEC (1999) *Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio).* Brasília: Ministério da Educação.

ISBN 978-84-945722-3-4

BRASIL, MEC, CNE. (2000). *Diretrizes Curriculares para a Educação de Jovens e Adultos. Parecer CNE/CEB 11/2000.* Brasília: Ministério da Educação.

CARDOSO, V. C. (2009). *A cigarra e a formiga: Uma reflexão sobre a educação matemática Brasileira da primeira década do século XXI.* Tese (Doutorado em Educação). Campinas: Unicamp.

COELHO C. R. C.; MENEGON R. C. G. (2009). *Curso de curta duração on-line: alfabetização de Jovens e Adultos - UNISA, EAD.* http://www.unisa.br/CURSOS/Pos-Graduacao/A-Distancia/. Consultado 8/08/2014.

FONSECA, M. C. F. R. (2002). *Educação Matemática de Jovens e Adultos: especificidades, desafios e contribuições.* Belo Horizonte: Autêntica.

FREIRE, P. (2002). *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à pratica educativa*. São Paulo: Paz e Terra.

FREIRE, P. (2004). *Pedagogia do oprimido.* Rio de Janeiro: Paz e Terra.

GARCIA, J. S. (2015). *Educação de Jovens e Adultos: possibilidades de ensino de matemática em turmas de EJA do Ensino Médio público de Santo André, SP*. Dissertação (Mestrado, em Ensino, História e Filosofia de Ciências e Matemática). Santo André: UFABC.

THOMPSON, J. B. (2000). *Ideologia e Cultura Moderna: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa.* Petrópolis: Vozes.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-343

PRESSSUPOSTOS DE UMA FORMAÇÃO CONTINUADA COLABORATIVA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA PARA O USO REFLEXIVO DOS RECURSOS DA WEB 2.0

Claudio Zarate Sanavria – Maria Raquel Miotto Morelatti
claudio.sanavria@ifms.edu.br – mraquel@fct.unesp.br
Instituto Federal de Mato Grosso do Sul (IFMS) – Universidade Estadual Paulista (UNESP) - Brasil

Núcleo temático: IV Formación del profesorado en Matemáticas
Modalidade: CB
Nível educativo: 5. Formación y actualización docente
Palavras chave: Formação de Professores de Matemática, Grupos Colaborativos, Prática Reflexiva, Web 2.0

Resumo

O presente trabalho apresenta parte das análises de uma pesquisa de doutorado que teve como objetivo geral investigar como uma formação continuada com enfoque colaborativo poderia contribuir para que professores de Matemática conhecessem e fizessem uso reflexivo dos recursos da Web 2.0 na prática pedagógica. Com uma abordagem qualitativa de natureza descritivo-explicativa e com caráter interventivo, elaboramos e desenvolvemos – com um grupo de professores de Matemática do município de Nova Andradina, Brasil – um processo formativo firmado na colaboração e cujas etapas consistiram em momentos de estudos conceituais, definição/escolha, exploração e aprendizagem operacional das ferramentas da Web 2.0, análise de possibilidades de uso pedagógico para o trabalho com conceitos matemáticos, elaboração e vivência de atividades com as ferramentas e, principalmente, socialização das experiências vividas. Todas essas etapas foram concebidas em um ambiente de colaboração, tendo o compartilhamento como principal elemento norteador das etapas elaboradas e cuja realização se repetiu para cada uma das ferramentas definidas pelo próprio grupo para exploração e análise, em um processo que denominamos como ciclo formativo. Neste artigo, traremos uma análise das características do processo formativo identificando pressupostos e elementos que contribuíram para o uso reflexivo dos recursos da Web 2.0 por professores de Matemática.

1. Introdução

A formação de professores é uma das áreas mais sensíveis às mudanças que ocorrem no setor educativo (Nóvoa, 1999) e, por essa razão, faz-se necessária sua compreensão enquanto elemento de transformação da própria Educação. Se analisarmos todo o percurso da formação docente, veremos que as discussões específicas e consequentes experiências de formação

ISBN 978-84-945722-3-4

continuada são historicamente recentes. Apesar do avanço no conhecimento teórico e na prática da formação continuada do professor apontado por Imbernón (2010), quando reportamo-nos à História, a preocupação com a formação inicial mostra-se muito mais antiga. A necessidade de se estabelecer um novo olhar sobre a educação, a formação e o papel de professores e alunos denota uma demanda de novos modelos de práticas de formação. É preciso romper com o modelo aplicativo-transmissivo no qual são procuradas soluções para os problemas dos professores ao invés de proposta uma prática mais reflexiva.

Nesse contexto, entendemos a formação continuada de professores como um processo de constante reflexão do professor sobre sua prática, no qual é possível (re)elaborar – individual ou coletivamente – conhecimentos que atendam a novas demandas que continuamente surgem no contexto escolar, além da possibilidade de identificação de possíveis e prováveis lacunas da sua formação inicial.

Em se tratando do advento das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) no contexto escolar, Coll, Mauri & Onrubia (2010) afirmam que tal incorporação ainda encontra mais dificuldades do que o inicialmente previsto e geralmente mostra-se muito abaixo do potencial transformador e inovador que normalmente é atribuído ao uso das tecnologias. Nesse contexto, este artigo apresenta parte das análises de uma pesquisa de doutorado que teve como objetivo geral investigar como uma formação continuada com enfoque colaborativo poderia contribuir para que professores de Matemática conhecessem e fizessem uso reflexivo dos recursos da Web 2.0 na prática pedagógica. Assim, elaboramos e desenvolvemos – com um grupo de professores de Matemática do município de Nova Andradina, Brasil – um processo formativo firmado na colaboração e cujas etapas consistiram em momentos de estudos conceituais, definição/escolha, exploração e aprendizagem operacional das ferramentas da Web 2.0, análise de possibilidades de uso pedagógico para o trabalho com conceitos matemáticos, elaboração e vivência de atividades com as ferramentas e, principalmente, socialização das experiências vividas. Neste artigo, traremos uma análise das características do processo formativo identificando e analisando seus pressupostos.

2. Colaboração e grupos colaborativos

Definimos a colaboração como o processo no qual um grupo de profissionais atua voluntariamente em prol de objetivos educacionais comuns, participando ativamente de todo

ISBN 978-84-945722-3-4

o processo de tomada de decisão, execução de tarefas e avaliação de resultados e compartilhando recursos, ideias e experiências, em uma relação onde inexiste a hierarquia e prevalece o bem coletivo. Fiorentini (2010) descreve como aspectos característicos e constitutivos do trabalho colaborativo: voluntariedade, identidade e espontaneidade; liderança compartilhada ou corresponsabilidade; apoio e respeito mútuo.

Quando nos referimos ao trabalho colaborativo entendemos, assim como Hall & Wallace (1993), que um trabalho conjunto deve ser desenvolvido para atingir objetivos conjuntos e implica um modo de trabalhar de duas ou mais pessoas, compartilhando recursos, para alcançar propósitos específicos durante um período de tempo determinado.

Ferreira (2003) também destaca que, na colaboração, os indivíduos participam da maioria das decisões, escolhendo a meta, definindo as estratégias, as tarefas e avaliando os resultados. Envolve um significativo grau de parceria voluntária, característica que a distingue de um relacionamento de dominação e submissão. Assim, a colaboração pode se configurar em um rico contexto de aprendizagem para o professor que dela faz uso, ampliando os seus conhecimentos quanto a si mesmo enquanto profissional, além de melhorar os processos de ensino e de aprendizagem. Também destacamos Fiorentini (2010) quando ele aponta que a opção por determinado grupo ou por querer constituir um grupo é influenciada pela identificação do professor com os demais integrantes e pela possibilidade de compartilhamento de problemas, experiências e objetivos comuns. Daí a importância da presença de pessoas dispostas a compartilhar espontaneamente algo de interesse comum, com olhares e entendimentos diferentes.

3. A pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida durante o ano de 2013 e envolveu 7 professores de Matemática da rede pública de ensino de Nova Andradina, Brasil. Definimos a pesquisa qualitativa como alternativa necessária para o desenvolvimento da pesquisa e entendemos sua natureza como descritivo-explicativa, dentro da classificação organizada por Gil (2010), mas também ressaltamos o seu caráter interventivo, uma vez que houve uma intenção de transformação da realidade pesquisada, ou seja, não nos limitamos a descrever e explicar uma realidade.

A partir do delineamento estabelecido, o processo de coleta e análise de dados foi dividido nas seguintes etapas: 1) Contato inicial com os professores para participação na pesquisa; 2)

ISBN 978-84-945722-3-4

Análise preliminar do perfil, percepções e expectativas dos professores com relação aos recursos da Web 2.0 antes da formação; 3) Realização do processo formativo; 4) Contato com os professores após o término da formação.

Para as etapas 1) e 2) tivemos como instrumento a entrevista e o questionário. Para o acompanhamento das interações e compartilhamentos entre os integrantes do grupo fizemos uso da observação. Na etapa 4), voltamos a fazer uso da entrevista semiestruturada.

4. O processo formativo e seus pressupostos

A formação iniciou-se por meio de um momento que ofereceu aos professores o contato com ideias e conceitos acerca da Web 2.0 e um panorama geral das ferramentas existentes, discussões sobre o atual contexto de uso das tecnologias e leitura de material que sistematizasse relatos de experiências de uso de tais recursos no contexto da Matemática. Realizados os estudos conceituais iniciais, o processo formativo encaminhou-se para o que denominamos "Ciclo Formativo", organizado de modo que cada "volta" implicasse um conjunto de atividades que se repetissem para toda e qualquer ferramenta Web 2.0 trabalhada até o momento em que não fossem mais definidos novos recursos, o que "finalizaria" a formação. O "Ciclo Formativo" constituiu-se de cinco atividades que se repetiram de acordo com o estudo das ferramentas, sendo tais atividades: 1) Escolha do recurso; 2) Exploração técnica; 3) Discussão das possibilidades; 4) Elaboração e uso do recurso; 5) Socialização das experiências.

Além dos encontros presenciais, buscamos também incentivar interações por meio de listas de discussão criadas especificamente para a formação, assim como o uso de ambientes virtuais de aprendizagem e redes sociais. Ao término dos ciclos, realizamos uma reunião de fechamento, na qual os integrantes do grupo foram incentivados a avaliar criticamente o processo vivido.

O processo analítico que estabelecemos realizou-se sob a perspectiva de cada uma das etapas do processo formativo realizado. Assim, analisamos a colaboração em cada uma das etapas ocorridas nos ciclos formativos buscando evidenciá-la como elemento determinante para o professor transformar suas próprias práticas.

Buscamos organizar uma ação formativa que de fato motivasse um processo reflexivo coletivo a partir do contato com novas possibilidades pedagógicas em termos de recursos

ISBN 978-84-945722-3-4

tecnológicos. Assim, trazemos como primeiro pressuposto a ideia de que *é necessário que se criem condições para que o professor explore os recursos da Web 2.0 e reflita sobre suas próprias teorias, percepções e crenças a respeito das tecnologias e do uso destas no processo de construção de conceitos matemáticos*. Acreditamos que tal exploração deve ocorrer dentro do ciclo realidade-reflexão-ação-realidade definido por D'Ambrosio (1986), no qual o indivíduo reflete sobre a realidade, problematiza a realidade, planeja e implementa uma ação e reflete sobre a consequência de sua ação sobre a realidade, inevitavelmente modificada pela sua ação. Também defendemos o caráter crescente apontado pela espiral da aprendizagem de Valente (2005), pensando em um processo no qual a aprendizagem sempre leva à construção de conhecimentos que se utilizam de conhecimentos anteriores, complementando-os e (re)significando-os.

O primeiro pressuposto mostrou-se mais evidente no ciclo formativo, nas fases de exploração técnica, discussão das possibilidades, elaboração/uso e socialização das experiências. A própria organização como um ciclo já foi pensada de modo a favorecer um processo de ir-e-vir à sua realidade, compreendendo-a, buscando alternativas para transformá-la e analisando o quanto disso foi alcançado, ao mesmo tempo em que oferece ao professor a possibilidade de olhar para sua própria prática com as tecnologias, entendendo-a como em constante aperfeiçoamento e, principalmente, como instrumento de transformação do seu espaço de atuação. Assim, preconizamos a importância do atendimento desse pressuposto como garantia de um processo formativo que ouvisse o professor, visse a sua realidade e, de fato, contribuísse para substanciais mudanças quanto ao uso reflexivo das tecnologias.

Buscamos Schön (2000) quando definimos o segundo pressuposto para a formação, no qual consideramos *a organização de um espaço onde ocorresse uma dinâmica de reflexão-na-ação e reflexão-sobre-a-ação e reflexão-sobre-a-reflexão-na-ação*. Tal análise pode ocorrer no momento da ação ou após sua execução. Assim, partimos da premissa de que o espaço da reflexão não se limita a uma formação ou apenas à sala de aula e entendemos a complexidade em desencadear esse processo. Tal pressuposto evidenciou-se em todas as etapas do processo e defendemos que não há como pensar o contrário, já que o principal objetivo almejado pelo processo formativo aqui executado foi o desencadear do uso reflexivo dos recursos da Web 2.0 pelos professores de Matemática. Pudemos aferir que o pressuposto estabelecido permitiu

ISBN 978-84-945722-3-4

a condução de um processo que buscasse sempre favorecer um olhar diferenciado sobre as próprias práticas.

O terceiro pressuposto estabelecido tem como base as ideias de Imbernón (2010) de que *a busca coletiva de alternativas para superar as dificuldades – assim como o compartilhamento dos sucessos e fracassos – contribuem para uma melhor compreensão das necessidades de uso das tecnologias na educação*. Complementamos com Valadares (2006), quando defende um olhar para a construção de estratégias coletivas de trabalho, pois elas permitem visualizar dimensões formadoras que respondam aos problemas ou situações colocados pelos próprios atores sociais. Esse pressuposto também mostrou-se mais evidente durante os ciclos, nas fases de discussão das possibilidades, elaboração/uso e socialização das experiências. Assim como Hargreaves (2003), defendemos a colaboração e a colegialidade como elementos fundamentais para a mudança educacional e o trabalho em grupo ocorrido mostrou-se profícuo para que os professores entendessem o coletivo como uma possibilidade de crescimento individual, uma possibilidade de transformar, conjuntamente, as suas práticas. Mesmo participando de um grupo, o professor teve a sua individualidade respeitada, ao mesmo tempo em que viu-se em um ambiente que favoreceu a busca coletiva de alternativas e o compartilhamento como possibilidades de crescimento.

No quarto pressuposto retomamos as ideias de Arcavi & Schoenfeld (2006) de que *um aspecto fundamental da aprendizagem e do desenvolvimento é a mudança que "[...] deve incluir, por exemplo, a adoção de novos instrumentos para examinar (ou se reexaminar) as próprias práticas"* (p. 93). Segundo os autores, o uso de novos instrumentos com vistas à reflexão pode permitir uma conscientização e consequente explicitação de determinantes subjacentes ao que se pensa, se planeja e se faz. Assim, mesmo que não haja mudança efetiva nas práticas, a aderência a práticas antigas se daria de modo mais consciente e fundamentado. As fases estabelecidas para o ciclo formativo também priorizaram o atendimento desse pressuposto. Quando demos liberdade aos professores para definirem com quais ferramentas gostariam de trabalhar, priorizamos o atendimento das reais necessidades do professor e uma aproximação com a sua realidade de atuação.

A partir de Miskulin (2003) temos o quinto pressuposto, preconizando *a necessidade de se "[...] refletir sobre uma nova dimensão no processo da formação docente, que concebe o 'aprender fazendo', ou seja, que concebe a ação educativa como um processo de construção,*

ISBN 978-84-945722-3-4

no qual os futuros professores serão aprendizes e construtores de sua própria formação" (p. 5-6). Esse pressuposto se evidenciou em todas as etapas do processo formativo e relaciona-se diretamente com o pressuposto anterior. Quando D'Ambrosio (1993) defende a necessidade de compreender a Matemática como uma disciplina de investigação, prioriza a formação do professor para o desenvolvimento de competências que permitam ao docente criar situações desafiadoras e exploratórias aos alunos. Assim, entendemos que, para que o professor desenvolvesse tais competências, era necessário que ele vivenciasse também, como "aluno", tais desafios e explorações.

Esse desencadear de novas formas de ensinar e aprender no seu próprio espaço mostrou-se, ao nosso ver, como uma evidência do pressuposto estabelecido e de sua grande contribuição para o rompimento com os tradicionais, pontuais e prescritivos modelos de formação continuada para o uso das tecnologias aos quais estávamos acostumados e que ainda perduram nas políticas de formação docente.

Por fim, trazemos as ideias de D'Ambrosio (1993) e Fiorentini (2010) para defendermos o pressuposto de que *o professor de Matemática deve possuir um olhar diferenciado em termos de formação, considerando que o mesmo se caracteriza como isolado, transmissor de conteúdos e cujas práticas são difíceis de mudar*. Assim como o quinto pressuposto, o sexto e último evidenciou-se em todas as etapas do processo formativo, compreendendo a necessidade do professor de Matemática ir além do domínio do conteúdo, desempenhando, de fato, o papel de educador matemático, fomentando a crítica, o questionamento permanente, a autodeterminação e a independência dos modos de atuar e de pensar tudo por meio da Matemática.

5. Considerações Finais

O estabelecimento dos pressupostos aqui descritos foi primordial para que conseguíssemos delinear uma ação formativa coerente com as nossas convicções sobre a formação continuada para o uso reflexivo das tecnologias da Web 2.0. Dessa maneira, construímos uma proposta que buscou, principalmente, criar condições para que o professor assumisse o protagonismo da sua formação e, no decorrer do processo formativo, tivesse a prática reflexiva como resultado do trabalho em grupo.

ISBN 978-84-945722-3-4

Quando estabelecemos os pressupostos para o processo formativo, pensamos em um processo que, primeiramente, favorecesse ao professor de Matemática se expor diante de colegas de área, compartilhando experiências e, principalmente, angústias quanto ao uso das tecnologias. O grupo atendido pela pesquisa mostrou-se muito interessado em aprender a trabalhar com novos recursos. Isso constituiu-se em um importante fator na consolidação do grupo colaborativo e, sobretudo, no desenvolvimento de um olhar reflexivo com as tecnologias em sala de aula. D'Ambrosio (1993) defende uma formação que leve o professor a aprender novas ideias matemáticas de maneira alternativa e observamos que o processo favoreceu esse ambiente explorador e inovador. Sabemos que os resultados que obtivemos denotaram o início de uma caminhada, mas temos clareza das contribuições da formação para uma nova postura por parte dos professores.

Não queremos aqui afirmar que o processo formativo por nós idealizado e realizado possa ser apropriado e considerado somente por futuras iniciativas de formação de professores de Matemática. Apenas deixamos claro o nosso posicionamento de que um processo formativo deve levar em conta, e muito, as características inerentes à área de formação dos professores, suas especificidades quanto ao processo de ensino e aprendizagem, assim como as demandas que emanam do seu contexto. O nosso objetivo foi atender às demandas dos professores de Matemática e é por isso que temos essa área do conhecimento como eixo norteador das nossas ações.

Referências bibliográficas

Arcavi, A. & Schoenfeld, A. (2006). Usando o não-familiar para problematizar o familiar. En M. C. Borba (Ed.). *Tendências Internacionais em Formação de Professores de Matemática*. Belo Horizonte, Brasil: Autêntica.

Coll, C., Mauri, T. & Onrubia, J. (2010). A incorporação das tecnologias da informação e da comunicação na educação: do projeto técnico-pedagógico às práticas de uso. En C. Coll y C. Monereo (Eds.). *Psicologia da educação virtual: aprender e ensinar com as tecnologias da informação e da comunicação*. pp. 66-93. Porto Alegre, Brasil: Artmed.

D'Ambrosio, U. (1986). *Da realidade à ação: reflexões sobre a educação (e) Matemática* (5th ed). São Paulo, Brasil: Summus Editorial.

ISBN 978-84-945722-3-4

Ferreira, A. C. (2003). *Metacognição e desenvolvimento profissional de professores de matemática: uma experiência de trabalho colaborativo*. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil.

Fiorentini, D. (2010). Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? En M. C Borba y J. L. Araujo (Eds.). *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática* (3rd ed). pp. 49-78. Belo Horizonte, Brasil: Autêntica.

Gil, A. C. (2010). *Como elaborar projetos de pesquisa*. (5th ed). São Paulo, Brasil: Atlas.

Hall, V. y Wallace, M. (1993). Collaboration as a subversive activity: a professional response to externally imposed competition between schools? *School Organisation*, 13, 101-117.

Hargreaves, A. (2003). *Profesorado, cultura e postmodernidad: cambian los tempos, cambia el profesorado.* (4th ed.). Madrid: Ediciones Morata.

Imbernón, F. (2010). *Formação continuada de professores*. Porto Alegre, Brasil: Artmed.

Miskulin, R. G. S. (2003). As possibilidades didático-pedagógicas de ambientes computacionais na formação colaborativa de professores de matemática. En D. Fiorentini (Ed.). *Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com novos olhares.* pp. 217-248. Campinas: Mercado de Letras.

Nóvoa, A. (1999). *Profissão professor*. Porto/Portugal: Porto Editora.

Schön, D. A. (2000). *Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre, Brasil: Artes Médicas Sul.

Valente, J. A. (2005). *A espiral da espiral da aprendizagem: o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação.* (Tese de Livre Docência). Campinas, Brasil: Universidade Estadual de Campinas.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-347

OS CÁLCULOS UTILIZADOS NA ENFERMAGEM: UMA EXPLICAÇÃO COM O AUXÍLIO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Nelson Lage da Costa – Teresa Cristina de Carvalho Piva

nelsonlage@ig.com.br – teresa.piva@yahoo.com.br

Universidade Estácio de Sá – Universidade Veiga de Almeida - Brasil

Modalidade: CB

Nível Educativo: Superior

Tópico: VI

Palavras-Chaves: Matemática para Enfermeiros; Cálculo de Medicamentos; A Educação Matemática e a Enfermagem.

Resumo

Como o próprio título sugere, este trabalho tem como objetivo analisar as ferramentas matemáticas usadas nos Manuais de Enfermagem, que os alunos devem dominar para fazer os cálculos das dosagens dos medicamentos, gotejamento e microgotejamento de soro. Cálculos que dependem de algumas competências matemáticas que nem sempre são lembradas pelos alunos dos cursos de Enfermagem, perdidas durante a caminhada escolar. Do ponto de vista da aprendizagem, é importante que o professor tenha disponibilidade de abrir espaço na relação para escutar as dificuldades desses alunos. Neste estudo, que se transformou em um instrumento que visa a inserção dos recursos pedagógicos desenvolvidos pela Educação Matemática, os alunos tiveram oportunidade de falar e expor suas dificuldades e consequentemente alguns erros que foram cometidos. Entender a origem de cada erro e melhorar a interpretação dos problemas foi o que marcou esta pesquisa Após o desenvolvimento do projeto, "Uma explicação matemática para os cálculos utilizados na Enfermagem", passou a ser consenso entre todos os alunos e professores do Curso de Enfermagem a importância dos recursos através da Educação Matemática aplicados na prática da Enfermagem. Estas informações contribuíram para a melhoria da competência dos alunos na resolução de problemas, bem como na mudança de posturas dos professores.

1. Introdução

O cálculo da dosagem de um medicamento exige muita responsabilidade e conhecimento do profissional da área de Enfermagem. Normalmente, a quantidade de solução e o tempo de infusão dos medicamentos são prescritos pelos médicos. Mas, cabe aos enfermeiros aplicar

ISBN 978-84-945722-3-4

corretamente as fórmulas indicadas nos manuais, para determinar, por exemplo, a velocidade de gotejamento de um determinado soro, ou ainda a velocidade de microgotejamento de um medicamento.

Esta pesquisa é, na verdade uma análise nos Manuais de Enfermagem, onde verificou-se que as ferramentas matemáticas usuais que o profissional de enfermagem deve dominar para fazer os cálculos das dosagens dos medicamentos, bem como, do gotejamento e microgotejamento do soro, são basicamente a utilização da regra de três simples e para tanto é indispensável o entendimento claro da relação existente entre a quantidade do medicamento e o tempo destinado para sua administração.

Outro tópico muito importante é o preparo de soluções. É necessário que o profissional de enfermagem se torne apto a preparar soluções comumente usadas em hospitais, não só para desinfecção de ambientes e materiais, como também soluções medicamentosas e antissépticas destinadas aos mais diversos tratamentos.

A pesquisa aqui relatada teve motivação em aulas ministradas no Curso de Enfermagem, em disciplinas que envolvem os cálculos e, dentre vários motivos que incentivaram este trabalho, o motivo principal se ateve à comentários feitos pelos professores sobre as dificuldades dos alunos em "compreender a aplicação das fórmulas listadas nos Manuais de Enfermagem".

Sendo assim, o objetivo principal desta pesquisa passou a ser: como explicar aos profissionais de enfermagem, com auxílio dos recursos pedagógicos fruto das pesquisas em Educação Matemática, as fórmulas e os cálculos estequiométricos e matemáticos.

2. O que existe de matemática nos manuais de enfermagem?

Uma revisão bibliográfica foi feita e verificou-se que os manuais, além de escassos, muito pouco forneciam sobre as explicações ou fundamentação matemática e química aplicada nas fórmulas. Neste levantamento bibliográfico que ficou restrito a livros técnicos ligados ao Curso de Enfermagem, foi possível perceber que os mesmos não seguiam um padrão em relação aos assuntos abordados nos manuais no que se referia à publicação das fórmulas. Ou seja, as várias fórmulas usadas nos cálculos de enfermagem, foram encontradas "espalhadas" nesses manuais. Por exemplo: a) Nos trabalhos sobre a Administração de Medicamentos, foram encontradas as fórmulas relativas aos cálculos estequiométricos; b) Nos trabalhos de

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Introdução à Enfermagem, foram encontradas as formulações usadas nos cálculos de gotejamento, microgotejamento e índice de massa corpórea.

Desta forma, surge então o primeiro questionamento: quais foram os motivos pelos quais os autores consultados nunca procuraram fazer uma "*unificação*" de todas as fórmulas matemáticas necessárias às práticas usadas na Enfermagem, que estão espalhadas nos diversos manuais, sem uma organização didática?

No trabalho da professora Elvira de Felice Souza, intitulado – Administração de Medicamentos e Preparo de Soluções – editado em 1988, pela Editora Cultura Médica – RJ, foi percebido que o objetivo da autora estava totalmente voltado mais para explicar a parte química que o entendimento matemático. É claro que a professora não tem a pretensão de ensinar matemática e nem mesmo química. Afinal de contas, parte-se do princípio que os alunos e profissionais já possuam construções a respeito do assunto, oriundos tanto do Ensino Fundamental como do Ensino Médio.

Percebeu-se ainda que por vezes teve-se oportunidade para a aplicação de estudos interdisciplinares (Enfermagem – Matemática – Química) que foram deixados de lado, como por exemplo as relações matemáticas usadas para os cálculos. Ao enumerar os objetivos específicos do seu trabalho, a autora se propôs a definir e explicar a diferença das dispersões; a classificar as soluções e o seu preparo de acordo com o rigor da química, sempre utilizando princípios abordados pela química inorgânica ou físico-química, deixando de lado, os argumentos matemáticos que justificassem a aplicação das fórmulas; que no caso trata-se de uma regra de três simples e de proporcionalidade.

Em outro Manual de Administração de Medicamentos e Psicofarmacos, de autoria do professor Ricardo Chalita Hitti, datado de 1992 e publicado no Rio de Janeiro pela Editora Guanabara, o autor, antes de resolver os problemas, usou a seguinte expressão **"usaremos regra de três**" (grifo do pesquisador). O mais interessante é que também neste caso, o autor deixou de aplicar a proporcionalidade ou a razão entre os dados utilizados para os cálculos. Este autor, apesar de citar a regra de três, não constrói nenhum texto a respeito do assunto, fato esse que facilitaria muito o entendimento das fórmulas por ele apresentadas.

O livro Fundamentos de Enfermagem da autoria de Atkinson e Murray (1989) na página 419 e **somente nesta página**, dentro da abordagem feita sobre o cálculo e controle da velocidade de gotejamento de um determinado soro, os autores utilizaram uma versão mais detalhada da

ISBN 978-84-945722-3-4

fórmula, tecendo considerações mais aprofundadas sobre os procedimentos acerca das técnicas de enfermagem. É importante citar que para cada procedimento relatado, os autores tiveram o cuidado de dar uma explicação sobre os motivos que justificassem a técnica utilizada. Cabe ressaltar que, das literaturas consultadas, que não são muitas, este livro foi o único que apresentou uma formalística diferente no que se refere à apresentação das fórmulas. Na apresentação dos assuntos abordados, os autores mostram a relação entre as gotas da câmara de gotejamento e o tempo utilizado na administração do medicamento.

Outro trabalho que chamou muito a atenção foi o publicado em Goiânia pela Editora Cultura e Qualidade no ano de 2000, coordenado pela professora Idelmira Lopes de Lima – Manual do Técnico e Auxiliar de Enfermagem. Neste trabalho, as considerações matemáticas e químicas ficaram totalmente excluídas. Sem nenhuma abordagem teórica, as fórmulas foram listadas e aplicadas em problemas como "**regra simples**" (grifo do pesquisador), como se fossem "receitas de bolo", tanto para o cálculo da velocidade de gotejamento como para o microgotejamento. O aluno se limitará a repetir os modelos dados pelo autor e aplicar as fórmulas, e em nenhum momento o aluno foi questionado ou levado a pensar sobre as respostas a serem apresentadas, ou mesmo se serão coerentes e plausíveis com o questionamento formulado no enunciado do problema.

Um pensamento que se faz necessário é: Quem ensina a aplicar fórmulas, normalmente não explica a necessidade da utilização das mesmas e de como elas serão empregadas. Esta afirmação faz refletir sobre os métodos e as técnicas que foram empregadas nos manuais destinados a atender os profissionais de enfermagem. Foi este pensamento que levou esta pesquisa a registrar a atitude tomada pela Dra. Bianca Muniz. Ela disponibilizou um *site* com todas as fórmulas empregadas nos Manuais de Enfermagem, onde o profissional da área simplesmente alimenta as fórmulas do programa com as respectivas variáveis e obtém todos os cálculos prontos. O endereço de hospedagem do *site*, na época da pesquisa, era: *http://geocities.yahoo.com.br/arquivomedico* (atualmente o *site* está inativo). Muito prático e interessante, pois prevenia possíveis erros cometidos durante os cálculos, mas era simplesmente mais uma ferramenta mecanicista.

Outro *site* com aplicação de fórmulas prontas esteve durante dois anos, disponível no endereço: *http://ids-saude.uol.com.br/psf/enfermagem*. Neste endereço, o cálculo do índice de massa corpórea (IMC) era calculado automaticamente, bastando inserir como informação,

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

a altura e o peso do indivíduo. É importante ressaltar que também neste caso, deixou de ser explicada a relação existente entre as unidades de medidas utilizadas ou a origem da tabela de comparação de resultados que aponta se a pessoa está ou não acima do peso ideal. Vale lembrar que a relação é encontrada dividindo-se o peso do indivíduo em quilogramas, pelo quadrado da altura da pessoa em metros. O resultado encontrado é comparado a uma tabela que dispõe valores para ambos os sexos.

Finalizando, é importante enfatizar que é notório o temor que os estudantes da área de saúde possuem pela Matemática. É unânime entre eles o sentimento do fracasso e da incapacidade na resolução de problemas envolvendo a Matemática e a Estequiometria. No entanto, se for considerado o desenvolvimento cognitivo do aluno, é possível detectar esses problemas precocemente e buscar as soluções num curto espaço de tempo. Quem sabe, mudando o enfoque do ensino tradicional, buscando novos métodos e técnicas, inovando Práticas Pedagógicas com auxílio da Educação Matemática, com ideias atualizadas que venham a ajudar ao aluno a descobrir, construir e pensar, em vez de oferecer a ele "*tudo pronto*"?

3. De que maneira os alunos de enfermagem estão acostumados a resolverem os problemas de matemática?

Entre as abordagens deste estudo, alguns questionamentos tornaram-se importantes e ganharam volume durante a pesquisa. Se uma determinada maneira é utilizada para resolver um, dois ou mais problemas, então será válida para todos os problemas daquela classe? O aluno faz alguma previsão matemática dos resultados antes de tentar resolver o problema? Se houver erro, ele ocorreu por falta de recurso matemático?

De acordo com Polya (1995, p.41), sobre a primeira questão, "se for apresentada uma fórmula que funciona para um, dois, ou mais problemas, esta será aplicada indistintamente para qualquer outro". É possível ter como conclusão que o raciocínio usado pelos alunos de Enfermagem é nitidamente notado nos manuais utilizados; é um raciocínio do tipo inferencial indutivo, ou seja, a partir de exemplos particulares ocorre uma generalização, e este fato foi identificado em Lima (2000) e em Atkinson e Murray (1989).

Na literatura levantada, não há em momento algum uma ênfase ao caminho correto para a resolução de problemas (fórmula – incógnita – dados). Na verdade, um "plano" que os bons solucionadores de problemas geralmente admitem e que foi muito bem apresentado por

ISBN 978-84-945722-3-4

Polya, (1995): ler atentamente o problema; verificar quais são os dados fornecidos; verificar qual é a incógnita; listar a fórmula onde os dados e a incógnita aparecem; resolver o sistema de equações obtido; criticar o resultado encontrado.

Para o segundo questionamento, sobre os recursos matemáticos aplicados, percebeu-se que as ferramentas utilizadas pelos alunos são muito escassas. Cerca de 80% dos alunos dos cursos de enfermagem envolvidos nesta pesquisa acreditavam que não teriam necessidade de ter conhecimentos da Matemática para serem Enfermeiros. Esqueceram que em toda a sua trajetória do Ensino Fundamental tiveram em algum momento formas de cálculo que consistiam na aplicação da relação direta entre duas grandezas que é denominada "regra de três". Nos cálculos, em geral, algumas vezes essa relação não é utilizada de forma direta e sim inversa. Outras vezes, uma regra de três, apenas não é suficiente para a resolução do problema proposto. Estes não são capazes de observar nas fórmulas que são empregadas nos cálculos de Enfermagem, o emprego da regra de três e as perguntas que fazem referência às grandezas direta ou inversamente proporcionais. Essas ações provocam muita inquietação nas turmas de Enfermagem.

Considerando a proporcionalidade como um dos conceitos matemáticos mais presentes na vida cotidiana dos indivíduos é de se esperar que todas as pessoas passem por experiências que possibilitem o contato com algumas noções deste conceito ou, pelo menos, a constatação da aquisição de tais noções. Parece que isto não ocorreu com os alunos de enfermagem.

O ponto crucial da questão se situa na definição precisa de "*grandezas proporcionais*". Uma vez entendido com bastante clareza este conceito, todos os problemas relativos a regras de três e proporções se resolvem naturalmente sem haver necessidade de regras mnemônicas ou quaisquer outros artifícios. Acredita-se que definir grandezas proporcionais a partir de fórmulas prontas é adiantar o problema a ser solucionado. A fórmula será o resultado final. O mecanismo a ser utilizado não aparece no enunciado. No começo da relação é preciso identificar, por um critério simples, a proporcionalidade (direta para algumas grandezas, inversa para outras). A partir daí é que se pode garantir a validez da fórmula.

Imagina-se que são dois os pontos principais que precisam ser esclarecidos para os alunos do Curso de Enfermagem antes da apresentação das fórmulas que serão utilizadas por eles: a definição de uma grandeza proporcional e o significado de se fazer uma divisão em partes

ISBN 978-84-945722-3-4

proporcionais. Não se deve impor a solução dos problemas de proporcionalidade direta pela igualdade de duas razões.

O importante realmente é que, ao utilizar qualquer método, o aluno saiba o motivo de utilizá-lo. Vale muito para o aluno as revisões teóricas, que devem ser exaustivamente repetidas, até que todos se sintam bem atualizados e muito bem para resolverem os problemas propostos. Por este motivo, se orienta que em todos os cursos faz-se necessária uma rápida revisão dos seguintes tópicos, considerados perdidos durante a caminhada escolar dos alunos que chegam aos cursos de Enfermagem: grandeza; proporcionalidade direta; proporcionalidade inversa; tópicos exaustivamente explorados em pesquisas apresentadas em vários eventos envolvendo a Educação Matemática.

4. Os cálculos que devem ser ensinados no Curso de Enfermagem

Como já se citou no início deste trabalho, alguns conceitos e cálculos são necessários para a formação do profissional de Enfermagem. A saber: Cálculo de gotejamento; Cálculo de microgotejamento; Dosagem de insulina; Diluição de soluções; Concentração de soluções; e Índice de massa corpórea. No entanto, para esta pesquisa selecionou-se somente as abordagens feitas sobre gotejamento de soros.

Para calcular a velocidade de gotejamento de um determinado medicamento, todos os manuais indicam que deve ser considerar a seguinte relação:

$$\frac{VOLUME\ DO\ MEDICAMENTO\ (em\ ml)}{TEMPO\ (em\ \ horas) \times 3}$$

Perguntado a alguns profissionais de Enfermagem se eles sabiam por que aparece o número 3 (três) no denominador, as respostas foram as seguintes: *"... por que é da fórmula, está no livro..." "... se o manual diz que deve ser usado o número 3 no denominador, não sou eu quem vai tirar. Deve haver algum motivo para ele estar aí..."*

Tentou-se orientar o pensamento explicando que o motivo está bem diante dos olhos deles. Que existe uma relação entre as unidades de volume e de tempo. Este é o primeiro, de uma série de impasses encontrados pelos profissionais. Explicou-se que a justificativa é a seguinte: Cada mililitro de medicamento possui (em média) 20 gotas. E, como cada minuto possui 60 (sessenta) segundos, cria-se então a seguinte relação:

ISBN 978-84-945722-3-4

$$\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$$

É possível montar até mesmo uma *"tabelinha"* que possa mostrar essa proporção:

Gota	20	10	5	1
Tempo	**60**	**30**	**15**	***3***

Da forma que foi apresentado, todos perceberam o motivo do número 3 do denominador da fórmula de gotejamento, que não aparece em nenhum dos manuais de enfermagem consultados na pesquisa. Com esta explicação percebe-se que não há nada de novo, o que existe é uma manipulação das unidades de volume e de tempo envolvidas no cálculo e que este aspecto também não é apresentado nos manuais. Em relação à velocidade de gotejamento do soro, podem-se considerar dois fatores: o total de solução a administrar e o total de tempo. Para finalizar, é válido ressaltar que este material não esgota a complexidade da operacionalização do cuidado no nível da saúde, porém se constitui um ponto de partida para novas discussões.

5. Conclusão

Todos estão assistindo, nos últimos anos, a uma busca incessante das melhorias para o ensino no Brasil. Neste trabalho, a procura de novas soluções visou mostrar a necessidade de mudança do enfoque dado ao trato das fórmulas matemáticas que são aplicadas no Curso de Enfermagem e que estão registradas nos manuais usados nos cursos. De maneira alguma houve uma posição contrária ao que foi levantado na bibliografia, afinal de contas, os trabalhos já escritos merecem o devido respeito, pois foram elaborados por respeitáveis profissionais da área. No entanto, o desejo de fazer com que os alunos entendam de forma simplificada a todas essas formulações é que motivou ao desenvolvimento deste estudo. Atualmente é apontada como consenso a importância que têm as abordagens matemáticas sobre as fórmulas aplicadas na Enfermagem, para a melhoria da competência dos alunos, na resolução de problemas, bem como na mudança de posturas e de atitudes, tanto de professores dos Cursos de Enfermagem, quanto dos alunos, em relação à Matemática, seu ensino e sua aprendizagem. Sem dúvida, a orientação dos alunos para um novo olhar sobre a resolução de problemas, proposta por Polya, (1995) aliada às propostas de métodos e técnicas do ensino da matemática, pesquisados através da Educação Matemática, estão sendo para os futuros Enfermeiros, o porto seguro para a melhor formação. Pois as práticas de sala de aula

ISBN 978-84-945722-3-4

promovem a adoção de caminhos automatizados e automatizantes, em que as descobertas dos fatos pelos estudantes são muitas das vezes desprezadas. É claro que tais práticas podem estar, a priori, atreladas a uma forte deficiência no embasamento teórico, tanto no que diz respeito ao conhecimento como também às questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem, mas, com certeza, é antes de tudo uma questão de postura filosófica do professor, da academia e da sociedade.

Bibliografia:

Atkinson, L. D. e Murray, M. E. (1989). *Fundamentos de Enfermagem – Introdução ao Processo de Enfermagem.* 2. ed., São Paulo: Guanabara.

Hitti, R. C. (1992). *Manual de Administração de Medicamentos e Psicofarmacos*. 2. ed., Rio de Janeiro: Cultura Médica.

Lima, I. L. (2000). *Manual do Técnico e Auxiliar de Enfermagem*. 6., ed., Goiânia: Cultura e Qualidade.

Pólya, G. (1995). *A Arte de Resolver Problemas*. Rio de Janeiro: Interciência.

Souza, E. F. (1988). *Administração de Medicamentos e Preparo de Soluções*. 3. ed., Rio de Janeiro: Cultura Médica.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-348

LA BASE DE ORIENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. REFLEXIONES SOBRE LAS EVIDENCIAS DE SU USO EN EL PASO DE LA PRIMARIA A LA SECUNDARIA

Joana Villalonga Pons – Jordi Deulofeu Piquet
juanamaria.villalonga@e-campus.uab.cat–jordi.deulofeu@uab.cat
Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals
Universitat Autònoma de Barcelona (UAB)
Bellaterra, Cerdanyola del Vallès – Barcelona

Núcleo temático: II. La Resolución de Problemas en Matemáticas.
Modalidad: CB
Nivel educativo: Educación Primaria y Educación Secundaria
Palabras clave: Resolución de problemas, base de orientación, evaluación, gestión del aula

Resumen

Resolver problemas es una competencia fundamental dentro de la competencia matemática que debería ser adquirida por todos nuestros alumnos. Ante la dificultad observada que supone alcanzar dicha competencia, nos preguntamos cómo se podría mejorar la gestión de su adquisición. Con el proyecto de doctorado "La competencia matemática. Caracterización de actividades de aprendizaje y de evaluación en la resolución de problemas en la enseñanza obligatoria" se pretende profundizar en este aspecto analizando las consecuencias del uso de una base de orientación para la resolución de problemas matemáticos en el paso de la Educación Primaria a la Secundaria. Para ello reflexionaremos aquí sobre la base teórica de la resolución de problemas (RP), la construcción de una base de orientación (BO) para la resolución de problemas, y parte de los análisis realizados sobre las resoluciones de alumnos de 6º de Primaria y 1º de la ESO a tres problemas matemáticos utilizando la BO construida.

Resolución de Problemas

Como actividad humana, la resolución de problemas (RP) puede entenderse como un ejemplo de comportamiento dirigido a alcanzar objetivos específicos (Schoenfeld, 2007). Se trata de una actividad dinámica, no necesariamente lineal, que requiere la organización y activación de múltiples habilidades y estrategias (De Corte et al., 2000; Mason et al., 1982; Polya, 1945). Distintos son los estudios que manifiestan la dificultad en la gestión, adquisición y activación de ellas (De Corte et al., 2000; Schoenfeld, 1992). Estos estudios han mostrado como en el sí de la RP, no sólo se encuentra la posesión de conocimientos (conceptuales matemáticos, de recursos matemáticos o heurísticas de resolución), sino también disponer de cierta

ISBN 978-84-945722-3-4

competencia autorreguladora al tiempo que sentirse motivado ante el problema y capacitado para resolverlo (Schoenfeld, 2013). Esta capacidad de autorregulación, teniendo claro el objetivo(s) a lograr, como la influencia de las dimensiones afectivas como las creencias, actitudes y emociones, se sitúan como factores clave en el éxito de la RP (Schoenfeld, 1992, 2013).

Con la RP se ponen de manifiesto la mayoría de conocimientos y habilidades matemáticas. Ello explica que la RP sea considerada como el eje central de las matemáticas y una de las competencias fundamentales dentro la competencia matemática. Sin embargo la definición de problema matemático es difícil de conceptualizar. El término problema ha sido utilizado bajo múltiples concepciones, desde "ejercicios rutinarios" hasta "hacer matemáticas como profesional" (Schoenfeld, 1992), lo que ha complicado más aún su gestión en las aulas. Bajo las influencias de las referencias consultadas, entendemos por problema matemático un tipo de pregunta que requiere, por parte de quien lo resuelve, un proceso de investigación matemática cuyo proceso de resolución conlleva cierto descubrimiento que, a su vez, permite experimentar el gusto de solucionarlo. En otras palabras, definimos problema matemático como una cuestión desconocida, planteada a través de un conjunto de datos dentro de un contexto, para la que no se dispone de ninguna respuesta inmediata o de ningún proceso matemático rutinario prefijado de resolución, sino que, de manera contraria, invita a la indagación matemática, estimulando la curiosidad y la voluntad de trabajar en ella, promoviendo así una participación activa en el proceso de resolución que a su vez revela algo desconocido hasta el momento. Con ello entra en juego la reflexión, la toma de decisiones, el diseño de estrategias y la evaluación de la tarea desarrollada. De ello se desprenden tres hechos inmediatos. Por un lado, la necesaria distinción entre problema propiamente dicho, cuando, aún teniendo los conocimientos necesarios, se desconoce cómo resolver la tarea, y un ejercicio, cuando la tarea puede resolverse de manera automática o rutinaria. Por otro lado, que la noción de problema matemático no es absoluta, sino relativa a las capacidades y habilidades de la persona que se enfrenta al problema. Finalmente, dos finalidades fundamentales con la RP: una, como medio para aprender y utilizar conocimiento matemático de manera adecuada; la otra como fin en sí mismo, entendemos para aprender a pensar matemáticamente y actuar de manera consecuente.

Autorregulación y Base de Orientación

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Cierto es que los conocimientos son la base de todo comportamiento competente, sin embargo cómo uno organiza y accede a ellos no es de menor importancia (Schoenfeld, 2007). Al iniciar un proceso de resolución es necesario prever los posibles caminos a seguir, sus etapas intermedias así como sus posibles resultados. Esta previsión permite no sólo escoger el camino a seguir sino también el orden de las acciones necesarias para aplicarlo (Sanmartí, 2007). Así lo constata el perfil de los resolutores expertos, quienes pasan más tiempo comprendiendo y analizando la situación expuesta en el problema y reflexionan continuamente sobre el estado de resolución, que calculando (De Corte et al, 2000); comportamientos típicamente ausentes en resolutores de problemas menos eficientes (De Corte et al., 2004), quienes muestran inseguridad ante la resolución de un problema, o no terminan los procesos iniciados, en particular por realizar las tareas aplicando diferentes maneras de hacer o de razonar, sin suficiente coherencia ni orden, siguiendo procesos algorítmicos vacíos (Sanmartí, 2007). Estos alumnos necesitan aprender a reflexionar sobre sus conocimientos y procesos de pensamiento existentes. Se ha observado que con el apoyo en la comprensión de cómo funcionan las cosas, los estudiantes pueden convertirse en solucionadores de problemas más eficientes y autorregulados (Schoenfeld, 2013). Esta capacidad reguladora no se adquiere automáticamente, emerge con el tiempo (De Corte et al., 2004). Para ello, será importante proporcionarles la ayuda que les permita interpretar una tarea, identificar sus sub-objetivos y planificar una estrategia (De Corte et al., 2000) para promover que los alumnos aprenden a evaluar y regular su propio pensamiento (Sanmartí, 2007).

Con el fin de ayudar en el desarrollo de estas capacidades autorreguladoras en el aprendizaje de lenguas y ciencias, Sanmartí (2007) sugiere el uso de bases de orientación (guías de navegación o cartas de estudio). De acuerdo con ella, proponemos el uso de una base de orientación (BO) para la resolución de problemas matemáticos, entendida como una secuencia necesaria de acciones basada en el comportamiento de resolución de problemas de resolutores expertos que, atendiendo las necesidades de los aprendices para los que se elabora, les proporciona independencia y autonomía de manera emergente en la RP. Se trata de una herramienta adaptativa, que se actualiza de acuerdo con las dificultades y logros de los alumnos. Así, una BO toma formas distintas en función de la edad y de las necesidades del alumno en cuestión.

ISBN 978-84-945722-3-4

Resolución de Problemas usando una Base de Orientación

Desarrollo

Durante el 1r y 3r trimestre del curso escolar 2014-2015, los alumnos de tres aulas de 6º de Primaria y tres aulas de 1º de la ESO de distintos centros de Barcelona resolvieron problemas matemáticos utilizando una BO. Tanto para los alumnos como para los profesores implicados fue el primer curso en qué utilizaban una BO para la resolución de problemas matemáticos. Atendiendo las realidades de cada aula y de acuerdo con la definición de problema matemático, junto con los docentes implicados fueron seleccionados ocho problemas, que se trabajaron con la base de orientación BO1 (Tabla 4, Anexo 2) a lo largo del 1r trimestre del curso 2014-2015. De la reflexión sobre las evidencias de su uso, surgieron los cambios que se aplicaron tanto a la BO1, y que dieron lugar a la base de orientación BO2 (Tabla 5, Anexo 2), como los problemas que posteriormente se trabajaron en el 3r trimestre. Los problemas en los que se apoyan las reflexiones que comentamos más adelante se presentan en el Anexo 1.

En sus dos versiones, las BO utilizadas están basadas en las fases de resolución de Polya (1945), y los comportamientos de resolución descritos en las referencias bibliográficas como De Corte et al. (2000, 2003) y Mason et al. (1982). Además fueron construidas de acuerdo con los procesos de resolución observados en el alumnado de las edades implicadas. En particular, la OB2, como refinamiento y mejora de la OB1, consta de3dominios de actuación, para cada uno de los cuales se destacan tres acciones características. En la resolución de un problema, Polya (1945) determina 4 fases. De su primera fase se deriva el primer dominio *Comprendo el problema* que, a pesar de su obviedad, es un punto clave en la resolución de todo problema. De sus dos fases centrales, emerge nuestro segundo dominio *Tengo un plan de acción*, cuya finalidad abarca el hecho de encontrar una estrategia de resolución, con todo lo que ésta requiera, y así desarrollarla y describirla. Ante la dificultad observada para separar planificación y acción, y bajo las fases de resolución observadas en Mason et al. (1982), se convino su unión. Finalmente, con la visión retrospectiva del proceso de Polya, definimos nuestro tercer y último dominio como *Reviso mi tarea*.

Cada docente decidió libremente cuándo trabajar cada problema dentro de cada trimestre. Los problemas fueron trabajados en sesiones distintas y entre sesión y sesión los alumnos no trabajaron con ningún tipo de BO. El modo de trabajar en las sesiones fue común: antes de

ISBN 978-84-945722-3-4

resolver el problema, el docente debía explicar cuidadosamente el propósito de la BO y junto con la clase discutir y aclarar el significado de cada una de sus acciones. Con ello se pretendía, en la medida de lo posible, que los estudiantes entendieran el vocabulario utilizado y su propósito general. Cada uno de los alumnos disponía de una copia en papel de la BO, así como una copia en papel del problema en la que debía escribir su resolución. Los alumnos debían utilizar la BO para guiar su actividad de resolución, en los casos aquí discutidos, de manera individual. Antes de terminar la sesión, se pedía realizar una puesta en común considerando la BO.

Reflexiones[18]

El análisis de las resoluciones al Problema 1 con la BO1 (Villalonga y Deulofeu, 2015) desvela que el uso de una adecuada BO en la resolución de problemas matemáticos puede ser una buena herramienta y una práctica satisfactoria para la mejora de la competencia matemática en RP de los alumnos. Si bien no hay una pauta única para resolver todos los problemas, utilizar una BO adecuada permite al resolutor no experto mantener el objetivo a lograr, considerar e indagar entre los conocimientos matemáticos de que dispone, proporcionarle seguridad, control y serenidad al mismo tiempo que ayudarle en la organización de la tarea que pretende desarrollar. Para ello, observamos la necesidad de afinar bien el material a utilizar. Por un lado, el problema en su sentido más competencial, pues debe tratarse de un problema y no de un simple ejercicio para quien lo va a resolver, así como atraer su interés. Y, por el otro, la BO que, al margen de lo que el enunciado explicite qué se busca con su respuesta, su uso queda restringido al lenguaje y aspecto que presenta así como la concreción de las dimensiones que expone. Se observa como su aceptación queda sujeta a las prácticas anteriores de los alumnos y a su carácter poco reflexivo y flexible ante la propuesta de cambios metodológicos.

Del trabajo realizado en el 3r trimestre, nos centramos en los análisis de las acciones relacionadas con la representación del problema (3ª acción de la BO2) y con la revisión de bloqueo, entendido como el atasco y el error, al resolver el problema (7ª acción de la BO2)

[18] Por cuestiones de espacio, no se agregan las figuras que ilustran las reflexiones. Éstas se encuentran en los trabajos a los que nos referimos y serán incluidas, como hilo conductor, en la presentación del trabajo.

ISBN 978-84-945722-3-4

publicadas en Villalonga y Deulofeu, 2017 y 2016, respectivamente. Para ello recurrimos a las resoluciones a los problemas 2 y 3 que se presentan en el Anexo 1.

Del estudio sobre la representación, confirmamos la necesidad de considerar la acción dedicada a la expresión del problema invitando a utilizar cualquier forma de representación. Como observamos el hecho de no concretar ningún modo de representación, permite a los alumnos desarrollar su propio lenguaje y estructura de representación. Sin embargo, a pesar de la variedad de representaciones y de tratarse de un punto fundamental para entender la situación descrita así como desarrollar una estrategia de resolución, se aprecia una falta general de completitud y manipulación de las representaciones. Si bien es cierto que los alumnos identifican y organizan con más facilidad los datos numéricos y que aparecen de manera más explícita, esta organización se limita, en la mayoría de casos a hacer listas sin establecer relaciones. Con ello se distingue una notable dificultad para abstraer y manipular el conjunto de los datos.

En cuanto al estudio de la 7ª acción de la BO2, observamos como el uso de una BO, parece no sólo ayudar en el desarrollo de la capacidad para detectar una situación de bloqueo (entendida como el hecho de equivocarse o atascarse durante la resolución del problema), sino de esforzarse en corregirlo. Este análisis permitió reconocer 6 situaciones de bloqueo (Tabla 5 del Anexo) que, en la mayoría de los casos, fomentó la búsqueda de una alternativa que, de manera generalizada, supuso una resolución satisfactoria del problema. Con este hecho desvelamos la necesidad de que, hasta que los alumnos no lo interioricen, la BO destinada a guiar la resolución de un problema, debe contemplar un punto distinguido para la revisión del tradicional error o del temido atasco con el objetivo que los alumnos acepten los errores como algo natural e inherente a la RP, pues sin bloqueo no hay problema y sin reconducción del error no hay aprendizaje (Mason et al., 1982; Sanmartí, 2007). Con esta acción se hace evidente, además, la naturaleza cíclica del proceso de resolución de un problema.

El análisis de estas evidencias manifiesta la necesidad de que cualquier idea o toma de decisiones surgida al resolver un problema se presente por escrito y, en ningún caso, extraído del documento donde se presenta la resolución. De lo contrario se complica la recuperación de cualquier tipo de pensamiento, y por tanto de las representaciones de los datos, de los atascos o sus posibles reconducciones. Por ello, observamos también la necesidad de que la

ISBN 978-84-945722-3-4

BO recuerde, hasta que el alumno así lo interiorice, la necesidad de dejar por escrito sus ideas, de manera que tanto uno mismo como otros puedan entenderlo. De otro modo será complicado que el propio alumno pueda recurrir a sus errores, y menos los docentes que pretenden ayudarlos. De hecho, se observa que los alumnos que la tomaron en serio, así lo intentaron. En este sentido, constatamos que la BO que así lo promueve, estimula a su vez la verbalización de los pensamientos y toma de decisiones de los alumnos. Con ello, son posibles las reflexiones sobre las resoluciones de los alumnos siguiendo la BO, lo que permite tanto a alumnos como docentes atender y entender mejor las necesidades y progresos logrados así como adecuar la BO. En particular, disponer de esta información y poderla analizar de acuerdo con la BO permite a los docentes identificar mejor cada una de las acciones de los alumnos y analizarlas de manera más profunda, lo que se convierte en un factor clave para enriquecer y perfeccionar el acompañamiento de resolver un problema y, por tanto, de la evaluación, no sólo de la BO en sí misma, sino de los progresos de los alumnos, a nivel individual y grupal. Así mismo se percibe que un uso satisfactorio de la BO va asociada a un uso continuo y desde edades tempranas de ella.

Destacamos, finalmente, que, a pesar que el contexto de los tres problemas es distinto, las resoluciones relativas no señalan ninguna dificultad añadida al hecho de estar contextualizados en una situación cotidiana, la misma matemática o histórica.

Conclusiones

De la definición de resolución de problemas matemáticos surgen dos finalidades: la RP como medio para aprender nuevos conocimientos matemáticos y utilizarlos de manera adecuada y como fin en sí mismo, básico para aprender a pensar matemáticamente y actuar de manera consecuente. Independientemente de su finalidad, la resolución de un problema requiere de la implicación del resolutor y cierto interés y motivación en la situación o cuestión expuesta. Cuando la finalidad de la RP recae en el aprendizaje de la resolución en sí misma, el uso de una BO adecuada puede influir positivamente para lograr un aprendizaje significativo de dicho objetivo. Sin embargo, la generación y adaptación de una BO no es sencilla. Requiere del conocimiento teórico de las acciones vinculadas a la resolución de un problema matemático, de los aspectos que influyen en su práctica; del conocimiento de las dificultades y logros de los alumnos en cuanto a la aplicación de las mismas, de sus prácticas de resolución anteriores, de su poca flexibilidad para aceptar cambios; así como un lenguaje claro y una

ISBN 978-84-945722-3-4

presentación adecuada. Por ello la BO debe permitir a los alumnos sentirse cómodos con su uso. Las dificultades observadas en los resolutores menos eficientes, confirman la necesidad de que una BO incite a la representación del problema, la revisión del bloqueo, y que estimule a describir las ideas que llevan a elegir cada decisión. Del mismo análisis se extraen pautas de cómo afinar la propia BO cuando un alumno así lo necesita.

Asimismo, la selección de los problemas a trabajar es de vital importancia. Hay que tener clara la finalidad con la que se proponen, cómo se pretenden gestionar en el aula, qué acciones se esperan que aprendan los alumnos y cómo evaluar sus logros. De acuerdo con ello es importante considerar la situación en qué se plantea el problema y la variedad de soluciones que pueda tener, así como cómo formular la cuestión y las tareas que se pretende que sean desarrolladas de manera explícita. Es importante que el problema invite a contestar de manera razonada pero es más importante que los razonamientos se conciban como parte inherente a la RP y, por ello, dicha práctica deba de contemplarse como una acción de la BO. Todas aquellas acciones que queremos que los alumnos desarrollen con la práctica de resolver problemas deben de ser los descriptores de la BO. Ello contribuirá a que los alumnos tengan claros los objetivos a adquirir, se familiaricen con ellos, aprendan a organizarlos y puedan retomar cualquier momento de sus desarrollos. Con la verbalización de sus pensamientos, cobra sentido la revisión de las resoluciones de acuerdo con la BO utilizada por parte de alumnos y docentes. A los alumnos les permite reflexionar sobre su práctica, analizar más claramente sus pensamientos y con ello enriquecer sus resoluciones y explicaciones. Disponer de resoluciones más ricas de acuerdo con el uso de BO permite a los docentes disponer de suficiente información para evaluar los progresos de los alumnos de manera competente al mismo tiempo que adaptar el material utilizado a sus necesidades.

Concluimos así como una BO, construida como un instrumento con finalidad formadora para la resolución de problemas matemáticos de los alumnos, además de contribuir a ello, se convierte en un instrumento de carácter formativo y formador para los propios docentes. En particular, la BO orienta y da coherencia a las tres acciones básicas de la actividad, cíclica, que desempeñan los docentes: planificar, gestionar y evaluar.

Referencias bibliográficas

ISBN 978-84-945722-3-4

De Corte, E., Verschaffel, L., Op'tEynde, P. Self-Regulation: A Characteristic and a Goal of Mathematics Education, 687–726. En Boekaerts, M., Pintrich, P. R., Zeinder, M. (Eds.) *Handbook of Self-Regulation.*USA: ElsevierAcademicPress

De Corte, E.,&Verschaffel, L. (2003). El desarrollo de habilidades de autorregulación en la solución de problemas matemáticos. *PensamientoEducativo, 32*, 286–305

Mason, J., Burton, L., Stacey, K. (1982). *Thinking Mathematically*. Harlow: Pearson

Niss, M,,Højgaard, T. (2011). *Competencies and Mathematical Learning.*Denmark: IMFUFA, Roskilde University. Englishedition

Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press

Sanmartí, N. (2007). *Evaluar para aprender. 10 ideas clave*. Barcelona: Graó

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. En Grouws. D. (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*, 334−370. New York: MacMillan

Schoenfeld, A. H. (2007). What is Mathematical Proficiency and How Can It Be Assessed? Assessing Mathematical Proficiency. *MSRI Publications, 53*, 59−73

Schoenfeld, A.H. (2013). Reflections on problem solving theory and practice. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1&2), 9−34

Villalonga Pons, J., Deulofeu, J. (2015). *La base de orientación, una herramienta para ayudar al alumnado a resolver problemas* [archivo PDF]. Recuperado de http://17jaem.semrm.com/aportaciones/n68.pdf [22/04/2017]

Villalonga Pons, J., Deulofeu, J. (2016). *(Re)bastir la base d'orientació en la resolució de problemes. Una anàlisi dels entrebancs* [archivo PDF]. Recuperado de http://c2em.feemcat.org/esdeveniments/rebastir-la-base-dorientacio-en-la-resolucio-de-problemes-una-analisi-dels-entrebancs/ [22/04/2017]

Villalonga Pons, J., Deulofeu, J. (2017). Representar problemas usando una base de orientación. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 75.*

LA BASE DE ORIENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. REFLEXIONES SOBRE LAS EVIDENCIAS DE SU USO EN EL PASO DE LA PRIMARIA A LA SECUNDARIA

ANEXOS

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

ANEXO 1. Problemas propuestos

En este primer Anexo se presentan los problemas sobre los cuales se refieren los análisis descritos en cuerpo del artículo traducidos de su redacción inicial en catalán al español. El Problema 1 fue trabajado con la base de orientación OB1 (Tabla 4, Anexo 2) en el 1r Trimestre del curso escolar 2014-2015 y los Problemas 2 y 3 fueron trabajados con la base de orientación OB2 (Tabla 5, Anexo 2) en el 3r Trimestre del curso escolar 2014-2015.

Problema 1. Mi abuela es una especialista del ganchillo a quien le encanta hacer mantas. Aún no he visto la última que ha elaborado, pero me ha dicho que la hecho enganchando piezas cuadradas del mismo tamaño, pero de diferentes estilos. Me ha explicado que para hacer el borde de la manta ha utilizado una docena de piezas de fondo verde con un rombo dibujado en su interior, y una docena de piezas de fondo blanco con lunares verdes. Además, me ha dicho, las ha puesto de manera alternada: una de fondo verde, una de fondo blanco,... y de manera que en las cuatro esquinas hay siempre una pieza blanca con lunares verdes. 1. ¿Cómo puede haber distribuido estas piezas para hacer el borde, la abuela? También me ha comentado que la parte interior de la manta está formada por piezas cuadradas del mismo tamaño que las del borde, pero que, en cambio, son de varios colores. 2. ¿Puedo saber cuántas piezas de otros colores ha utilizada mi abuela para terminar la parte interior de la manta? ¿Cómo lo puedo saber?

Tabla 1. Problema trabajado en el 1r Trimestre del curso 2014-2015, contextualizado en la vida cotidiana y promueve la búsqueda de patrones. Está basado en el problema 10 de la actividad Problemas al Esprint para Ciclo Superior de Primaria, del 7 de febrero de 2010. Recuperado de http://www.cangur.org/espfebrer10/prim/index.htm

Problema 2. Con las cifras 3, 5, 6, 7, 8, 9, y sin repetir ninguna, podemos formar, al mismo tiempo, dos números de tres cifras cada uno. Por ejemplo, el 368 y el 579.

ISBN 978-84-945722-3-4

¿Cuáles son estos dos números si queremos obtener la suma y la multiplicación más grandes posibles a la vez? ¿Cómo has llegado a esta conclusión? Explícalo.

Tabla 2. Problema trabajado en el 3r Trimestre del curso 2014-2015, contextualizado en la misma matemática que conlleva el juego y la experimentación numérica.

Problema 3.

En la mitología griega, una *Hydra* era un despiadado monstruo acuático con forma de serpiente y de aliento venenoso que podía tener entre 5 y 100 cabezas, o incluso más. Además, cada vez que un héroe le cortaba una cabeza, le crecían tres cabezas nuevas.

1. La primera vez que el héroe *Matematicus* se enfrentó con una *Hydra,* con su espada mágica le cortó tres cabezas. Si la *Hydra* tenía inicialmente nueve cabezas, cuántas cabezas tuvo, en total, después? Explica cómo lo has sabido.
2. Más adelante, el héroe *Matematicus* luchó junto con dos héroes más contra tres dragones que inicialmente tenían nueve cabezas cada uno. Si cada uno de los héroes consiguió cortar tres cabezas, ¿cuántas cabezas tuvieron, al final, entre las tres? Explica cómo lo has deducido.

Tabla 3. Problema trabajado en el 3r Trimestre del curso 2014-2015, contextualizado en la mitología griega e invita a un trabajo de conteo o combinaciones numéricas. Está basado en el segundo de los Problemas al Esprint para Ciclo Superior de Primaria del 19 de febrero de 2008. Recuperado de http://www.xtec.cat/~agoma/actimates/2008prim/

ISBN 978-84-945722-3-4

ANEXO 2. Bases de Orientación creadas y utilizadas

En este segundo Anexo se detallan las bases de orientación para la resolución de problemas utilizadas en las implementaciones descritas en el cuerpo del artículo traducidas de su redacción inicial en catalán al español. La OB1 es la primera base de orientación creada. De las observaciones sobre su uso a lo largo del 1r Trimestre del curso escolar 2014-2015, surge la segunda base de orientación, OB2 utilizada para les resoluciones realizadas en el 3r Trimestre del curso escolar 2014-2015.

Base de Orientación 1 (OB1)

Resolución del Problema	
Dominios	**Acciones**
Comprendo el problema	A1. Identifico y entiendo los datos, las magnitudes y las unidades que aparecen en el problema.
	A2. Expreso (pienso y reescribo) el problema de alguna manera (resumen, esquema, gráfico, dibujo...) que me ayude a entenderlo lo mejor posible.
Estructuro y llevo a cabo un plan de acción	A3. Planifico y llevo a cabo cómo resolver el problema.
	A4. Busco (recuerdo, diseño...) y aplico estrategias que me puedan ayudar a resolver el problema siguiendo la planificación que he fijado.
	A5. Busco (recuerdo, diseño...) y aplico algoritmos y mecanismos para abordar las diferentes estrategias.
Reviso	A6. Reviso lo hecho. Puedo seguir los diferentes pasos de resolución, están bien explicados y los puedo entender. **Obsv**. Lo hago de manera constante, para asegurarme que lo entiendo y que lo puedo entender cualquier otra persona
	A7. Si no me sale, detecto donde me equivoco o donde me pierdo y vuelvo a plantear y trabajar estas partes.
	A8. Una vez resuelto, razono si se podría hacer de otras maneras.
	A9. Me aseguro de si puede haber otras soluciones o si solamente hay una.
	A10. Doy todas las soluciones posibles, explicando si son o no correctas y si tienen o no sentido.

Tabla 4. Base de orientación OB1, utilizada en el 1r Trimestre del curso 2014-2015

Base de Orientación 2 (OB2)

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Resolución de Problemas	
Dominios	**Acciones**
Comprendo el problema	[a1]Distingo las preguntas que he de responder y entiendo todo aquello que se me pide que haga.
	[a2]Distingo los datos y me aseguro que los entiendo.
	[a3]Expreso el problema para entenderlo mejor haciendo un dibujo, esquema, diagrama... (lo que me parezca más adecuado) y hago pruebas si me es necesario.
Para cada pregunta formulada:	
Tengo un plan de acción	[a4]Pienso alguna estrategia de resolución a partir de la representación y las pruebas o ejemplos que he hecho, y trato de aplicarlo.
	[a5]Encuentro los datos y los razonamientos y/o algoritmos que necesito para aplicar la estrategia.
	[a6]Aplico la estrategia y la escribo de manera que se entienda todo aquello que he pensado.
Reviso mi tarea	**[a7]Si no lo consigo, detecto dónde me bloqueo o me equivoco y aplico una nueva estrategia (con todo lo que necesite).**
	[a8]Una vez resuelto, • investigo si hay otras soluciones y las encuentro. Si sólo hay una, razono porque no hay más. • razono si se podría hacer de otras maneras.
	[a9]Releo lo que he hecho, y me aseguro que lo explico todo, que respondo de manera razonada y que se entiende. Relaciono, si hace falta, con el resto de preguntas y tareas solicitadas.

Tabla 5. Base de orientación OB2, utilizada en el 3r Trimestre del curso 2014-2015

ANEXO 3. Resultados obtenidos de los análisis realizados

Cuadro resumen de las distintas situaciones observadas en relación a la gestión del bloqueo.

a) Falta de comprensión	Percatarse de no entender la situación descrita del problema, alguna de sus partes o de los datos que presenta.
b) Representaciones inadecuadas	Advertir que la representación (expresión o pruebas) realizada de la situación descrita del problema no se corresponde con lo expuesto en dicha situación.
c) Estrategia inadecuada	Notar que la estrategia utilizada no es adecuada para la finalidad que se pretende resolver.
d) Datos o razonamientos inapropiados	Apreciar que se consideran datos o razonamientos no adecuados para aplicar una estrategia.

ISBN 978-84-945722-3-4

e)	Errores de aplicación	Reparar que se cometen errores de aplicación.
f)	Explicaciones imprecisas	Percibir que la exposición de las descripciones (explicaciones, conclusiones…) son confusas, impropias o que contienen partes incorrectas o inadecuadas, ya sean de lengua (expresión escrita) o de carácter matemático.

Tabla 6. Tipos de bloqueo identificados con el Análisis de la acción 7 de la OB2.

Recuperado de http://c2em.feemcat.org/wp-content/uploads/actes/3C228.pdf

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-352

UNA EXPERIENCIA SOBRE ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD EN EL AULA DE INFANTIL

Ángel Alsina i Pastells – Claudia Vásquez Ortiz
angel.alsina@udg.edu–cavasque@uc.cl
Universidad de Girona (España) – Pontificia Universidad Católica de Chile (Chile)

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.
Modalidad: Comunicación Breve
Nivel educativo: Educación Infantil
Palabras clave: Didáctica de la estadística, Didáctica de la probabilidad, Práctica de aula, Primeras edades

Resumen
Desde hace varias décadas diversos organismos y autores de prestigio han aportado recomendaciones para que el profesorado pueda llevar a cabo una enseñanza eficaz de la estadística y la probabilidad en el aula (Batanero y Godino, 2004; entre otros). En este trabajo se asume que una enseñanza eficaz "requiere conocer lo que los alumnos saben y lo que necesitan aprender, y luego estimularlos y ayudarlos para que lo aprendan bien" (NCTM, 2003). Es desde esta perspectiva que nos centramos en describir y analizar cómo surgen las primeras nociones sobre estadística y probabilidad en alumnos de Educación Infantil. Para ello, optamos por realizar un estudio exploratorio de un proceso de instrucción con alumnos de 4 a 5 años. En concreto, se analizan términos, expresiones orales, símbolos y representaciones que se usan cuando se pretende que los alumnos comprendan las primeras nociones de estadística y probabilidad. Los resultados muestran un predominio de términos y expresiones verbales provenientes de contextos reales (situaciones de la vida cotidiana, materiales manipulativos y juegos principalmente).

Introducción

Las últimas décadas diversos autores han aportado recomendaciones para que el profesorado pueda llevar a cabo una enseñanza eficaz de la estadística y la probabilidad en el aula (e.g. Godino, Batanero y Cañizares, 1987; NCTM, 2003; Batanero y Godino, 2004). Entendiendo por una enseñanza eficaz como aquella que "requiere conocer lo que los alumnos saben y lo que necesitan aprender, y luego estimularlos y ayudarlos para que lo aprendan bien" (NCTM, 2003). Ello implica, por parte del profesorado: a) conocer y comprender en profundidad los conocimientos matemáticos que enseñan; b) conocer y comprender en profundidad a los alumnos y, en especial, sus necesidades y posibilidades de aprendizaje; c) conocer y

ISBN 978-84-945722-3-4

comprender en profundidad los recursos y estrategias docentes más adecuadas para llevar a cabo la enseñanza; d) conocer y comprender en profundidad las formas de evaluar los conocimientos más acordes con los recursos y estrategias docentes usadas para llevar a cabo la enseñanza. En síntesis, pues, para una enseñanza eficaz es preciso que el profesorado disponga de un amplio abanico de conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales que permitan alfabetizar a los alumnos, en el sentido que puedan usar los conocimientos que aprenden en la escuela en todos los contextos de la vida cotidiana en los que dichos conocimientos son necesarios. Para ello, es necesario que el profesorado propicie en sus alumnos el desarrollo de:

> "actividades informales de comparar, clasificar y contar pueden proporcionar a los niños los comienzos matemáticos para desarrollar la comprensión de los datos, del Análisis de datos y de la Estadística (…). Deberían realizar recuentos, registrándolos mediante palotes, tablas, diagramas de barras y diagramas de puntos. Los títulos y etiquetas utilizados en sus representaciones deberían identificar de forma clara qué datos se representan (…). Las ideas sobre la probabilidad en estos niveles deberían ser informales, y centrarse en los juicios que emiten los alumnos con base en sus propias experiencias" (NCTM, 2003, p. 113).

Bajo esta mirada, la enseñanza de la estadística requiere considerar, desde las primeras edades, el reconocimiento, la organización, la representación y la interpretación de datos. Se destaca que es importante, desde el principio, etiquetar adecuadamente tanto la variable de estudio como los distintos valores que toma la variable. Respecto a la probabilidad, se sugiere que el inicio de su enseñanza debería partir de situaciones de incertidumbre cercanas a la realidad de los alumnos. A través de estas situaciones se debería empezar a introducir lenguaje específico para designar la posibilidad de ocurrencia de un determinado suceso: imposible, probable, seguro, etc. De este modo, se estará contribuyendo al desarrollo de ciudadanos alfabetizados estadística y probabilísticamente "capaces de hacer frente a una amplia gama de situaciones del mundo real que implican la interpretación o la generación de mensajes probabilísticos, así como la toma de decisiones" (Gal, 2005, p.40). Para ello, es fundamental el desarrollo de nociones básicas de estadística y probabilidad, de manera

ISBN 978-84-945722-3-4

informal desde las primeras edades. En definitiva, se trata de ofrecer a los alumnos herramientas para contestar a preguntas cuyas respuestas no son inmediatamente obvias, a la vez que les faciliten la toma de decisiones en situaciones en las que la incertidumbre es relevante. Todo ello, para que progresivamente sean ciudadanos bien informados y consumidores inteligentes. Con este propósito en mente el NCTM (2003) propone que a lo largo de toda la etapa escolar, el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística y probabilidad se inicie de manera gradual y continua en torno a los siguientes, los cuales deben crecer en complejidad, profundidad y sofisticación, según la edad y etapa escolar de los alumnos:

- formular preguntas que pueden ser dirigidas con datos y recolectar, organizar y desplegar datos relevantes para responderlas;
- seleccionar y usar métodos estadísticos apropiados para analizar datos;
- desarrollar y evaluar inferencias y predicciones que estén basadas en datos; y
- entender y aplicar conceptos básicos de probabilidad.

Desde este prisma, en este trabajo se presenta un estudio exploratorio durante un proceso de instrucción con un grupo de alumnos de Educación Infantil (años 4-5 años de edad) que busca indagar, de manera inicial, en el análisis de un proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística y probabilidad. En concreto, se analiza la multiplicidad de términos, expresiones orales, símbolos y representaciones que se usan cuando se pretende que los alumnos aprendan gradualmente nociones de estadística y probabilidad a partir de situaciones de contexto lúdico y/o cotidiano.

Método

Se registro en vídeo dos sesiones de clase de 45 minutos cada una en una clase de kínder de una escuela chilena. En el estudio han participado 12 alumnos cuyas edades fluctúan entre los 4 y 5 años, y que no han recibido instrucción previa sobre el tema. La maestra a cargo de las sesiones de clase es maestra de infantil.

Para realizar el análisis de corte cualitativo se consideraron los siguientes pasos:

- Transcripción de la clase grabada en vídeo.

ISBN 978-84-945722-3-4

- Identificación de episodios de las clases (a partir de la transcripción) en los que se aborden términos, expresiones orales, símbolos y representaciones asociados a nociones básicas y preliminares de estadística y probabilidad, que constituyen las unidades de análisis.
- Descripción de cómo los alumnos de infantil se aproximan a las primeras nociones de estadística y probabilidad.

Resultados

A continuación se presentan algunos resultados de dos actividades implementadas con alumnos de 4 a 5 años de edad, cuyo propósito es introducirlos en el aprendizaje de la estadística y la probabilidad, a través de: la comprensión de ideas estadísticas fundamentales a un nivel adecuado; ideas que aparecen en la mayoría de las situaciones en que hay que aplicar la estadística; competencia de análisis de datos; el razonamiento estadístico, que incluye los elementos anteriormente descritos (Batanero, 2013).

Situación 1: El día de la comida saludable

El objetivo de la actividad es que los alumnos comparen y analicen distintas maneras de organizar y representar información proveniente de una situación cotidiana.

Enmarcado en diversas actividades referidas a el día de la comida saludable, la maestra pregunta a los alumnos sobre *¿cuál es su fruta preferida?*

A partir de la pregunta, surgen diversas respuestas (manzana, naranja, frutilla y uva), ante lo cual la maestra pregunta a los alumnos *¿cómo podemos saber cuál es la fruta más preferida en el curso?* Algunos alumnos responden que contando cuántas hay de cada una. Ante esta respuesta, la maestra comienza a distribuir láminas con dibujos de las frutas preferidas mencionadas por los alumnos (Figura 1).

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

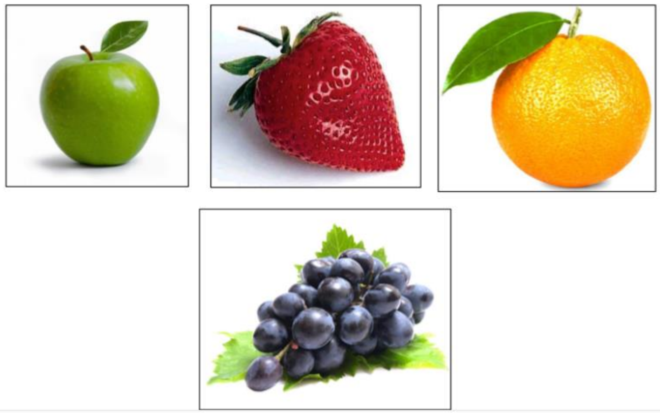


Figura 1. Láminas de frutas entregadas a los alumnos.

Una vez que cada alumno tiene su lámina con su fruta preferida, la maestra les solicita que organicen o representen las respuestas del curso de alguna manera, los alumnos comienzan a formar grupos de acuerdo con sus preferencias, para luego contabilizar cuantos prefieren cada tipo de fruta, respondiendo *¿cuántos alumnos prefieren cada fruta?* Con este propósito la maestra les entrega un cubo multiencaje a cada niño para que registren de manera concreta y vertical la fruta que cada uno prefiere (Figura 2), y así poder determinar *¿cuántos alumnos prefieren cada fruta?* y *¿cuál es la fruta más preferida del curso?* Asimismo, la maestra les indica que el cubo de color rojo es para aquellos alumnos cuya fruta preferida es la frutilla, el verde para quienes prefieren la manzana, el azul para los que prefieren las uvas y el amarillo para los que prefieren las naranjas.

Figura 2. Registro de fruta preferida.

ISBN 978-84-945722-3-4

De este modo los alumnos pasan uno a uno a apilar el bloque multiencaje según la fruta de su preferencia. Llegando así, ha visualizar y representar de manera concreta, por medio de un gráfico concreto o real, a través del apilamiento de cubos multiencaje, la frecuencia absoluta de preferencia de cada fruta, donde cada uno de los cubos apilados representa una preferencia, en este caso, la preferencia de un alumno por una determinada fruta (Figura 3).

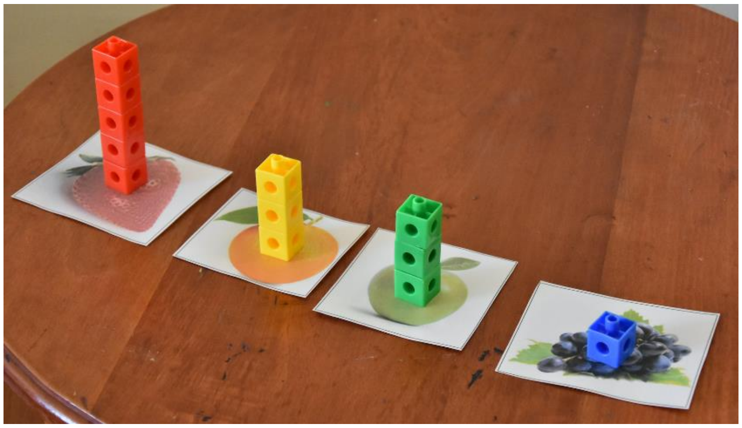


Figura 3. Representación por medio de gráficos concretos o reales de la preferencia por cada fruta.

Como es posible apreciar, este tipo de gráfico proporciona elementos visuales para que los alumnos puedan tener una primera aproximación al concepto de frecuencia absoluta, lo que les permitirá, más adelante dar paso a representaciones más abstractas de ésta.

Situación 2: Aproximación las primeras nociones de probabilidad

El objetivo de esta actividad es que los alumnos se aproximen a las primeras nociones de probabilidad, por medio de los grados de posibilidad de un determinado suceso, utilización de lenguaje probabilístico (posible, imposible, poco posible, etc.). Para ello, la maestra utiliza dibujos con situaciones diversas que sean del contexto cotidiano de los alumnos, acordes a su edad, que muestren situaciones en que la incertidumbre se hace presente. Por ejemplo, el pronóstico del tiempo, y solicita que los niños las clasifiquen e indiquen si son posibles de ocurrir o no (Figura 4).

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Figura 4. Primeras nociones probabilísticas a partir de situaciones cotidianas.

Una actividad posterior es presentar material concreto como bolitas de colores o dados que los alumnos deben manipular y responder a cuestiones del tipo (Figura 5): *¿qué bolita tiene más posibilidades de salir?*. Así, por medio de la realización de experimentos aleatorios con bolitas, fichas de colores, monedas, ruletas, etc., el maestro irá introduciendo gradualmente el lenguaje probabilístico.

Figura 5. Situaciones reales y juegos para introducir vocabulario probabilístico

Reflexiones finales

ISBN 978-84-945722-3-4

Hemos presentado algunas orientaciones didácticas y recursos utilizados en el aula de infantil para llevar a cabo una enseñanza eficaz de la estadística y la probabilidad en las primeras edades. Una primera reflexión importante, es pues, decidir cómo se plantea y gestiona la enseñanza de la estadística y la probabilidad en las primeras edades. En la propuesta que se ha presentado y que sigue los planteamientos de organizaciones y autores de reconocido prestigio (Godino, Batanero y Cañizares, 1987; NCTM, 2003; Batanero y Godino, 2004; entre otros) se plantea que, en lugar de llevar a cabo una enseñanza centrada en la transmisión, la repetición y la práctica la enseñanza debería plantearse a partir de situaciones contextualizadas que permitan un aprendizaje inductivo de los conceptos, impulsando las conexiones necesarias con la propia experiencia (Alsina, 2013). Lo cual implica, la necesidad de que para practicar conceptos ligados al estudio de la estadística y probabilidad, es mucho más eficaz involucrar a los alumnos en investigaciones estadísticas (ciclo de investigación) que les conduzcan a la necesidad de conocer este tipo de datos para poder obtener conclusiones. En definitiva, en las primeras edades no se trata de informar acerca del nombre del concepto, transmitir el conocimiento matemático formal asociado a dicho concepto y después practicarlo en situaciones descontextualizadas, sino de provocar la necesidad de que surjan ideas matemáticas intuitivas asociadas al concepto a partir de la propia experiencia. En consecuencia, es necesario que los profesores ofrezcan a sus alumnos experiencias a partir de situaciones cotidianas que despierten su curiosidad innata, donde a través de las distintas etapas del ciclo de investigación (en el caso de la estadística) y de la cuantificación de la incertidumbre (en el caso de la probabilidad) éstos sean capaces de construir de manera paulatina una adecuada comprensión de la estadística y la probabilidad desde las primeras edades. Este es el gran cambio metodológico que, sin duda, contribuirá a desarrollar una mayor alfabetización estadística y probabilística de nuestros alumnos.

Agradecimientos

Trabajo realizado en el marco del proyecto FONDECYT INICIACIÓN Nº 11150412 financiado por la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica de Chile y desarrollado en la Pontificia Universidad Católica de Chile. Los autores agradecen la buena disposición a los participantes en la investigación.

ISBN 978-84-945722-3-4

Referencias bibliográficas

Alsina, Á. (2013). La estadística y la probabilidad en educación infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Didácticas Específicas,* núm. 7, pp. 4-22.

Batanero, C. (2013). *Sentido estadístico. Componentes y desarrollo*. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria (pp. 55-61). Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Batanero, C. y Godino, J. D. (2004). *VI. Estocástica: estadística y probabilidad.* En J.D. Godino (Ed.), Didáctica de las matemáticas para maestros (pp. 405-455). Departamento de Didáctica de las Matemáticas: Universidad de Granada.

Gal, I. (2005): Towards ‘probability literacy’ for all citizens. En Jones, G. (ed.): *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*. Nueva York. Kluwer, pp. 43-71.

Godino, J., Batanero, C. y Cañizares, M.J. (1987). *Azar y probabilidad. Fundamentos teóricos y propuestas curriculares.* Madrid: Editorial Síntesis.

NCTM (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: SAEM Thales.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-353

ANÁLISIS DIDÁCTICO REALIZADO POR UN PROFESOR EN SU TRABAJO DE FIN DE MÁSTER

Adriana Breda – Vicenc Font – Valderez Marina do Rosário Lima – Zulma Elizabete de Freitas Madruga
adriana.breda@ulagos.cl – vfont@ub.edu – valderez.lima@pucrs.br – zulma.freitas@ulagos.cl
Universidad de Los Lagos, Universitat de Barcelona, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Chile, España, Brasil

Núcleo temático: Formación del profesorado en Matemáticas.
Modalidad: CB
Nivel educativo: Formación y actualización docente.
Palabras clave: Criterios de idoneidad, Trabajo de Fin de Máster, análisis didáctico.

Resumen
El objetivo de este trabajo es presentar cuáles son los criterios utilizados por un profesor cuando él realiza el análisis didáctico. Se trata de un estudio de caso que toma como objeto de estudio un trabajo de fin de máster en lo cual se ha incorporado recursos visuales y materiales manipulativos en el diseño de una secuencia de tareas. El análisis se basó en los criterios de idoneidad didáctica propuestos por el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino, Batanero y Font, 2007). Como resultado del análisis fue posible notar que el profesor, de forma implícita, presenta una reflexión más elaborada en relación con los criterios cognitivos y mediacionales, y una baja reflexión en cuanto a los componentes que conforman los criterios epistémicos, ecológicos, emocionales y de interacción.

Introducción

En el contexto brasileño, en un intento de formar a los profesores de matemáticas en ejercicio, se inició en 2010 el *Máster Profesional en Matemáticas en la Red Nacional (PROFMAT)* que se constituye como un curso de postgrado, presencial y a distancia, ofrecido a profesores de matemáticas que trabajan en la educación básica en Brasil. Este máster tiene como objetivo principal, fomentar la mejora de la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles (Brasil, 2013).

El trabajo que se presenta aquí forma parte de una investigación más amplia (Breda, 2016; Breda, Font y Lima, 2016; Breda, Pino-Fan y Font, 2016, en prensa; Breda, Font Lima y Pereira, 2017) que tiene como finalidad investigar cuáles son los criterios de idoneidad y en

ISBN 978-84-945722-3-4

qué medida son utilizados por los profesores (alumnos participantes del PROFMAT), para justificar que sus propuestas de trabajo de fin de máster (TFMs) implican una mejora en la enseñanza de las matemáticas en la Educación Básica. El TFM, según las directrices proporcionadas por PROFMAT, debe ser desarrollado de acuerdo con temas específicos del currículo de matemáticas de Enseñanza Básica, de forma innovadora y que tenga aplicación directa en el aula. Si bien los estudiantes que cursan dicho máster no reciben ninguna orientación o pauta para realizar las reflexiones sobre su propia práctica, el TFM que deben realizar es un espació valorativo en los que tienen que reflexionar sobre su propuesta didáctica y justificar que se trata de una innovación. En este tipo de espacio valorativo y reflexivo los profesores aunque no conozcan los criterios de idoneidad didáctica, sus componentes y descriptores, porque no se los han enseñado en el PROFMAT, los usan de manera implícita.

En este sentido, el objetivo de este trabajo es presentar un estudio de caso mediante el cual se analiza cuáles son los criterios de idoneidad didáctica utilizados por un profesor, al que llamaremos Martinatto (2013), cuando él reflexiona sobre su propuesta de proceso de instrucción, el cual tiene como tema la incorporación de recursos visuales y materiales manipulativos con la propuesta de rescatar con los estudiantes de la escuela secundaria el contenido relacionado a la geometría plana e introducir el contenido de geometría del espacio, en particular, el relacionado a los estudios de prismas y pirámides.

Marco teórico

En este trabajo partimos del supuesto que el trabajo de fin de máster (TFM) es una tarea que implica, de forma implícita o explícita, un ejercicio de análisis didáctico, ya que en el TFM los profesores deben explicar una propuesta didáctica y justificar por qué esta significa una mejora para la enseñanza.

En campo de la Educación Matemática no hay un consenso sobre la noción de "calidad" y, en particular, no hay consenso sobre los "métodos para la valoración y mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas". Básicamente existen dos maneras de afrontar esta problemática, desde una perspectiva positivista o desde una consensual (Font y Godino, 2011). Desde la primera, la investigación científica realizada en el área de Didáctica de las Matemáticas nos dirá cuáles son las causas que hay que modificar para conseguir los

ISBN 978-84-945722-3-4

efectos considerados como objetivos a alcanzar, o, como mínimo, nos dirá cuáles son las condiciones y restricciones que hay que tener en cuenta para conseguirlos. Desde la perspectiva consensual, aquello que nos dice cómo guiar la mejora de los procesos de instrucción de las matemáticas, debe emanar del discurso argumentativo de la comunidad científica, cuando ésta está orientada a conseguir un consenso sobre "lo que se puede considerar como mejor".

La noción de idoneidad didáctica propuesta por el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS, a partir de ahora) (Godino, Batanero y Font, 2007, 2008) se posiciona en la perspectiva consensual. Dicha noción es una respuesta parcial a la siguiente problemática: ¿Qué criterios se deben utilizar para diseñar una secuencia de tareas, que permitan evaluar y desarrollar la competencia matemática de los alumnos y qué cambios se deben realizar en su rediseño para mejorar el desarrollo de esta competencia? Los criterios de idoneidad pueden servir primero para guiar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y, segundo, para valorar sus implementaciones. Los criterios de idoneidad son reglas de corrección útiles en dos momentos de los procesos de estudio matemáticos. *A priori*, los criterios de idoneidad son principios que orientan "cómo se deben hacer las cosas". *A posteriori*, los criterios sirven para valorar el proceso de estudio efectivamente implementado.

Metodología

Optamos por realizar el estudio de un caso donde se investiga el análisis didáctico realizado por un profesor de matemáticas en servicio cuándo este realiza su trabajo de fin de máster. Corroboramos con Ponte (1994) e Yin (2001), que el estdio de caso, se caracteriza por un análisis muy particular. En este tipo de estudio el investigador no pretente cambiar la situación, pero si comprenderla tal com se presenta.

Para analizar las reflexiones realizadas por el profesor sobre cómo mejorar su práctica docente, relacionada con la implementación de la propuesta didáctica que propuso como parte de su TFM, utilizamos los *criterios de idoneidad didáctica* propuestos por el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino, Batanero y Font, 2007; Godino, 2011; Breda, Font y Lima, 2015), los cuales son considerados, por

ISBN 978-84-945722-3-4

dichos autores, como criterios que orientan un proceso de instrucción idóneo en el contexto donde se realiza:

1. Idoneidad Epistémica, para valorar si las matemáticas que están siendo enseñadas son "buenas matemáticas".
2. Idoneidad Cognitiva, para valorar, antes de iniciar el proceso de instrucción, si lo que se quiere enseñar está a una distancia razonable de aquello que los alumnos saben, y después del proceso, si los aprendizajes adquiridos están cerca de aquello que se pretendía enseñar.
3. Idoneidad Interaccional, para valorar si las interacciones resuelven dudas y dificultades de los alumnos.
4. Idoneidad Mediacional, para valorar la adecuación de los recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción.
5. Idoneidad Emocional, para valorar la implicación (intereses, motivaciones,…) de los alumnos durante el proceso de instrucción.
6. Idoneidad Ecológica, para valorar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social y profesional (Font, Planas yGodino, 2010).

Resultados

Martinatto (2013) considera que el diseño de su propuesta pedagógica incluye actividades motivadoras, además de la posibilidad de que el alumno sea capaz de conectar la geometría plana con la espacial por medio del uso de materiales visuales y manipulativos.

Aunque el autor no recibió, tal como se ha dicho antes, del máster una pauta para orientar sus reflexiones y justificaciones, en ellas presenta evidencias del uso implícito de los criterios de idoneidad didáctica (epistémico, cognitivo, mediacional, interaccional, emocional y ecológico). Por ejemplo, con relación al criterio cognitivo el autor sostiene que su propuesta promueve un rescate de los conocimientos previos de los estudiantes.

"Cuestión 4.1.1. Escriba El nombre de un objeto que conozcas y que se parezca con cada una de las imágenes. Cuestión 4.1.2. Separe las figuras en dos grupos y explique cual criterio has utilizado." (Martinatto, 2013, p.26-27).

ISBN 978-84-945722-3-4

Por otra parte, para el criterio de medios, el autor sostiene que los diversos materiales utilizados introducen buenas situaciones realistas, relacionadas con el cotidiano, y argumentaciones adaptadas al significado que se pretende construir junto a los estudiantes.

"Con las fotos, los estudiantes ya pueden ver la relación del contenido que están estudiando con su vida cotidiana. Embalaje: […] tanto el profesor como los estudiantes pueden llevarlos a las aulas. Los estudiantes pueden dividirse en grupos para llevar a cabo la tarea de recoger los embalajes que serán planificadas en el aula. A través de este recurso pedagógico, se puede observar la conexión entre el estudio de la Geometría del espacio con las actividades del día a día." (Martinatto, 2013, p. 23).

Desde el punto de vista del criterio epistémico, Martinatto (2013) justifica la calidad de su propuesta innovadora argumentando que este tipo de tareas proporciona procesos relevantes para la realización de la actividad matemática, en particular, los procesos de conexión intramatemáticos (conexión entre la geometría plana y geometría espacial), el proceso de resolución de problemas, de contextualización y de visualización. Sin embargo, las actividades de evaluación no permiten el desarrollo de dichos procesos, ya que la configuración de las clases previstas y la selección de ejercicios para la verificación del aprendizaje de los estudiantes se basan en actividades con características que siguen un modelo tradicional, como por ejemplo, el requisito de que el estudiante sepa calcular áreas y volúmenes a través del uso de fórmulas matemáticas.

El autor no presenta comentarios explícitos en relación a los descriptores que componen los componentes de la interacción entre los estudiantes. En cuanto a la autonomía, el autor comenta que, a través de la ejecución de las actividades propuestas, los estudiantes pueden desarrollar la capacidad de resolver los ejercicios sin el uso de fórmulas, sin embargo, el desarrollo de la secuencia y las tareas propuestas en el mismo, nos llevan a entender que hay pocos momentos en los cuales los estudiantes pueden tomar la responsabilidad del estudio (exploración, desarrollo y validación).

Emocionalmente, el autor asume que el hecho de trabajar con materiales manipulativos, produce la motivación adecuada para los estudiantes. Sin embargo, hay una falta de justificaciones para explicar cómo y de qué manera las actividades promueven posibles actitudes (participación y la perseverancia en las actividades) y emociones (autoestima, precisión y estética de las matemáticas) en los estudiantes.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

El autor justifica la importancia del tema que se aborda en su propuesta de acuerdo con las directrices del plan de estudios de Matemáticas para la Educación Básica. Por otra parte, él presenta justificaciones basadas en el plan de estudios para el uso de materiales, en particular para el uso de los recursos tecnológicos. El autor argumenta que su propuesta permite conexiones intradisciplinarias (geometría plana y geometría del espacio). De hecho, comienza su propuesta con actividades que tienen algunos conceptos de la geometría plana, sin embargo, cuando pasa a la siguiente etapa, la introducción de contenido de geometría espacial, la relación entre las dos geometrías se pierde y el enfoque pasa a ser dado al cálculo de áreas y volúmenes de prismas y pirámides. Además de eso, el autor no presenta argumentos que su propuesta permite un establecimiento de conexiones entre las matemáticas y otras disciplinas, ni su utilidad social y laboral.

Consideraciones

En términos generales, el nivel de análisis didáctica de este TFM puede considerarse bajo, y los criterios mejor contemplados por el autor fueron el cognitivo y el mediacional. Aunque el autor justifica que su propuesta es innovadora mediante el uso de diferentes materiales visuales y manipulativos para la revisión e introducción de nuevos conceptos relacionados con la geometría y para lograr una conexión entre la Geometría Plana y del Espacio, entendemos que, en la propuesta presentada, esta conexión es materializa superficialmente, explorando muy poco los procesos relevantes para la actividad matemática, tal como se describe en los criterios de idoneidad epistémica.

El hecho de que esta propuesta es una propuesta que no ha sido implementada, presenta una baja reflexión en relación a las idoneidades emocionales, ecológicas y de interacción, por ejemplo. En este sentido, la propuesta presenta un desequilibrio en el uso de idoneidades que estamos considerando en nuestro análisis.

Referencias bibliográficas

Brasil (2013). Un análisis cualitativo y cuantitativo de los perfiles de los candidatos a la Maestría Profesional en Matemáticas en la Red Nacional (PROFMAT).

Breda, A. (2016). *Melhorias no ensino de matemática na concepção de professores que realizam o mestrado Profmat no Rio Grande do Sul: uma análise dos trabalhos de conclusão*

ISBN 978-84-945722-3-4

de curso. Tesis doctoral, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Brasil. Disponible en,
http://repositorio.pucrs.br:8080/dspace/handle/10923/8858.

Breda, A., Font, V. y Lima, V. (2015). A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*,*8*(1), 4-41.

Breda, A. y Lima, V.M.R. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. *REDIMAT*, *5*(1), 74-103.
Breda, A., Pino-Fan, L. y Font, V. (2016). Establishing criteria for teachers' reflection on their own practices. En Csíkos, C., Rausch, A. ySzitányi, J. (Eds.), *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 283). Szeged, Hungary: PME.

Breda, A., Font, V. y Lima, V. M. R. (2016). Análise das propostas de inovação nos trabalhos de conclusão de curso de um programa de mestrado profissional em matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, *10*(2), 53-72.

Breda, A., Pino-Fan, L. y Font, V. (en prensa). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education.*

Breda, A., Font, V., Lima, V. M. R y Pereira, M. V. (2017). Criterios utilizados por un profesor para justificar su propuesta didáctica: un estudio de un trabajo de fin de máster. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

Font, V. y Godino, J. D. (2011). Inicio a la investigación en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato. EnC.Col(Ed.), *Matemáticas: Investigación, innovación y buenas prácticas*, 9-55.Graó, Barcelona, España.

Font, V., Planas, N. y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, *33*(1), 89-105.

Godino, J. D. (2011). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas [Indicators of didacticalsuitability of process of teaching and learning of mathematics]. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME).* Recife, Brasil.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education.*ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, *39*(1), 127-135.

ISBN 978-84-945722-3-4

Godino, J. D., Batanero, C. yFont, V. (2008). Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e da instrução matemática. *Acta Scientiae. Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, *10*(1), 7-37.

Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante*, *3*(1), 3-18.

Martinatto, M. A. (2013). *Geometria Espacial no Ensino Médio: sugestões de atividades e avaliações para o conteúdo de Prismas e Pirâmides*. Tesis de mestría, Universidade Federal de Rio Grande, Brasil.

Yin, R. (2001). *Estudo de caso: planejamento e métodos*. Porto Alegre: Bookman.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-355

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: TEATRO COMO RECURSO EDUCACIONAL

Hannah D. G. Lacerda – Marcelo C. Borba
hannahdoralacerda@gmail.com – mborba@rc.unesp.br
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – Rio Claro/ Brasil

Núcleo temático: Recursos para o ensino e aprendizagem das matemáticas
Modalidade: CB
Nível educativo: Secundária
Palavras-chave: Educação Matemática. Teatro. Equação. Imagem Pública da Matemática.

Resumo

Este trabalho tem como objetivo articular Educação Matemática e Teatro, como recurso educacional, a partir de um recorte da pesquisa de mestrado da primeira autora desse trabalho, sob orientação do segundo autor. O foco aqui apresentado está nas potencialidades do Teatro para a comunicação de ideias Matemáticas, especificamente referente à imagem sobre a Matemática que estudantes expressam ao desenvolverem um processo de elaboração e encenação de uma peça teatral sobre o conteúdo Equações. As atividades, envolvendo iniciação à linguagem teatral, escrita e ensaio da peça, foram desenvolvidas com alunos entre 12 e 15 anos em uma escola pública brasileira. Com base na perspectiva da Metodologia de Pesquisa Qualitativa foram realizados entrevistas e grupo focal com os alunos, a partir dos quais, pode-se perceber uma transformação da imagem da Matemática que, por sua vez, influencia no processo de aprendizagem dos alunos. Nota-se, nessa pesquisa, que o uso das Artes, particularmente do Teatro, atrelado ao ensino de Matemática apresenta uma possibilidade dos alunos se expressarem matematicamente a partir de diversas linguagens, por meio da fala, dos gestos, da criação de histórias, entre outros, favorecendo, deste modo, o ensino e o aprendizado de Matemática.

Educação Matemática Encena

Quais imagens sobre a Matemática e sobre equações estudantes expressam quando desenvolvem performances matemáticas teatrais? Essa pergunta norteou a dissertação de

ISBN 978-84-945722-3-4

mestrado de Lacerda (2015)[19], que buscou articular Teatro e Educação Matemática a partir do diálogo com a noção de Performances Matemáticas Digitais (PMDs).

Entendemos por PMDs um processo de comunicação digital de ideias matemáticas a partir de uma interlocução com as Artes, como o teatro, a música, a poesia, o design gráfico, dentre outros. Scucuglia (2012 p. 18, tradução nossa), define as PMDs como sendo narrativas multimodais, que, além da escrita, "são compostas por vídeos, imagens, desenhos, simulações em flash, sons, discursos, gestos e outros elementos que compõem designs multimodais".

A partir dessa noção, propomos pensar em Performances Matemáticas Teatrais (PMTs), apresentando o Teatro como uma arte performática, mas que não evidencia o digital enquanto processo. Neste trabalho, discutiremos aspectos relacionados às PMTs, visto que em Lacerda & Borba (2016) apresentamos a articulação, proposta em Lacerda (2015), entre Teatro, Educação Matemática e a noção de PMDs.

[19] Agradecemos à CAPES pelo financiamento da pesquisa e aos colegas do GPIMEM pelas contribuições. Disponível em http://www.rc.unesp.br/gpimem/. Acesso em abril de 2017.

ISBN 978-84-945722-3-4

Figura 1: Um dia de Equações

Fonte: Dados de pesquisa (2014)

O processo de produção das PMTs foi realizado com um grupo de 12 alunos entre 12 e 15 anos de uma escola pública brasileira, no interior do estado de São Paulo, que se dispuseram voluntariamente a participar em horário extraclasse (Figura 1). No primeiro encontro, foi desenvolvido um grupo focal com os participantes, com o objetivo de discutir suas imagens sobre a Matemática, abordando ideias como para que ela serve, as relações dos alunos com tal disciplina escolar e, ainda, as possibilidades do Teatro nessas relações. Segundo Powell e Single (1996, p. 499, tradução nossa), "um grupo focal é um grupo de indivíduos selecionados e reunidos por pesquisadores para discutir e comentar, a partir de sua experiência pessoal, o tema que é objeto da pesquisa". Nesse momento, também foram discutidos conteúdos matemáticos os quais os alunos se interessavam ou aqueles que os desagradavam. A partir dessa discussão, eles mesmos escolheram o conteúdo matemático equação para ser trabalhado durante um processo de elaboração e escrita de uma peça teatral. Os primeiros encontros foram destinados, então, à uma introdução à linguagem teatral e aos primeiros jogos dramáticos, nos quais os alunos improvisavam cenas teatrais com os temas: Matemática, aula de Matemática, relação entre professor e aluno; características das

ISBN 978-84-945722-3-4

equações, equações no cotidiano, entre outros. A partir desses exercícios, foi sendo criado o roteiro da peça teatral "Um dia de Equações" que, a partir da transcrição das cenas propostas e elaboradas pelos alunos, foi organizado pela primeira autora desse trabalho. Após uma primeira versão, os alunos fizeram a leitura do mesmo e sugeriram modificações.

Com o texto finalizado, os ensaios e a produção da peça se iniciaram. Os alunos participantes estiveram à frente desse processo em todos os aspectos, propondo a organização das cenas, escolhendo figurino, cenário e determinando os papéis de cada um. Havia chegado a hora, então, das apresentações. As duas primeiras ocorreram no Centro Cultural da cidade, e tiveram como público, primeiramente, os alunos da escola e, depois, amigos e familiares dos, agora, atores e atrizes. Nessa ocasião, a Secretária de Educação do município assistiu à peça e nos convidou para apresentá-la nas outras escolas da cidade, proporcionando o compartilhamento do trabalho com grande parte daquela comunidade escolar.

A partir desse contexto, Lacerda (2015) lançou mão de procedimentos metodológicos que lhe permitissem discutir os aspectos relacionamos às imagens sobre Matemática e sobre equações expressas pelos alunos envolvidos. Vale esclarecer que estamos entendendo imagem da Matemática a partir da definição proposta por Lim (1999, p. 13, tradução nossa):

> [...] uma representação mental ou visão da matemática, presumivelmente construída como resultado de experiências sociais, mediadas através da escola, pais, colegas ou meios de comunicação de massa. Esse termo também é entendido de forma ampla para incluir todas as representações visuais, verbais, imagens metafóricas e associações, crenças, atitudes e sentimentos relacionados à matemática e a experiências de aprendizagem matemática.

Dessa forma, temos a imagem como algo subjetivo à cada um dos envolvidos, o que levou Lacerda (2015) a fundamentar sua investigação na perspectiva da Metodologia de Pesquisa Qualitativa, que tem como foco entender e interpretar dados e discursos de um determinado grupo de participantes (D'Ambrósio, 2012). Além do Grupo Focal, os procedimentos metodológicos consistiram em observação participante, entrevistas semiestruturadas e filmagem dos encontros.

A observação participante se caracteriza como "uma técnica que possibilita ao pesquisador entrar no mundo social dos participantes do estudo com o objetivo de observar e tentar descobrir como é ser um membro desse mundo" (Moreira & Caleffe, 2008, p. 201). Já as entrevistas, segundo Poupart (2012), permitem acesso ao ponto de vista dos sujeitos envolvidos. As filmagens dos encontros, por sua vez, foram utilizadas devido à característica

ISBN 978-84-945722-3-4

do vídeo possibilitar “visões sob múltiplos pontos de vista” (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004, p. 10).

Esses procedimentos, portanto, foram importantes para que a pesquisadora voltasse seu olhar para as imagens expressas pelos alunos durante os encontros, para as improvisações teatrais, para suas falas nas entrevistas e no grupo focal. Na próxima seção, apresentaremos a peça “Um dia de Equações” e discutiremos as imagens associadas à Matemática e ao conteúdo equações evidenciadas durante esse processo.

Um dia de Equações: Imagens sobre Matemática e Equações

Um programa de televisão: o Show da Matemágica. Um garoto, uma garota: duas famílias. Um prêmio: um dia de Equações. Nossa história começa com esses elementos. A Matemágica, em seu show televisivo lança um desafio: resolver a equação $3x+6=24$ e, como prêmio, o telespectador que acertar a resolução pode participar do show ao vivo no próximo programa. Um garoto, Godofredo, liga para o programa mas erra o resultado da equação. Logo em seguida, uma garota, Carlota, acerta o resultado e se anima com a ida ao programa da Matemágica. Os pais de Godofredo, no entanto, decidem levá-lo ao programa mesmo ele não tendo ganhado o prêmio.

A peça se desenvolve, então, a partir da jornada dessas duas famílias até o show da Matemágica. Cada uma das cenas retrata um dos elementos associados ao conteúdo equações que foram propostos pelos alunos durante o processo. Essa primeira cena retrata a ideia da Matemática como algo difícil, cuja resolução de alguns problemas é digna de uma premiação. Na cena dois, “o sonho”, Godofredo tem um pesadelo com as equações, retratando uma ideia negativa em relação à Matemática. Carlota, por sua vez, perde sua bombinha de asma e compara a busca por ela com o processo de resolução de uma equação, abordando o conceito de incógnita. Na cena quatro, a família de Godofredo vai ao supermercado e discute uma situação cotidiana em que, implicitamente, as equações aparecem como forma de resolução de um problema. A família de Carlota também se depara com uma situação em que utilizam uma equação para poderem atravessar um rio com uma balsa, encontrando a quantidade de carros que a balsa suporta. Na cena seis, as duas famílias se encontram em um jogo onde são problematizadas as regras de sinais da adição e subtração durante a resolução de uma equação. Depois do jogo, Carlota e sua família encontram duas estátuas que trazem a ideia

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

de simetria e equilíbrio, características das equações. Já Godofredo se depara com uma roda de capoeira em que a música fala sobre as equações na sala de aula. Chega então o Show da Matemágica, no qual ela adivinha o número pensado por Carlota a partir das operações inversas que aparecem na resolução das equações. Por fim, as famílias se encontram em um restaurante e conversam sobre como as equações apareceram naquele dia. A peça termina com uma paródia com o tema: equações.

A partir do breve relato sobre a peça, podemos perceber alguns temas referentes à imagem que os alunos expressaram durante esse processo sobre equação. Dentre eles, destacamos: letras, números e operações; balança/igualdade; incógnita; e as regras.

O primeiro tema traz uma concepção que os alunos apresentaram sobre equação: um conjunto de letras, números e operações, cujo objetivo é descobrir o valor da letra, da incógnita. As equações também são vistas pelos alunos associadas à ideia de igualdade e representadas por uma balança de dois pratos, cujo equilibro é fundamental. A terceira temática corresponde à incógnita, que se traduz como uma letra representando um número, cuja "descoberta" é o objetivo da resolução de uma equação. E, por fim, os alunos expressam as regras para a resolução de equações como as operações inversas e as regras de sinais.

Outras imagens também podem ser destacadas a partir da peça teatral, da observação dos encontros, do grupo focal e das entrevistas, são elas as imagens que os estudantes expressam da Matemática, associadas aos temas: disciplina escolar; transformação da imagem negativa; cotidiano; recompensa e símbolos matemáticos.

Em diversos momentos durante o processo de elaboração da peça teatral a sala de aula apareceu como pano de fundo, evidenciando a Matemática como *disciplina escolar*, englobando aspectos que dizem respeito à aula de Matemática, às relações entre o professor de Matemática e os alunos, bem como aos conteúdos e às avaliações. A imagem negativa da Matemática também esteve bastante presente nas primeiras falas dos alunos, que afirmavam não gostar de Matemática, cujos procedimentos relacionados a ela são vistos como chatos, complicados e frustrantes quando não são resolvidos de forma correta. No entanto, no decorrer do processo teatral, pode-se perceber uma *transformação da imagem negativa,* a partir de uma reconstrução da imagem expressa pelos alunos sobre a Matemática. A presença da Matemática no *cotidiano* foi outra ideia destacada pelos alunos em suas falas e improvisações teatrais, particularmente no que se refere à Matemática Financeira. A temática

ISBN 978-84-945722-3-4

recompensa englobou três aspectos: a Matemática vista de uma maneira desafiadora; como um processo, que parte de um problema difícil e transforma-se em algo mais simples, a medida que vai sendo resolvido; e como uma conquista. Por fim, a fala "Matemática é número" caracteriza a última temática, *símbolos matemáticos*, associando Matemática às ideias de números, contas, sinais e fórmulas.

A pesquisa de Lacerda (2015) nos dá elementos para percebermos que o processo teatral envolvendo a comunicação de ideias matemáticas permite que os alunos se expressem de uma forma diferente da que estão acostumados nas aulas de Matemática de maneira geral, que se caracteriza pela linguagem oral e escrita. O uso das Artes, particularmente do Teatro, atrelado ao ensino de Matemática apresenta uma possibilidade dos alunos se expressarem matematicamente de diferentes maneiras, por meio da fala, dos gestos, da criação de histórias, entre outros, possibilitando que o ensino e o aprendizado possam ser explorados a partir de diversas linguagens.

Teatro como Recurso Educacional

A Educação Matemática se preocupa, entre outras questões, com "a compreensão de elementos relacionados ao ensino e à aprendizagem de Matemática" (Garnica, 2001, p. 46). Dessa forma, muitos pesquisadores se voltam para o estudo de recursos educacionais. Temos, então, uma gama enorme de possibilidades visto que, diferentes pesquisadores pensam e propõe diferentes recursos. Mas não podemos esquecer que os alunos para os quais esses recursos são pensados também têm suas particularidades e cada um deles aprende e se expressa de uma maneira diferente. Nesse sentido, propomos o teatro como uma possibilidade dentre várias para comunicar ideias matemáticas em um ambiente de sala de aula.

Em Borba & Lacerda (2015) defendemos a necessidade de uma mudança da sala de aula. Dentre outras propostas, corroboramos Cartaxo (2001, p. 65) que, pensando a relação entre Teatro e Educação, na perspectiva da Escola Básica, afirma que, em muitos casos, o Teatro

> [...] ultrapassa o conteúdo programático do ensino de arte e passa a ser usado como recurso didático para outras disciplinas, caracterizando-se assim como um recurso pedagógico importante, cuja ação didática se justifica e é enaltecida em função de sua dinâmica na rotina escolar.

ISBN 978-84-945722-3-4

Destacamos também a possibilidade de abrir a sala de aula e propiciar o envolvimento da família e da comunidade na comunicação de ideias matemáticas. Isso porque, não temos teatro sem uma plateia e, produzir uma peça teatral só faz sentido se ela for apresentada a um público, disseminando esse processo de pensar matemática para além da sala de aula.

Nosso próximo projeto, já em andamento, segue na busca de articular Educação Matemática e Arte, agora tendo como foco o uso de vídeos na aula de Matemática. Fazendo parte do projeto intitulado E-licm@t-Tube[20], o doutoramento da primeira autora, sob orientação do segundo autor desse trabalho, tem como foco analisar as potencialidades das manifestações artísticas na comunicação de ideias matemáticas em vídeos submetidos ao I Festival de Vídeos Digitais e Educação Matemática. O Festival[21] tem como foco o compartilhamento de vídeos que discutem ideias matemáticas, produzidos por alunos e professores da Escola Básica e de Licenciaturas em Matemática.

O vídeo, como recurso educacional, também possibilita levar a Matemática para além da sala de aula e contribuir para a transformação da imagem da Matemática. Diversas possibilidades podem ser exploradas ao atrelar recursos artísticos e tecnológicos nessa linguagem. Matemática e criatividade são os elementos principais nessa proposta.

Referências bibliográficas

Borba, M. C., & Lacerda, H. D. G. (2015). Políticas Públicas e Tecnologias Digitais: um celular por aluno. Educação Matemática Pesquisa, 17(3), 490–507.

Cartaxo, C. (2001). *O ensino das artes cênicas na escola fundamental e média*. João Pessoa: Carlos Cartaxo.

D'Ambrósio, U. (2012). Prefácio. In M. C. Borba & J. L. Araújo (Orgs.), *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática* (4º ed, p. 11–22). Belo Horizonte: Autêntica.

[20] Projeto Vídeos Digitais na Licenciatura em Matemática a Distância aprovado no Edital Produtividade em Pesquisa (Processo nº 303326/2015-8) do CNPq

[21] Mais informações disponíveis no site http://www.festivalvideomat.com/. Acesso em abril de 2017.

ISBN 978-84-945722-3-4

Garnica, A. V. M. (2001). Pesquisa Qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. *MIMESIS*, *22*(1), 35–48.

Lacerda, H. D. G. (2015). *Educação Matemática Encena* (Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)). Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro.

Lacerda, H. D. G., & Borba, M. C. (2016). Educação Matemática Encena: Performances Matemáticas Teatrais. In Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática (p. 1–12). São Paulo: ENEM.

Lim, C. S. (1999). Public Images of Mathematics (Tese (Doutorado em Educação)). University of Exeter, Exeter. Recuperado de http://people.exeter.ac.uk/PErnest/pome15/lim_chap_sam.pdf

Moreira, H., & Caleffe, L. G. (2008). *Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador* (2º ed). Rio de Janeiro: Lamparina.

Poupart, J. (2012). A entrevista de tipo qualitativo: considerações epistemológicas, teóricas e metodológicas. In J. Poupart, J. P. Deslauriers, L. H. Groulx, A. Lapèrriere, R. Mayer, & A. P. Pires, *A pesquisa Qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos* (p. 215–153). Petrópolis: Vozes.

Powell, A. B., Francisco, J. M., & Maher, C. A. (2004). Uma abordagem à Análise de Dados de Vídeo para Investigar o Desenvolvimento das Ideias Matemáticas e do Raciocínio de Estudantes. *Bolema. Boletim de Educação Matemática*, *17*(21), 81–140.

Powell, R. A., & Single, H. M. (1996). Focus Groups. *International Journal for Quality in Health Care*, *8*(4), 499–504.

ISBN 978-84-945722-3-4

Scucuglia, R. (2012). *On the nature of students' digital mathematical performance* (Tese (Doutorado em Educação)). University of Western Ontário, London.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-359

LA CLAVE PARA SUBIR EL NIVEL DE LAS COMPETENCIAS MATEMÁTICAS DE NUESTRO ALUMNADO: NUESTRA EXIGENCIA Y… E.S.E.M.

Xavier Vilella Miró
xvilella@xtec.cat
Grup Vilatzara – ICE Universitat Autònoma de Barcelona

Modalidad: CB
Nivel educativo: Primario Medio Secundario
Núcleo temático: Formación del profesorado en Matemáticas
Palabras clave: enriquecimiento, andamiaje, empoderamiento, metareflexión

Resumen

La reflexión sobre mi práctica docente ya me lo decía. Los estudios de doctorado y mi participación en equipos de investigación me lo demuestra. Mi labor de formación continua del profesorado lo confirma: para que aumente el nivel competencial de nuestro alumnado en matemáticas debemos exigir más de el. Pero esta exigencia en aumento tiene unas características determinadas, y debe ir acompañada de 4 actuaciones por nuestra parte: en sus términos en inglés, Enrichment, Scaffolding, Empowerment y Metareflection (E.S.E.M.). Es decir: enriquecimiento constante de propuestas de aula pobres y de la gestión de la actividad, basado en el reto desde el inicio, manteniendo su motivación durante todo el aprendizaje; andamiaje adecuado para cada aprendiz, que facilita la ayuda necesaria y ajustada, cuando conviene ofrecerla; empoderamiento, que da seguridad y confianza en las propias capacidades; metareflexión, que incluye pensar, analizar, observar, reinterpretar la práctica diaria, y que facilita que el aprendiz sea consciente e interiorice lo aprendido. Presento ejemplos de aula, con algunos trabajos de alumnos y alumnas, que muestran que este planteamiento es posible, no pide un esfuerzo desmesurado y ayuda al éxito escolar de nuestro alumnado.

La reflexión sobre mi práctica docente ya me lo decía. Los estudios de doctorado y la participación en equipos de investigación me lo demuestran. Mi labor de formación continua del profesorado lo confirma. Para que aumente el nivel competencial de nuestro alumnado en matemáticas debemos exigir más de el. Pero esta exigencia en aumento tiene unas características determinadas, y debe ir acompañada de 4 actuaciones por nuestra parte: en sus términos en inglés, *Enrichment, Scaffolding, Empowerment y Metareflection (E.S.E.M.)* Es decir:

- Enriquecimiento constante de propuestas de aula competencialmente pobres y de la gestión de la actividad, basado en el reto desde el inicio;
- Andamiaje adecuado para cada aprendiz, que facilita la ayuda necesaria y ajustada, cuando conviene hacerlo;

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

- Empoderamiento, que da seguridad y confianza en las propias capacidades y permite seguir aprendiendo;
- Metareflexión, que incluye pensar, analizar, observar, reinterpretar la práctica diaria, y que facilita que el aprendiz sea consciente e interiorice lo aprendido.

¿Qué quiere decir exigir más?

No nos referimos a avanzar contenidos de cursos posteriores, eso no ayuda a subir el nivel competencial de nuestro alumnado, sino que produce el nivel más bajo posible: el nivel reproductivo, en términos de PISA. De lo que se trata es de conseguir el nivel más alto, el reflexivo. Y para ello no debemos avanzar nada, sino plantear nuestro trabajo en el aula teniendo como objetivo facilitar la reflexión constante para la construcción del conocimiento matemático.

El profesor o profesora debe dominar a fondo el contenido que imparte. Por ejemplo, en Infantil i Primaria debe comprenderse qué quiere decir el sentido numérico. Dar sentido numérico a nuestros alumnos significa una manera de pensar y resolver problemas, identificar el papel de los números para interpretar fenómenos, identificar el valor absoluto y relativo, comprender el significado del sistema de numeración decimal, del valor posicional… y se desarrolla explorando los números, usándolos en diferentes contextos, relacionándolos, etc. A partir de esta comprensión el maestro o la maestra tendrán la posibilidad de trasladarlo a su alumnado.

Otro ejemplo, el pensamiento geométrico. A menudo se piensa que va de poner nombres a polígonos y clasificarlos, recordar algunas propiedades de figuras planas o cuerpos, usar fórmulas para calcular áreas o volúmenes… Pero en realidad, siguiendo los Estándares del NCTM (2000) debería tener relación con la comprensión del espacio, los significados de nociones geométricas que permiten construir modelos del mundo físico y fenómenos del mundo real, así como un método para construir representaciones visuales de conceptos y procesos de otros bloques de matemáticas y otras áreas, una manera de desarrollar el razonamiento deductivo…

Podríamos hablar de la Proporcionalidad o la Estadística, temas que en muchos casos o no se dan (recordad la posición de estas lecciones en los libros de texto) o se hace de una manera

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

superficial… ¿Cómo podemos exigir más al alumnado para aumentar su nivel competencial si nosotros mismos no tenemos un conocimiento profundo de los contenidos que enseñamos?

Con exigir más no basta

El profesorado ya está enseñando, y lo hace lo mejor que sabe. Si queremos mejorar nuestro trabajo, lo que debe traducirse en un aumento del nivel competencial de todo nuestro alumnado, deberemos ir introduciendo modificaciones que persigan este objetivo. Aquí proponemos 4 actuaciones que facilitan el proceso.

Enriquecimiento competencial de propuestas pobres

Utilizaremos un ciclo reflexivo. Para enriquecer una actividad pobre debemos empezar por detectarla. Ello implica disponer de un criterio sobre riqueza competencial. Un buen criterio puede ser el grado de desarrollo de aspectos competenciales que consigue la actividad en nuestro alumnado. Este criterio presenta un nuevo reto para el profesorado: cómo evaluar el éxito obtenido en el desarrollo competencial. Podemos basarnos en las observaciones de aula que muestren dicho avance competencial.

Una vez establecida la pobreza competencial de una actividad, procedemos a enriquecerla. Hay muchas formas de hacerlo: contextualizarla, cambiar la pregunta, escondiendo datos, ofreciendo muchos más datos de los necesarios, etc. La actividad enriquecida debe llevarse al aula para comprobar la mejora conseguida. Observaremos de nuevo las actuaciones competenciales de nuestro alumnado y decidiremos el grado de éxito obtenido. Ahí empieza un nuevo ciclo reflexivo.

Para ver ejemplos de enriquecimiento de actividades pobres, puede consultarse, en las actas de las JAEM de Mallorca 2013, la aportación "Álgebra y dependencia funcional en la ESO. Una propuesta para subir el nivel competencial de todos los alumnos".

También pueden consultarse en las actas de las JAEM de Cartagena 2015, las aportaciones "¿Se puede introducir la idea de infinito, la base del concepto de límite, en 1º de la ESO?", o bien "¿Qué ocurrió en ese aciago día? Del contexto a la tarea de estadística, y de nuevo al contexto". Los cuadernillos que edita la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) cada año en el Día Escolar de las Matemáticas son un buen ejemplo de propuestas de actividades ricas. También ejemplos relacionados con el bloque de Medida en el número 232 de la Biblioteca de UNO, "La participación en el aula de matemáticas".

ISBN 978-84-945722-3-4

Otros ejemplos que se pueden consultar son los del Grup Vilatzara: “Un viaje matemático” en el número 298 de Cuadernos de Pedagogía; la propuesta para desarrollar el álgebra en la ESO, consultable en la web del ICE de la Universidad Autónoma de Barcelona, **blogs.uab.cat/icematematiques**; en el número 27 de la revista UNO, “Proyectos en la ESO. Una actividad rica”; en las actas de las JAEM de Albacete 2005, “Investigaciones matemáticas en la ESO”; en las actas del CIEAEM 51, de julio de 1999, “A mathematical travel arround the world”.

Andamiaje adecuado para cada aprendiz

La posibilidad de ofrecer el andamiaje adecuado a cada alumno depende en gran medida de la gestión de la actividad en el aula. Así, si se utiliza la clase magistral como método de enseñanza, será muy difícil atender a las necesidades de apoyo individuales. Tampoco permitirá usar elementos de la construcción social del conocimiento. No facilitará en absoluto la observación de actuaciones competenciales del alumnado porque, simplemente, no se podrán mostrar ante nosotros.

Si lo que deseamos es subir el nivel competencial de cada alumno, hemos de empezar por gestionar el aula de manera que cada cual pueda llegar al nivel máximo de su aprendizaje, que no será el mismo para todos. Esto quiere decir que al plantear la tarea al alumnado daremos la mínima pauta posible, permitiendo que cada alumno se plantee lo que se espera de él, analice el reto que tiene delante, y tome sus primeras decisiones. En el desarrollo de la actividad es conveniente incluir tres fases de trabajo: la individual, la de pequeño grupo y la de gran grupo. En cada una de ellas podremos realizar observaciones de diferente índole, que nos ayudarán a establecer el éxito obtenido en términos de desarrollo competencial.

Hay otras formas de gestionar el aula que facilitan tanto la participación del alumnado como nuestras observaciones de actuaciones competenciales. Una de ellas, el debate entre iguales. En él, la clave reside en nuestro silencio, dejando que sean los propios alumnos los que intenten establecer la verdad de lo que se discute o la correcta solución a una actividad. Cuando decimos que debemos mantener silencio, esto no quiere decir que no intervengamos cuando lo consideremos necesario, y siempre al final del debate para estructurar lo aprendido y facilitar la fase metareflexiva. Para ver un ejemplo de ello, podemos consultar en las actas de las JAEM de Cartagena 2015 la aportación “Diálogo entre iguales. Una herramienta para

ISBN 978-84-945722-3-4

la construcción del conocimiento matemático”, o bien en la Biblioteca de Aula de Editorial Graó, tomo 257, “El diálogo en el aula de matemáticas como comunidad de prácticas”.

Empoderamiento

Empoderar, en su acepción de diccionario, significa que una persona adquiere o recibe los medios para reforzar su potencial en términos económicos, políticos o sociales. En nuestro campo, podemos interpretarlo como reforzar las capacidades, confianza, visión y protagonismo de las personas con el fin de verse capaces para impulsar cambios positivos de las situaciones en las que viven. En definitiva, creer en nosotros mismos y disponer de los recursos para saber qué es lo que se puede hacer. Empoderar involucra la interrelación personal, la calidad en la comunicación, la coherencia del mensaje, la autonomía emocional. Si se presentan al alumnado propuestas de trabajo enriquecidas, que representen un verdadero reto, abiertas a alcanzar diferentes niveles, que faciliten el trabajo cooperativo, y además se suministra el andamiaje preciso, es posible que podamos conseguir uno de los principales objetivos de la enseñanza competencial, el empoderamiento de nuestros alumnos y alumnas. El empoderamiento se relaciona con la toma de decisiones por parte del empoderado, que requiere que tenga criterios para decidir, así como opiniones propias sobre el tema. Estas condiciones son muy exigentes si pretendemos que se den en aulas tradicionales, pero se pueden implantar más fácilmente si en nuestra aula tenemos el objetivo explícito de conseguir desarrollo competencial y usamos el enriquecimiento y el andamiaje como elementos metodológicos.

Para que podamos empoderar a nuestro alumnado, el aula debe ser un espacio de indagación, en el que se puedan (y se deban) formular preguntas interesantes que muevan el pensamiento reflexivo, el trabajo cooperativo, el debate entre iguales, el establecimiento de consensos y acuerdos, y la formulación de conclusiones. Puede ser interesante consultar el artículo de Núria Gorgorió y Núria Planas en Aula de Innovación Educativa, número 132, “Interacción, diálogo y negociación en el aula de matemáticas”.

Metareflexión

En cada actividad o, en su caso, secuencia de actividades, conviene prever una reflexión final en base a preguntas como “¿qué he aprendido hoy (en este tema, en este curso…)?” Una pregunta de este tipo permite al alumno pensar, analizar, observar, reinterpretar la práctica diaria, y facilita que sea consciente e interiorice lo aprendido. Evidentemente, cada alumno

ISBN 978-84-945722-3-4

reacciona a su manera ante la reflexión que se le pide, y debemos esperar grados diferentes de profundización según el nivel competencial personal. Ahora bien, si se realiza una puesta en común algunas buenas reflexiones pueden ser modelo para sucesivas ocasiones.

Hay otra reflexión que no espera al final del tema o la secuencia. Por ejemplo, sobre una metodología, podemos preguntar "¿Cómo ves esta manera de hacerlo?", "Prefieres trabajar así o como otros días?", "Para trabajar este tema, ¿qué crees que es mejor: en pequeños grupos o individualmente?". O bien, siguiendo a Skovsmose (1994), sobre un procedimiento: "¿Podemos elegir entre diferentes algoritmos?", "Este algoritmo, ¿es utilizable en cualquier circunstancia?", "¿Podríamos usar herramientas tecnológicas?". Incluso podemos preguntar: "Supongamos que hemos calculado correctamente y utilizado un algoritmo de manera consistente, ¿podemos entonces encontrar un resultado que podamos utilizar en la realidad?" Esta pregunta se relaciona con la modelización.

Hay muchas posibles preguntas que facilitan la reflexión del alumnado, de muchos distintos niveles de dificultad, que llevan a reflexionar sobre diferentes puntos de lo que hemos trabajado en el aula. El profesor o la profesora puede escoger las que le parezcan más relevantes para sus alumnos y su situación, pero lo importante es provocar la metareflexión.

Conclusión

Quizás los ejemplos que hemos incorporado sean insuficientes, o no sean los más acertados, pero lo importante es que se comprenda que conseguir mejorar el nivel de competencia matemática de nuestro alumnado, sea en el nivel o en la etapa que sea, no es fácil, y requiere de nuestra atención y nuestro esfuerzo, no solamente del suyo.

El dominio de los contenidos que enseñamos, en relación a la didáctica, a las dificultades que la investigación nos lleva diciendo desde hace años que se van a encontrar, a la manera como podemos intentar afrontarlos, a como debemos evaluarlos, es la base para esta mejora.

El profesorado de aula partimos de una situación actual, que debemos ser capaces de analizar críticamente para contrastarla con lo que nos dice la teoría y la investigación y poder re-describir nuestra práctica de aula. Este ciclo de reflexión, unido al trabajo en equipo con los compañeros y compañeras del claustro, puede llevarnos al éxito que esperamos conseguir.

Bibliografia

ISBN 978-84-945722-3-4

Burgos, S. y otros (2006): La participación en el aula de matemáticas. En Goñi, J.M. (Ed.) Matemáticas e interculturalidad. Biblioteca de UNO, 232, capítulo 3, pp. 49-62. Barcelona: Graó.

National Council of Teachers of Mathematics (2003): *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Granada: editado y traducido por SAEM Thales.

Planas, N.; Gorgorió, N. (2004): Interacción, negociación y diálogo en el aula de matemáticas. AULA de Innovación Educativa, 132, pp. 22-26

Skovsmose, O. (1994): *Towards a philosophy of criticaql mathematics education*. Kluwer, Dordrecht.

Vilatzara, Grup (2013): Álgebra y dependencia funcional en la ESO. Una propuesta para subir el nivel competencial de todos los alumnos. Actas de XVI JAEM. Palma: FESPM.

Vilatzara, Grup (2005): Investigaciones matemáticas en la ESO. Actas de XII JAEM. Albacete: FESPM.

Vilatzara, Grup (2001): Proyectos en la ESO. Una actividad rica. UNO Revista de didáctica de las Matemáticas, núm. 27, pp.21-36.

Vilatzara, Grup (2001): Un viaje matemático. Cuadernos de Pedagogía, núm. 298, pp. 32-35

Vilatzara, Grup (1999): A mathematical travel arround the world. Actas del CIEAEM 51, Chichester.

Vilella, X. (2015): ¿Se puede introducir la idea de infinito, la base del concepto de límite, en 1º de la ESO? Actas de XVII JAEM. Cartagena: FESPM.

Vilella, X. (2015): ¿Qué ocurrió en ese aciago día? Del contexto a la tarea de estadística, y de nuevo al contexto. Actas de XVII JAEM. Cartagena: FESMP.

Vilella, X. (2015): Diálogo entre iguales. Una herramienta para la construcción del conocimiento matemático. Actas de XVII JAEM. Cartagena: FESPM.

Vilella, X. (2009): El diálogo en el aula de matemáticas como comunidad de prácticas. En Planas, N., Alsina,A. Educaciñon matemática y buenas prácticas. Biblioteca de Aula, núm. 257, pp.167-177. Barcelona: Graó

ISBN 978-84-945722-3-4

Vilella, X. (2007): *Matemáticas para todos. Enseñar matemáticas en un aula multicultural*. Barcelona: ICE-Universitat de Barcelona/ HORSORI

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-360

INFINITO EN EL AULA DE MATEMATICAS: PONER LA BASE DESDE LOS 12 AÑOS

Xavier Vilella Miró
xvilella@xtec
Grup Vilatzara: ICE-Universitat Autònoma de Barcelona
España

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos
Modalidad: CB
Nivel educativo: Medio o Secundario
Palabras clave: infinito, potencial, actual, representación

Resumen

Cuando llega el momento de usar el concepto de infinito (asíntotas, decimales periódicos, irracionales, límite, progresiones, conjuntos numéricos, continuidad, intervalos, regiones no acotadas, rectas y planos...) ¿estamos seguros de que el alumnado tiene la base para hacerlo? Pienso que debemos empezar a introducir el concepto de infinito desde los 12 años, y continuar su enseñanza explícita durante toda la secundaria obligatoria si deseamos que la comprensión de muchos conceptos posteriores tenga éxito. Parte del profesorado que imparte matemáticas en los primeros niveles a menudo no conoce los diferentes tipos de infinito, especialmente el potencial y el actual, con lo que aún en el caso de comentarlo explícitamente en el aula no va más allá del infinito potencial. Presento algunas actividades para desarrollar el concepto de infinito para alumnos desde 12 años, a partir de contenidos de matemáticas como la probabilidad, los fractales, las fracciones, los decimales periódicos...

Encontramos el concepto de infinito en decimales periódicos, asíntotas, números irracionales, el límite, en progresiones de infinitos términos, en la precisión en la medida, en los conjuntos numéricos, rectas y semirrectas, intervalos infinitos, rectas paralelas, regiones no acotadas, infinitas soluciones, plano en el espacio…

Resulta paradójico que un concepto tan presente en las matemáticas a partir de los 16 años (incluso antes), prácticamente no aparezca antes de esa edad en las matemáticas escolares. Las razones por las que sucede este hecho, en opinión de parte del profesorado, son variadas: desde las epistemológicas hasta las didácticas, pasando por la falta de conocimiento profundo del tema por parte de algunos profesores.

ISBN 978-84-945722-3-4

Tengamos en cuenta que el pensamiento matemático en procesos que implican el infinito es distinto al de fenómenos finitos. Para procesos que involucran el infinito no podremos aplicar la lógica y la intuición habitual para procesos finitos.

Para empezar, recordemos que hay dos tipos de infinito: el infinito potencial y el infinito actual. El primero se interpreta como un proceso sin fin. El segundo, como un proceso infinito que culmina, que alcanza sus límites. Un ejemplo de este segundo tipo de infinito es la afirmación siguiente: 0,99999…. = 1 ¿Cuántos de nosotros podemos afirmar sin dudar que nuestro alumnado comprende esta igualdad cuando acaba la ESO, a los 16 años? La mayoría de profesores que he podido consultar afirman que su alumnado (al menos el más preparado) llega a comprender el infinito potencial, es decir, que 0,9 periódico tiene infinitos decimales, pero inmediatamente añaden que nunca llegará a 1. Esta concepción del infinito (potencial), sin duda intuitiva, servirá como base sólo parcialmente cuando llegue el momento de abordar conceptos como el de límite, la interpretación geométrica de la derivada, etc. De hecho, podemos centrar su atención en que, si consideramos los dos miembros de esa igualdad como números, estos difieren en valor absoluto en una cantidad menor que cualquier número positivo, es decir *esta diferencia sólo puede ser cero*.

Si preguntamos a nuestros alumnos dónde creen que hay más puntos, en un segmento corto o en uno largo, ¿cuántos afirmarán que en el largo? ¿El todo es mayor que la parte? ¿Seguro? ¿Siempre? En estos casos, la medida induce a la confusión.

De lo que estamos hablando es del paso del pensamiento matemático elemental (PME) al avanzado (PMA). Harel y Sowder (2005) afirman: "Nuestro punto de vista es que las raíces del pensamiento matemático para las matemáticas avanzadas deben favorecerse durante el estudio de las matemáticas elementales. Formas generales de pensamiento, construidas sobre formas ricas de comprensión en matemáticas elementales pueden colaborar simbióticamente con formas posteriores de comprensión y de pensamiento en matemáticas avanzadas", podemos considerar la posibilidad de introducir el infinito en las aulas a partir de los 12 años.

Las propuestas que siguen, relacionadas con el infinito potencial y el actual, encajan perfectamente en la concepción de Gray y otros (1999) sobre el PMA: "La noción de PMA implica la creación de mundos mentales nuevos en la mente del individuo que pueden ser completamente hipotéticos".

Por todo lo dicho, propongo que afrontemos la didáctica del infinito desde los 12 años.

ISBN 978-84-945722-3-4

Podemos empezar por el infinito potencial, para ir presentando el infinito actual. Deberemos combinar los contextos geométricos con los contextos numéricos, porque determinan en buena medida el modelo intuitivo que se aplique (Belmonte, 2009)

Hay una serie de actividades que pueden servir a este propósito, que servirán para empezar: los decimales infinitos, las infinitas fracciones equivalentes, el Ojo de Horus (y las sumas de series de fracciones a partir de dicho Ojo), el conjunto de Cantor, la curva de Kock, …

Los decimales infinitos

Cuando escribimos 0,3 nadie duda de que estamos representando un número, en concreto un número decimal, que ocupa un lugar en la recta numérica. Para representarlo en dicha recta, parte del alumnado divide el segmento unidad en tres partes y marca la posición del primer tercio con la etiqueta 0,3. Pero esto no es exacto, dado que al dividir 1 entre 3 el resultado es 0,33333… El decimal periódico es incómodo. Nos complica la vida, ¿Vale la pena introducir esta duda en el aula? Yo creo que sí, porque nos llevará a discutir diferentes aspectos:

- cómo podemos mejorar la representación de 0,3
- al marcar el punto del tercio de la unidad, qué etiqueta deberíamos poner
- si 1/3 es equivalente a 0,3333… y el decimal tiene infinitos treses, tantos que nunca podemos acabar de escribirlos, ¿cómo puede tener asignado un punto concreto y único en la recta numérica?

Ahora pasemos a 0,9. Sigamos el mismo proceso. Y ahora planteémonos dónde colocaremos 0,98 y seguimos con 0,99 y con 0,999

Llegamos al punto conflictivo: dónde representar 0,99999…. Bien, deberemos aceptar que su representación debe caer en el 1. No podemos escribir todos los infinitos nueves del decimal periódico, pero podemos imaginar a dónde nos llevan esos nueves, cuál será el punto que lo represente. Con ciertas licencias formales, pasamos del infinito potencial al infinito actual.

Otro ejercicio interesante consiste en proponer la suma de 0,1 + 0,01 + 0,001 + … y pedir cuál puede ser su resultado. Sabemos que 1/10 = 0,1, y que 1/9 = 0,111111…. Por lo tanto, la respuesta es 1/9. La mayoría de alumnos, si el ambiente en clase es reflexivo, responde que no podemos decir cuál es el resultado de la suma. No intuyen el infinito actual, sólo el potencial. Debemos intentar que den el salto. Si sumamos (por ejemplo, poniendo los

ISBN 978-84-945722-3-4

sucesivos decimales en columna) todos los términos, obtendremos exactamente el resultado de 1/9. No importa que haya infinitos números en la columna, la suma tendrá infinitos unos tras la coma. El resultado es exacto. Infinito actual.

Una pregunta que puede ayudar a establecer la respuesta al ejercicio anterior es: ¿existe algún número entre 0,9999… y 1?

La raíz de 2

Mostrar al alumnado que la raíz de 2, un número distinto de los racionales, también tiene un punto concreto y único en la recta numérica, puede provocar un debate en el aula muy interesante, en relación con el hecho de que si vamos representando los decimales anteriores como números con decimales finitos, nos encontramos nuevamente con la paradoja de que el número con infinitos decimales debe representarse en una posición determinada, que no será ninguna de las de sus parecidos decimales finitos.

El Ojo de Horus

El mito egipcio del Ojo de Horus nos servirá para plantear la suma de las fracciones que en él se representan. Ampliaremos con más términos la serie y seguiremos buscando la suma total, asumiendo que siempre nos faltará una fracción, cada vez más pequeña, hasta el punto que puede ser tan pequeña como queramos, acercándonos a 1 tanto como deseemos. Ahí tenemos el infinito potencial. Ahora bien, para pasar al infinito actual, debemos plantear lo que representan los puntos que escribimos detrás del signo de sumar y de la última fracción que sumamos: estos puntos representan todas las infinitas fracciones que obtendremos de elevar a las siguientes potencias la fracción ½ inicial. Por tanto, si imaginamos *la suma de todas las fracciones que están ahí*, en los puntos, obtenemos la suma total, que es 1. Este ejemplo permite mostrar un posible acercamiento a la transformación de un problema geométrico en el equivalente problema aritmético, convirtiéndolo en la suma de una progresión geométrica.

Otras series de fracciones nos permiten darnos cuenta de que la suma no siempre es 1 y puede dirigirse a otros totales, incluso no ir a ningún número. Usaremos Geogebra, por ejemplo, para representar las sumas parciales y el gráfico nos indicará, intuitivamente, hacia qué valor se dirige dicha suma. Está claro que en algunas series divergentes podría inducirnos a error, por lo que podemos actuar de dos maneras: o bien seleccionamos las series que proponemos

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

para no entrar en este jardín, o bien planteamos alguna de ellas y lo dejamos abierto para cursos siguientes. Yo soy partidario de la segunda opción.

La curva de Kock

Este sencillo fractal, que parte de un segmento que llamaremos segmento unidad, nos permite plantear a los alumnos la suma de las fracciones que vamos obteniendo en cada iteración. Esta suma va creciendo y cada suma parcial es mayor que la anterior, por lo que va hacia infinito. Lo realmente curioso del caso es que tenemos una representación visual del fractal, y queda claro que nunca podrá superar los límites del segmento inicial, ni la altura de la primera iteración, con lo que se plantea la aparente paradoja: ¿un infinito acotado? De hecho, cuando presentamos el conjunto de los números racionales, ya usamos esta idea, a menudo sin explicitarla.

El alumnado de 12 años puede comprender esta situación justamente porque construye cada iteración y realiza la sucesiva suma de fracciones.

Para cursos posteriores quedarán hechos como el por qué de la equipolencia de los conjuntos N, Z, Q (pero no R), las series más complejas (la suma de una serie como proceso analítico y no algebraico), etc.

No debemos dejar de programar el abordaje del infinito actual porque facilitará la comprensión de temas de matemáticas y de otras materias a nuestro alumnado, y porque, además, es un tema apasionante y bello.

Referencias bibliográficas

Belmonte, J.L. (2009): *Modelos intuitivos y esquema conceptual del infinito en estudiantes de educación primaria, secundaria obligatoria, bachillerato y universidad*. Tesis doctoral. Salamanca: Universidad de Salamanca.

Garbin, S. (2005a): ¿Cómo piensan los alumnos entre 16 y 20 años el infinito? La influencia de los modelos, las representaciones y los lenguajes matemáticos. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME), **8**, 2, pp. 169-193.

ISBN 978-84-945722-3-4

Gray, E., Pitta, D., Pinto, M. y Tall, D.O. (1999): Knowledge Construction and Diverging Thinking in Elementary & Advanced Mathematics. Educational Studies in Mathematics, 38 (1/3), pp. 111- 133.

Harel, G. y Sowder, L. (2005): Advanced mathematical-thinking at any age: Its nature and its development. Mathematics Thinking and Learning, 7, 27-50.

Sierpinska, A. (1985). Obstacles epistemologiques relatifs a la notion de limite, Recherches en Didactique des Mathématiques, 6 (1), pp. 5-67.

Tall, D. (1995). Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking, en Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education (eds. L. Meira y D. Carraher), Vol. **1**, pp. 61-75.

Tall, D. y Tirosh, D. (2001). Infinity – the never-ending struggle. Educational Studies in Mathematics, 48 (2/3), pp. 199-238.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-361

ANÁLISIS DE LOS ERRORES COMETIDOS AL RESOLVER UN LÍMITE EN EXÁMENES DE PAU

Luis J. Rodríguez-Muñiz – Pilar Candás
luisj@uniovi.es – pcandasfernandez@gmail.com
Universidad de Oviedo - España

Núcleo temático: Investigación en Educación Matemática
Modalidad: CB
Nivel educativo: Bachillerato
Palabras clave: error, examen, límite, PAU

Resumen

La clasificación de errores supone una fuente de información muy útil para el profesorado, y permite diagnosticar las deficiencias que se hayan producido en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Los análisis a gran escala permiten detectar comportamientos generalizados en grandes poblaciones de estudiantes. En este trabajo se lleva a cabo el análisis de los errores cometidos en la resolución de un ejercicio en las pruebas de acceso a la Universidad de Oviedo (PAU), en España. El trabajo se ha centrado en el manejo del lenguaje y procedimientos matemáticos, por lo cual se ha seleccionado un ejercicio presentando en un contexto meramente matemático, que consistía en la resolución de un límite. Para analizar la tipología de errores se ha utilizado la clasificación realizada por Radatz (1979). Tras un primer pilotaje para calibrar la clasificación inicial, se analizaron un total de 616 exámenes, la totalidad de los que realizaron la opción de examen de PAU en la que se incluía este ejercicio. En el 71% de ellos se cometió algún tipo de error, siendo (con mucha diferencia) el más frecuente, el debido a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos.

Introducción y marco teórico

El error debe ser considerado como la presencia en el alumnado de un esquema cognitivo inadecuado, no solo como la consecuencia de una falta de conocimiento o de una distracción (Socas, 1997).

Por este motivo, el análisis de errores es una línea de investigación con entidad propia en la Didáctica de la Matemática. El análisis de los errores sirve al docente de ayuda a la hora de organizar estrategias que contribuyan a un aprendizaje exitoso, pudiendo hacer hincapié en aquellos aspectos que generan mayores dificultades (Engler, Gregorini, Müller, Vrancken y

ISBN 978-84-945722-3-4

Hecklein, 2004). En Rico (1995) o del Puerto, Minnaard y Seminara (2004) se puede encontrar más información respecto a la evolución histórica de esta temática investigadora.

Radatz (1979, 1980) observa que existen tantas clasificaciones de errores y causas de los mismos como grupos de trabajo, por lo que otorga importancia al estudio de errores y justifica la necesidad de un marco teórico de explicación de los mismos. Por otro lado, Brousseau, Davis y Werner (1986) concluyeron que los estudiantes piensan frecuentemente acerca de sus tareas matemáticas de un modo muy original, bastante diferente de lo que esperan sus profesores, lo cual no constituye necesariamente un error. Rico (1995) establece cuatro líneas de investigación en torno a los errores y detalla varias propuestas de clasificación. Las líneas de investigación son las siguientes: estudios sobre análisis, causas, elementos, y clasificación de los errores; trabajos acerca del tratamiento curricular de los errores; estudios relativos a la formación de los docentes para detectar, analizar, interpretar y tratar los errores del alumnado; y trabajos de carácter técnico que incluyen técnicas cuantitativas.

Así pues, el análisis de los errores para su posterior clasificación otorga al docente una capacidad para ayudar al alumnado en las dificultades que surgen en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Además de la clasificación de Radatz (1979, 1980), cabría mencionar otras notables, en muchos casos surgidas como modificaciones o refinamientos de la de Radatz. Así, Davis (1984), Booth (1984), o Movshovitz-Hadar, Zarlavsky e Inbar (1987) (cit. en Rico, 1995) , Esteley y Villarreal (1996), Azcárate, Bosch, Casadevall y Casellas (1996) o Astolfi (1999). Otros investigadores toman alguna de estas clasificaciones como referencia y la adaptan en función del caso específico estudiado y de los pilotajes realizados, fusionando o subdividiendo esas categorías para obtener una mayor claridad.

Metodología

Se ha seleccionado la clasificación de Radatz (1979), por ser la que mejor se ajusta al contexto del ejercicio analizado. A continuación, se especifica cada tipo de error de esta clasificación:

- E1. Errores debidos a dificultades del lenguaje. Errores derivados del mal uso de símbolos y términos matemáticos, debido a una falta de comprensión semántica del lenguaje matemático.

ISBN 978-84-945722-3-4

- E2. Errores debidos a dificultades para obtener información espacial. Errores provenientes de la producción de representaciones icónicas inadecuadas de situaciones matemáticas.
- E3. Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos. Errores originados por deficiencias en el manejo de conceptos, contenidos y procedimientos para la realización de una tarea matemática.
- E4. Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento. Errores causados por la incapacidad del pensamiento para adaptarse a situaciones nuevas.
  - E4.1. Errores por perseverancia: predominan los elementos singulares del problema.
  - E4.2. Errores de asociación incorrecta entre elementos singulares.
  - E4.3. Errores de interferencia entre conceptos u operaciones.
  - E4.4. Errores de asimilación por fallos de recepción.
  - E4.5. Errores de transferencia negativa a partir de tareas nuevas. Impresión errónea de un ejercicio a partir de un conjunto de problemas previos.
- E5. Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes. Aplicación de reglas o estrategias similares en contenidos diferentes.

Cabe recordar, brevemente, que los exámenes de acceso a la Universidad son requisito imprescindible para que acceda el alumnado que egresa del Bachillerato. En el modelo en vigor hasta el curso 2015-2016, hay una serie de materias de obligado examen y otras a elección del alumno o alumna. Entre estas últimas se encuentra las Matemáticas.

En cuanto al diseño del experimento, éste se dividió en varias fases. En una fase inicial, se analizaron los exámenes de las diferentes convocatorias de acceso a la Universidad de Oviedo (España) del curso 2014-2015, para determinar en cuáles de ellos se incluía un ejercicio de resolución de un límite (resultaron ser cuatro). Una vez clasificados los exámenes, se procedió a la resolución de los ejercicios propuestos, con el fin de comprobar los distintos niveles de complejidad que presentaban cada uno de ellos. Se desestiman los que involucran parámetros, con el fin de aislar los errores de la parametrización, y se opta por el límite que incluye una expresión trigonométrica, al ser demasiado sencillo otro con una expresión logarítmica. El ejercicio finalmente seleccionado venía expresado en el examen de la siguiente manera:

ISBN 978-84-945722-3-4

$$Obtenga \quad \lim_{x \to 0} \left(\text{cotag}\, x - \frac{1}{x} \right)$$

En la segunda fase, se solicitó acceso a las respuestas de los estudiantes a la Comisión Organizadora de las Pruebas de Acceso a la Universidad de Oviedo, obteniendo dicha autorización para acceder a las respuestas, siempre que los exámenes se analizasen en la sede en la que están archivados, esto es, el Vicerrectorado de Estudiantes de la Universidad de Oviedo (hay que señalar que los exámenes están anonimizados).

Inicialmente, se realizó un pilotaje, seleccionando al azar los exámenes de una de las distintas sedes. Con el fin de hacer una primera aproximación al tipo de errores que pudieran aparecer y validar el modelo de errores que se usaría en el resto de ejercicios como muestra de la investigación.

La tercera fase de la investigación consistió en clasificar los errores observados en los exámenes. Durante ocho jornadas en horario de mañana se realizó el trabajo, que se vio afectado por el hecho que eran muchos más los ejercicios con errores que los ejercicios correctos y de que esa opción de examen había sido seleccionada por muchos estudiantes. El tamaño inicial de la muestra era de 646 exámenes con el ejercicio seleccionado resuelto. De ellos, el pilotaje se realizó sobre 30 ejercicios, que se desecharon para el análisis posterior, con lo que el tamaño definitivo de la muestra ascendió a N=616 exámenes. La última fase se dedicó a analizar los resultados obtenidos para poder, a continuación, extraer unas conclusiones.

Resultados

El pilotaje realizado sobre los 30 ejercicios mencionados anteriormente, confirmó que la clasificación de Radatz era pertinente para este ejercicio, ya que no se encontró ningún error que no pudiese ser clasificado con claridad. Por ello, no se aplicó ninguna modificación sobre la misma.

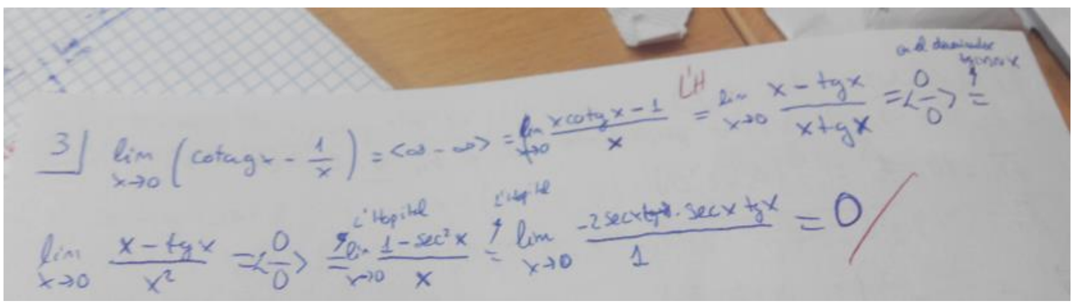
Tabla 1. Resultados globales

Tipo de error	Frecuencia	Porcentaje
E1	64	5,85 %
E2	0	0 %

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

E3	649	59,32 %
E4.1	4	0,37 %
E4.2	50	4,57 %
E4.3	159	14,53 %
E4.4	3	0,27 %
E4.5	19	1,74 %
E5	146	13,35 %

Posteriormente, el análisis de la muestra de N=616 ejercicios, dio consistencia al pilotaje, ya que se comprobó que los resultados seguían el mismo patrón. De los 616 ejercicios, tan solo en 105 no se ha cometido ningún error, mientras que otros 11 no contienen errores pero son incompletos, es decir, no se ha concluido el ejercicio. Además, hay 46 ejercicios en blanco y



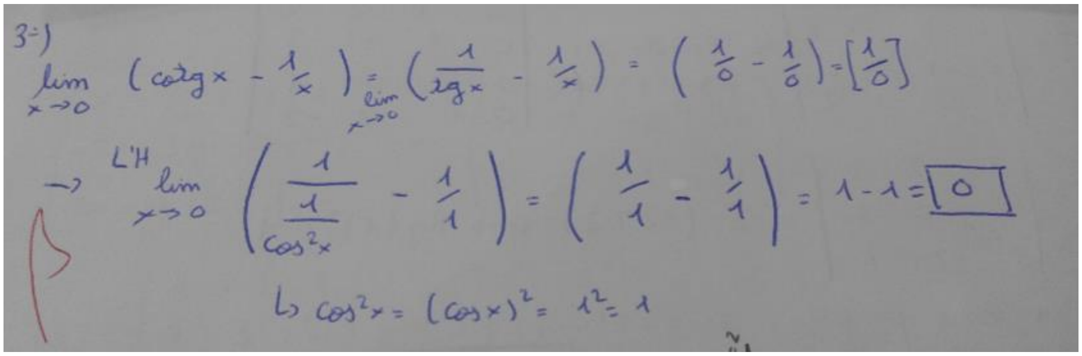
16 en los que se evalúa bien el límite, pero no se continúa después de haber detectado la indeterminación inicial. Por lo tanto, la cantidad de exámenes que presentan errores es de 438, que supone un 71,10% del total inicial, es decir, un porcentaje bastante elevado. El número total de errores contabilizado es de 1094. En la Tabla 1 se detalla la frecuencia con la que aparece cada error.

Como se puede observar, el error que se comete con mayor frecuencia es el error de la categoría E3, debido a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos. Fundamentalmente, en la gran mayoría de los casos, el motivo que hace que este tipo de error sea moda es una incorrecta aplicación de las reglas de derivación. En las Figuras 1 y 2 podemos apreciar dos ejemplos de estos errores. El de la Figura 1 se produce por derivar x^2 como x en lugar de $2x$.

Figura 1. Error tipo E3 cometido al derivar incorrectamente.

ISBN 978-84-945722-3-4

El de la Figura 2 se produce por no aplicar la regla de la cadena al derivar $\tan^2 x$ y al no utilizar bien los paréntesis en la derivada del $\cos^2 x$. Se debe señalar que el ejercicio aparece



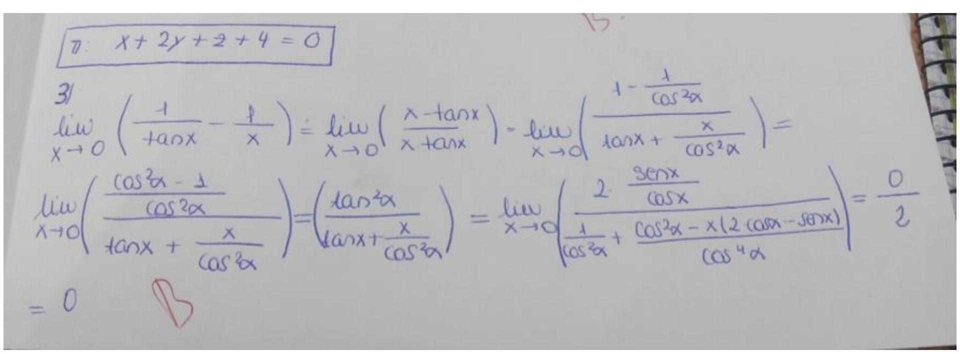
corregido como correcto, a pesar de no serlo.

Figura 2. Errores tipo E3 cometidos al derivar y operar incorrectamente.

Si se analiza el resto de tipos de error, se observa que en la categoría E1, de errores debidos a dificultades en el lenguaje, el que más se comete es la no escritura del término *lim*, ni de la variable ni del valor límite, es decir, se omite $\lim\limits_{x \to 0}$

Figura 3. Errores tipo E4.4 y E5 cometidos en un ejercicio

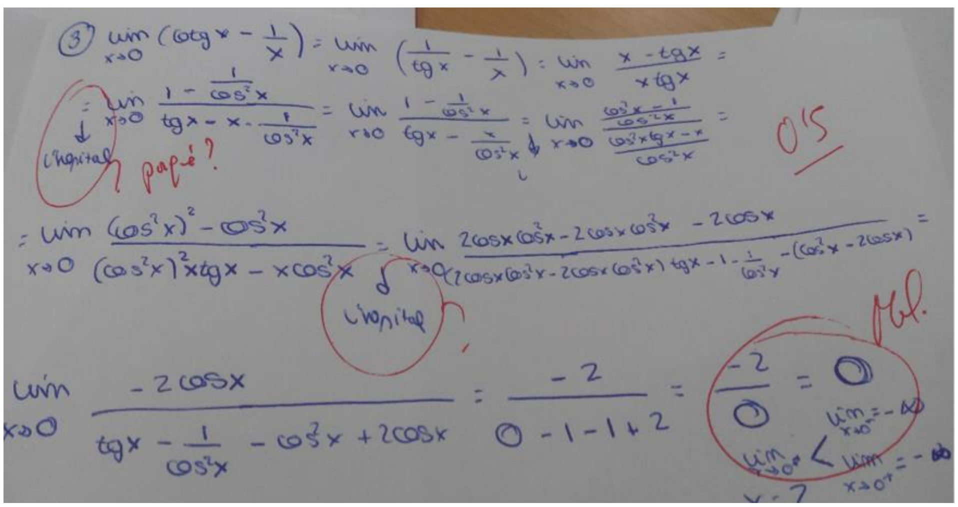
Figura 4. Ejercicio con múltiples errores.



ISBN 978-84-945722-3-4

El tipo E2, errores debidos a dificultades para obtener información espacial, no se presenta en ningún ejercicio, lo que se explica por el tipo de ejercicio, en el que no existe la necesidad de manejar esta información.

El tipo E4, errores debidos a asociaciones incorrectas o rigidez del pensamiento, se subdivide en cinco tipos, siendo los más frecuentes errores de asociación, E4.2, que básicamente en este análisis se limita a la asociación del elemento neutro de la suma con el de la multiplicación, y errores de interferencia; E4.3, por interferencia entre los significados de la cotangente con la tangente; bastante menos frecuentes, E4.5, errores que se producen por cambios de signo de algún término al cambiar de cara en el papel o la pérdida del signo; y, por último, E4.1, errores de perseverancia, como 1+1 = 3, y E4.4 errores de asimilación, como, por ejemplo, el que se aprecia en la Figura 3:



$$\frac{1}{0}-\frac{1}{0}=\frac{1}{0}$$

El tipo E5, errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes, es también un error bastante frecuente, siendo ejemplos de esta categoría la aplicación de la regla de L'Hôpital a cualquier indeterminación o la aplicación de técnicas de resolución de otro tipo de indeterminación (como multiplicar y dividir por la expresión conjugada). En la Figura 3 se observa que también se ha aplicado la regla de L'Hôpital a una expresión que no es una indeterminación, junto con la aplicación de la regla a una expresión que no es un cociente (algo necesario para aplicar esta regla).

Cabe reseñar también, que el error E3 es el más frecuente en general, pero también lo es en todas y cada una de las sedes en las que se distribuye al alumnado para la realización de la

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

prueba (es decir, no hay diferencias en la prevalencia del error en función de la procedencia del alumnado). También se puede subrayar que el ejercicio con un mayor número de errores acumuló un total de 11 errores diferentes. Otro ejemplo de errores múltiples se observa en la Figura 4, donde al resolver el ejercicio se aplica la regla de L'Hôpital sin evaluar previamente la expresión en el punto, además se derivan incorrectamente $\cos^4 x$, $\cos^2 x$ y los productos del denominador, no se simplifica la expresión, lo cual dificulta y hace más laborioso el cálculo del límite, se olvida de escribir términos al derivar, y cuando simplifica la expresión lo hace mal, y, por último, al evaluar el resultado también se equivoca.

Conclusiones

En la tipología de errores que comete el alumnado en este ejercicio predominan los debidos a aprendizajes deficientes de hechos, destrezas y conceptos previos. Parte importante, en este caso, de esa producción de errores radica en la aplicación incorrecta de las reglas de derivación, que supone un contenido perteneciente al curso anterior a aquél en el que se están examinando. En el segundo tipo de error más cometido apreciamos las asociaciones incorrectas cuando el evaluar el límite, el concepto de tangente interfiere con el de cotangente. Este error se debe relacionar con el anterior, ya que las nociones de Trigonometría pertenecen al currículo de 1º de Bachillerato. Este tipo de errores evidencia que el aprendizaje supuestamente logrado en el curso anterior no ha sido significativo. El resto de tipologías de errores son mucho menos frecuentes en proporción.

Dado que se trata de un estudio de errores en exámenes de acceso a la Universidad, no podemos utilizar los errores como método de mejora del aprendizaje, como se propone, por ejemplo, en Manmino (2002) y Barbarán y Fernández Bravo (2014). Sin embargo, sí podemos formular recomendaciones para el profesorado, habida cuenta de que los errores cometidos son suficientemente transversales respecto a los distintos centros. Entre ellas debemos citar un refuerzo de la estructura de currículo en espiral, que retome las reglas de derivación como punto de partida antes de aplicar técnicas de resolución de indeterminaciones, como la de L'Hôpital. En segundo lugar, consideramos que en el tratamiento de los límites, es necesaria una profundización mayor desde el punto de vista conceptual y es ineludible el apoyo en la representación gráfica de las funciones, en el sentido apuntado por Blázquez y Ortega (2001).

Referencias bibliográficas

ISBN 978-84-945722-3-4

Astolfi, J. (1999). *El "error", un medio para enseñar*. Sevilla: Díada Editora.
Azcárate, C., Bosch, D., Casadevall, M. y Casellas, E. (1996). *Cálculo Diferencial e Integral*. Barcelona: Síntesis.
Barbarán, J.J. y Fernández Bravo, J.A. (2014). El análisis de errores en la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias. Una metodología para desarrollar la competencia matemática. Enseñanza de las Ciencias, 32(3), 173-186.
Blázquez, S. y Ortega, T. (2001). Los sistemas de representación en la enseñanza del límite. Revista Latinoamericana Investigación en Matemática Educativa, 4(3), 219-236.
Brousseau, G., Davis, R. y Werner, T. (1986). Observing students at work. En B. Christiansen, G. Howson y M. Otte (Eds). Perspectives on Mathematics Education (pp. 205-241). Dordrecht: Reidel Publishing.
Booth, L (1984). *Algebra: children´s strategies and errors*. Windsor: NFER-Nelson.
Davis, R. (1984). *Learning Mathematics. The cognitive Science Approach to Mathematics Education*. Syndey: Croom Helm.
del Puerto, S.M, Minnaard, C.L. y Seminara, S.A. (2006). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. Revista Iberoamericana de Educación, 38(4).
Engler, A. Gregorini, M., Müller, D., Vrancken, S. y Hecklein, M. (2004). Los errores en el aprendizaje de matemática. Boletín de la SOAREM, 6, 23-32.
Esteley, C y Villarreal, M. (1996). Análisis y categorización de errores en Matemática. Revista de Educación Matemática, 11(1), 16-35.
Mammino, L. (2002). Empleo del análisis de errores para aclarar conceptos de química general. Enseñanza de las Ciencias, 20(1), 167-173.
Movshovitz-Hadar, N., Zaslavsky, O., e Inbar, S. (1987). An empirical classification model for errors in high school mathematics. Journal for Research in mathematics Education, 18(1), 3-14.
Radatz, H (1979). Error analysis in mathematics Education. Journal for Research in mathematics Education, 10(3), 162-172.
Radatz, H. (1980). Students' errors in the mathematical learning process: A survey. For the learning of Mathematics, 1(1), 16-20.
Rico, L. (1995). Errores en el aprendizaje de las Matemáticas. En J. Kilpatrick, L. Rico y P. Gómez (Eds), Educación Matemática (pp. 69-108). Méjico: Grupo Editorial Iberoamérica.
Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria. En L. Rico (Coord.), La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria (pp. 125-154). Barcelona: Horsori.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-362

MATEMÁTICA PARA UBICARNOS EN EL MUNDO. HACIA LA AMBIENTALIZACIÓN CURRICULAR DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Teresa Calabuig i Serra
teresa.calabuig@udg.edu
Universitat de Girona. España

Núcleo temático: Formación del profesorado en matemáticas.
Modalidad: CB.
Nivel educativo: Formación y actuación docente.
Palabras clave: educación matemática, educación para la sostenibilidad, formación inicial del profesorado, educación primaria.

Resumen

Una de las muchas utilidades que la educación matemática debería ofrecer a los ciudadanos es la de poderse ubicar en el mundo en el sentido más amplio del término. Goñi define competencia matemática como "El uso eficiente y responsable del conocimiento matemático en situaciones relevantes" (2010, p. 7). En esta comunicación se ofrecen propuestas didácticas para poder hacer un uso eficiente y responsable de las matemáticas cuando precisamos situarnos en contextos reales de diferentes naturalezas. Está vertebrada en tres ámbitos en los que es especialmente importante la capacidad del ciudadano para situarse: el tiempo, el espacio y los estudios estadísticos. Para hacerlo será imprescindible establecer relaciones con las demás disciplinas académicas, especialmente con el conocimiento del medio social y natural, y con el contexto. Ello se conseguirá trabajando matemáticamente ejes cronológicos; la situación espacial en mapas y planos; y estadísticas, que, al igual que los dos ámbitos anteriores, irán de lo más cercano y local a lo más lejano y global. En definitiva, se contextualizará el acto de situarse sobre una recta numérica, sobre un eje de coordenada o dentro de un grupo de datos estadísticos.

Introducción y objetivos

A menudo los docentes hablamos y debatimos acerca de la necesidad de contextualizar los aprendizajes para que éstos sean significativos. Ofrecer a los futuros maestros ideas y recursos concretos para trabajar de manera interdisciplinaria y transversal la educación matemática (EDM) puede abordarse desde distintas perspectivas. En este trabajo se la enlaza con la educación para la sostenibilidad (EDS) y con ello con los criterios que hacen de ésta una herramienta útil para conectar la EDM con el mundo del que formamos parte. Fortaleciendo la conexión entre estos dos campos de estudio se conseguirán ciudadanos

ISBN 978-84-945722-3-4

mejor preparados para asumir el compromiso y la responsabilidad social que el mundo cambiante y complejo en el que vivimos, necesita.

El objetivo general de esta propuesta de trabajo es el de ambientalizar el currículum de matemáticas. Es decir, introducir en la EDM los principios de la EDS que harán que la primera se acerque más al mundo. Aquí se presenta tan solo un ejemplo de su concreción: ideas y propuestas de trabajo para ubicarnos en el mundo a través de las matemáticas. Se trata de propuestas adecuadas para la escuela primaria y trabajadas con estudiantes del Grado de Maestro.

Marco teórico

Si se quiere conectar EDM, EDS y formación del profesorado (FP) como piezas de un mismo engranaje, se precisa de referentes teóricos provenientes de estos tres campos que permitan definir un espacio de intersección (Imagen 1).

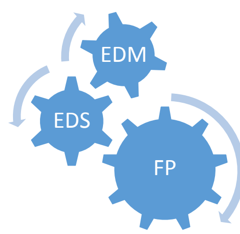


Imagen 1. Conexión entre EDM, EDS y FP.

Desde la EDM se toma como referente la perspectiva sociocultural del aprendizaje ya que el ser humano aprende en tanto que es un ser social (Kozulin, 2003). El segundo referente proviene del campo de la EDS y es el paradigma de la complejidad. Éste ofrece un marco idóneo para crear nuevas maneras de pensar, sentir y actuar (Bonil, Sanmartí, Tomás, Pujol, 2004) en un mundo complejo. La perspectiva sociocultural y el paradigma de la complejidad forman parte de una misma manera de entender el proceso educativo. Ambas defienden la interdisciplinariedad y promueven el aprendizaje en relación con el entorno cultural, social y natural. El aprendizaje realista es el tercer referente y está estrechamente relacionado con una manera de entender la formación del maestro basada en la reflexión sobre la práctica docente. Según sus directrices, la esencia de la formación del profesorado es «*un planteamiento*

ISBN 978-84-945722-3-4

reflexivo basado en la práctica, en estrecha relación con la propia persona, y que apunta hacia la conexión de esta práctica con unos conocimientos teóricos objetivos» (Esteve, Melief, Alsina, 2010, p. 28).

La definición de competencia matemática que se toma como referente para esta propuesta es la de Goñi. La define como *"El uso eficiente y responsable del conocimiento matemático en situaciones relevantes"* (2010, p. 7). Con las ideas que seguidamente se exponen se pretende impulsar el uso eficiente y responsable de las matemáticas cuando es preciso ubicarse en contextos reales de diferentes naturalezas.

Propuestas de trabajo

Los tres ejes principales en los que se centra este trabajo son: el tiempo, el espacio y la estadística. Están directamente relacionados con bloques curriculares concretos y a través de cualquiera de ellos es posible profundizar en el conocimiento del medio natural, social y cultural.

Ubicarse en el tiempo

Los ejes cronológicos o líneas del tiempo permiten trabajar temas cercanos e íntimamente relacionados con el niño, o lejanos y en principio ajenos a él. Permiten representar datos a pequeña o a gran escala y barajar conjuntos de datos de menor o mayor tamaño. Lo que será imprescindible es ir avanzando de manera ordenada y graduando la complejidad de los datos utilizados y de su representación.

Se puede empezar representando *Un día en la escuela*. Podría ser un trabajo de construcción de la línea del tiempo compartido entre todos los miembros del grupo. Podría seguirle la representación de *Un día en casa*, ya que los niños podrían tomar como referente la labor hecha con el grupo para, ahora, llevarla al terreno más personal. Ahora que está en boga el debate sobre la conveniencia o no de encargar deberes para el fin de semana, esta podría ser una buena propuesta para poner en práctica lo que se está trabajando en las aulas sin que sea un trabajo rutinario a la vez que se colabora a conectar las matemáticas con la vida cotidiana del niño y de su familia. *Una semana en la vida del niño*, sería la manera de integrar en una misma línea del tiempo la actividad escolar y la extraescolar del alumno.

ISBN 978-84-945722-3-4

Si se amplía un poco el periodo temporal, un segundo bloque de propuestas podría referirse a la historia de entidades y personas cercanas. Representando la *Historia de mi escuela* se volvería a trabajar de manera conjunta, tanto en el momento de reunir datos como en el de construir el eje cronológico. Los niños podrían organizarse en grupos para centrarse cada uno de ellos en datos de distinta naturaleza. Con la *Historia de la familia* se volvería a un trabajo conjunto del niño con su familia y con la *Historia del niño* el alumno construiría su propia línea de vida. En ella podría introducir los hechos que han marcado su vida (buenos y a veces no tan buenos) para poder tomar consciencia de su realidad.

En el tercer bloque se trabajarían las líneas del tiempo más extensas y complejas. Se propone para este bloque un trabajo cooperativo entre alumnos. Con *Historia de mi ciudad* se abre la posibilidad de trabajar con datos/años aC y dC. Al igual que en el caso de la *Historia de mi escuela*, los alumnos deberían trabajar en grupos para poder buscar y seleccionar datos referentes a diferentes aspectos: culturales, políticos, deportivos, etc. Casi es obligado terminar con la *Historia del universo*. Con el reloj evolutivo (Muniga, 2011) (Imagen 2) se puede ver como si la historia del universo tuviera 24 horas, el hombre habría aparecido cuando estuvieran dando las doce campanadas de media noche. Es un dato que nunca deja de impactar.

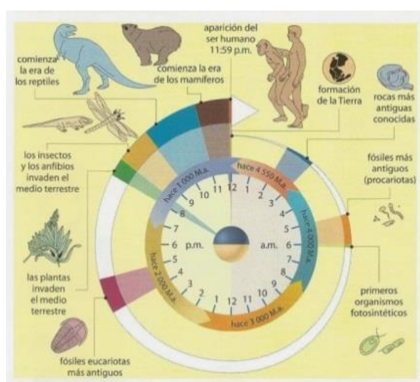


Imagen 2. El reloj evolutivo

El posible material para trabajar líneas del tiempo en primaria puede ser muy diverso: rectas numéricas papel, cordel sobre el que "tender" los datos, recursos TIC o juegos de mesa como Time Line.

ISBN 978-84-945722-3-4

Ubicarse en el espacio

Las posibilidades que ofrece trabajar el hecho de ubicarse en el espacio son múltiples. Se puede trabajar: la importancia de los puntos de referencia, las dimensiones (dos o tres), a diferentes escalas, los ejes de coordenadas, la orientación, etc.

Las actividades a realizar pueden ser también muy diversas pero, al igual que sucedía con los ejes cronológicos, será indispensable tener en cuenta la complejidad de la propuesta en relación a la capacidad de trabajo del niño.

Las propuestas de trabajo de este apartado se separan en dos bloques. El criterio para establecerlos es el hecho de que el niño sea o no el punto de referencia.

Primer bloque: el niño como punto de referencia. Se trabaja sobre el terreno y el alumno se encuentra en él. *Indicando trayectos dentro de la escuela*, pero sin movernos de donde nos encontramos, incitamos al alumno a utilizar un vocabulario concreto para expresarse de la forma más concisa y precisa posible para que sus indicaciones sean efectivas y útiles. Se puede hacer un trabajo previo consistente en *Recorrer distintas rutas* dentro del centro mientras se toma nota de las acciones realizadas (avances, giros, subidas y bajadas). *Indicando trayectos en el barrio o ciudad* se amplía el radio de acción y se utiliza vocabulario referente al urbanismo. *Escribiendo direcciones postales* se usa el vocabulario matemático para indicar de manera precisa la calle, el número, el piso y la puerta del hogar, por ejemplo, de los compañeros de clase. La actividad *Señala con el dedo hacia …* se recomienda llevarla a cabo al aire libre y en un lugar desde el que se puedan ver lugares del entorno indicativos de la zona. Permite trabajar en una primera instancia tomando como puntos de orientación los lugares físicos conocidos y reconocibles desde donde nos encontremos (por ejemplo en el patio de la escuela o en una plaza cercana) para más adelante hacer uso de mapas y/o brújulas. La construcción o interpretación de *Postes indicativos* (Imagen 3) puede ser una actividad complementaria a la anterior. Para llevar a cabo cualquiera de estas actividades es imprescindible tener puntos de referencia para que no nos suceda lo mismo que a las abejas de la imagen 4 (Pinterest, 2017).

ISBN 978-84-945722-3-4

Imagen 3. ¿Hacia dónde está …?

Imagen 4. ¿Punto de referencia?

En el siguiente bloque el niño deja de ser el punto de referencia. *Sobre mapas y planos* podemos ubicar enseres; instalaciones y servicios; ciudades; costumbres; lugares de interés personal, cultural o deportivo; climas; etc. *Buscando al popular Wally* o jugando a *Hundir la flota*, se pone de manifiesto la conveniencia de usar coordenadas cartesianas para indicar exactamente dónde se encuentra el barco o el personaje en cuestión. Con la actividad *¿En qué punto exacto de la Tierra se encuentra nuestra escuela?* nos metemos de lleno en el uso de las coordenadas geográficas y de las altitudes. En diversos sitios web se pueden encontrar con facilidad las coordenadas geográficas de las principales ciudades del mundo pero sería interesante que el niño buscara en su pueblo o ciudad una estación de tren, un faro o cualquier otro lugar en el que se indiquen dichos datos (Imagen 5).

Imagen 5. Coordenadas geográficas de una ciudad de la Costa Brava.

Ubicarse en las estadísticas

ISBN 978-84-945722-3-4

Cuando un maestro empieza a trabajar la estadística en la escuela primaria es importante que lo haga entendiéndola como una disciplina que ayudará a saber más cosas del mundo del cual formamos parte, no tan solo a saber más cosas sobre números. Queremos saber más sobre un determinado tema y recoger datos nos va a ayudar. Este punto de partida permitirá trabajar la estadística de manera útil, efectiva y motivadora.

Por otro lado sabemos que en estadística se parte de casos particulares que pierden su identidad dentro del propio mar de datos y de la elaboración matemática de los mismos. Sin embargo, también sabemos cuán importante es empezar a trabajar con estudios estadísticos lo suficientemente simples como para que el niño puede verse reflejado de manera directa en ellos. Ha de ver físicamente que él es una de las piezas que conforman el estudio para que, más adelante, pueda aceptar la posibilidad de que un estudio estadístico del que él no ha participado como informante puede que le represente por el tipo de muestreo hecho (López y Calabuig, 2015).

Para conseguir que el niño se ubique en las estadísticas se puede empezar elaborando, representado e interpretando datos recogidos por ellos mismos. Para empezar, pueden versar sobre cualquier aspecto del grupo clase que les parezca de interés y sobre el que, para profundizar en él, sea de utilidad recoger datos. Los *Diagramas de barras 3D* -en los que cada alumno aportará al gráfico su pieza personalizada para construir las columnas (por ejemplo, pueden utilizarse cubos de madera o cajas de cerillas, evidentemente toda con las misma tamaño)- serán ideales para que el niño vea que forma parte del estudio y así ubicarse en él. El siguiente paso sería el de utilizar piezas no personalizadas para construir los gráficos. El niño sabe que él ha puesto si grano de arena pero que éste es igual al de todos los demás participantes. El último peldaño en esta escalera sería el de recoger los datos a través de tablas para llevar a cabo un estudio en el que todos los alumnos del centro participen. De esta manera se conseguiría que los alumnos supieran que forman parte del estudio pero haría imposible que identificaran cuál de las piezas concretamente le representa. Habrá perdido la identidad dentro del estudio estadístico.

El elemento o aspecto que hará que el niño se sienta parte de un estudio estadístico del cual él no ha sido informante, es el muestreo. Imaginemos la siguiente situación: un estudio para identificar *Cuál es el helado preferido de los escolares*. ¿Puede sentirse representado por él? Si los datos se han tomado en un lugar socioculturalmente muy distinto al suyo, posiblemente

ISBN 978-84-945722-3-4

no. Pero si la muestra es representativa de su grupo social y cultural, posiblemente sí lo hará. Si responde que el estudio no le representa perqué el helado que ha resultado vencedor no coincide con sus preferencias, es que todavía queda mucho trabajo por hacer.

Conclusiones

En la introducción de este trabajo se propone conectar la EDM con los criterios de la EDS en la FM para hacer que los aprendizajes matemáticos de los alumnos de primaria sean más significativos. Lo llamemos como lo llamemos, lo realmente importante es conseguir que los aprendizajes escolares, en este caso hacemos referencia principalmente a los matemáticos, sean verdaderamente útiles al niño en su vida, tanto escolar como extraescolar. Ubicarse, saber el lugar que se ocupa (o que se desea ocupar) en el grupo clase, en la sociedad y en el mundo, puede ayudar al niño a tomar consciencia de su realidad y así colaborar en la construcción de sus identidad.

Por otro lado, de todos es sabido, que la implicación, el sentirse participe del proceso de aprendizaje, hace que éste sea más sólido, duradero y recordado.

Bibliografía

Bonil, J.; Sanmartí, N., Tomás, C. i Pujol, R.M. (2004). Un nuevo marco para orientar respuestas a las dinámicas sociales: el paradigma de la complejidad. *Investigación en la Escuela*, 53, 5-20.

Esteve, O., Melief, K. i Alsina, A. (2010). *Creando mi profesión: una propuesta para el desarrollo profesional de profesorado*. Barcelona: Octaedro.

Goñi, J. M. (2010). ¿Cómo hacer frente a la complejidad de las competencias desde el diseño curricular? Un problema de ingeniería curricular. *Aula de Innovación Educativa*, 17, 6-11.

Kozulin, A. (2003). *Vygotsky's Educational Theory in Cultural Context*. Cambridge: Cambridge University Press.

López, P. y Calabuig, T. (2015). La estadística y la probabilidad en la formación inicial del profesorado. Una propuesta educativa que las acerca a un mundo más sostenible. A Actas *de las XVII Jornadas para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas.* CD-ROM. JAEM 2015. Cartagena: Federación Española de Profesores de Matemáticas.

Munigua, M. (2011). Evolución y geocronología.

ISBN 978-84-945722-3-4

http://mercedesmuniguaevolucion.blogspot.com.es/2011/11/poster-del-tiempo-geologico.html Consultado 24/04/2017

Pinterest. El catálogo global de idees (2017). https://www.pinterest.com/pin/290200769711704824/ Consultado 24/04/2017

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-364

PROYECTO PILOTO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA INCLUSIVA

Teresa F. Blanco – Alejandro Gorgal Romarís – María Salgado Somoza – Cristina Núñez García
teref.blanco@usc.es – alejandrogorgalromaris@gmail.com – maria.salgado@usc.es – cnunezgarcia85@gmail.com
Universidad de Santiago de Compostela (España) – Universidad de Zaragoza (España)

Núcleo temático: Aspectos socioculturales de la Educación Matemática
Modalidad: CB
Nivel educativo: Secundaria
Palabras clave: Educación matemática, inclusión, secundaria

Resumen

"Matemociones" es un proyecto realizado por el GID-TESELA de la Universidad de Santiago de Compostela con el apoyo de la Asociación IGAXES3 (Instituto Gallego de Ayuda al Tercer Sector); y va dirigido a adolescentes en riesgo de exclusión social. El objetivo del proyecto es trabajar el estímulo matemático a través de actividades motivadoras, estableciendo conexiones entre los contenidos de un bloque, los contenidos de diferentes bloques y, así mismo, entre diferentes materias. Esta idea trata de complementar a nivel emocional el apoyo que, habitualmente, recibe este alumnado basado en el refuerzo de los contenidos curriculares. En este trabajo se presenta el estudio piloto realizado en una casa de acogida con un grupo de seis adolescentes durante el mes de julio de 2016. Se llevaron a cabo cuatro actividades: Mathmusic, Yo también hago magia, Las mates por el aire y Mandalas sobre piedras.

Introducción

Las reformas educativas propiciadas desde Europa impulsan la realización de prácticas educativas innovadoras e integradoras. El objetivo principal de la educación es que todos los alumnos y alumnas alcancen el máximo desarrollo personal y social posible, siendo labor indispensable de los centros educativos facilitar los recursos personales y materiales necesarios para lograr dicha meta. Se hace especial énfasis en aquel alumnado que requiere, para el logro de los objetivos educativos, una atención educativa diferente a la ordinaria, como es el alumnado en riesgo de exclusión social por sus condiciones personales (Xunta de Galicia, 2011).

ISBN 978-84-945722-3-4

El programa Matemociones nace como una propuesta desde la Educación Matemática para este tipo específico de alumnado. Es un programa socioeducativo centrado en el estímulo de las matemáticas a través de actividades motivadoras en las que se trabajan contenidos matemáticos de forma interdisciplinar. El objetivo del proyecto es trabajar el estímulo matemático a través de actividades motivadoras, estableciendo conexiones entre los contenidos de un bloque, los contenidos de diferentes bloques y, así mismo, entre diferentes materias. Normalmente el apoyo que este alumnado recibe se centra en el refuerzo de los contenidos curriculares, pero nuestra propuesta tiene en cuenta el incentivo del estímulo matemático a través de actividades motivadoras con la finalidad de mejorar el rendimiento de este tipo específico de población.

Metodología

Esta experiencia piloto se llevó a cabo con seis adolescentes en riesgo de exclusión social, que participan de forma voluntaria en programas gestionados por la asociación IGAXES3 (Instituto Gallego de Ayuda al Tercer Sector).

La metodología utilizada es activa y participativa, promoviendo el uso del trabajo en pequeño grupo y en gran grupo. Como este tipo de alumnos muestra algún tipo de dificultad para relacionarse, la propuesta del trabajo colaborativo es recurrente en todas las actividades que se realizan.

Como hoy en día las matemáticas son una de las áreas curriculares con mayor fracaso escolar, tratamos de utilizar una metodología especifica que ayude a integra el conocimiento científico-matemático. Así la metodología STEAM integra diversas áreas científicas (Ciencia y Matemáticas), así como alguna de sus aplicaciones más visibles en nuestra sociedad (Ingeniería, Tecnología y Arte), apareciendo sus contenidos como un compendio de conocimientos complementarios. Se trata, por tanto, de la realización de actividades donde la interdisciplinaridad juega un papel fundamental, evitando un tipo de enseñanza donde el conocimiento aparece dividido en 'islas de conocimiento' no conectadas entre sí. Para romper ese aislamiento entre áreas la situación ideal es desarrollar una actividad que integre todas o la mayor parte de las áreas de conocimiento incluidas en el acrónimo STEAM, pero, ante las dificultades que surgen al plantear y desarrollar una actividad con esas características,

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

cualquier actividad centrada en una o varias de esas áreas es considerada, hoy en día, una actividad STEAM (Chen, 2009).

Toda actividad STEAM va asociada al uso de una metodología específica que se centra en dos elementos fundamentales: el trabajo colaborativo (en pequeño o gran grupo) y la investigación como eje del desarrollo de la actividad (Artigue y Blomhøj, 2013). La actividad STEAM posee características propias de un proyecto de investigación de carácter científico, donde los recursos tecnológicos juegan un papel de gran importancia.

Descripción de las actividades

En este trabajo se presentan cuatro de las ocho actividades que se han realizado en el proyecto piloto: (1) Mathmusic, (2) Yo también hago magia, (3) Las mates por el aire y (4) Mandalas sobre piedras. Las actividades están centradas en diferentes contenidos matemáticos del currículo de Educación Secundaria que se combinan con los de otras asignaturas como música y dibujo; o bien con temas extracurriculares como la magia. La duración de cada sesión anteriormente mencionada ha sido de 90 minutos.

A la hora de realizar el diseño de actividades, tuvimos en cuenta, que esta experiencia estaba destinada a alumnado en exclusión social. No se pretendía evaluar conceptos ni capacidades, sino reconducir estímulos matemáticos y favorecer la autoestima y predisposición del alumnado. Es por eso que se valoró específicamente que las actividades partieran de un reto o pregunta inicial en el que tuvieran que aplicar para su resolución los conocimientos ya adquiridos previamente y también fomentasen el interés por la búsqueda de otros nuevos. Además, las actividades tratan de relacionar el área de matemáticas con otras aplicando la metodología STEAM de forma que se estimule la curiosidad y se fomente la autonomía y el trabajo en grupo. A través de la interdisciplinariedad de las actividades se pretende que el alumnado uso diferente tipo de instrumentos que le sean útiles y que les sirvan para progresar en el conocimiento matemático. Es importante decir que todas las actividades no son dirigidas, sino que se presenta una serie de cuestiones guía que servirán para planificar el proceso.

A continuación, se detalla cada una de las actividades, siguiendo la misma estructura en todas ellas: objetivos, descripción, contenidos matemáticos y materiales.

(1) Mathmusic

ISBN 978-84-945722-3-4

Objetivos. Los objetivos principales son la creación de una composición en compás binario y la interpretación con instrumentos de una pequeña melodía. El objetivo específico es que los alumnos vean la relación entre la música y las matemáticas proponiéndoles que construyan una sencilla melodía.

Descripción de la actividad. Se realiza una asamblea inicial para conocer las ideas previas sobre música y matemáticas de los alumnos; y se les presenta una serie de instrumentos (Imagen 1). Cada alumno debe elegir un instrumento, construir un compás binario utilizando las notas blanca, negra, corchea y semicorchea; y practicar dicho compás con el instrumento elegido. Después, entre todos los alumnos, se crea una melodía de ocho compases con la ayuda de un dado, simulando el juego de composición utilizado por Mozart (Salamanca, Rocha y Mora, 2013). Para ello a cada compás se le asigna un número del 1 al 6, atendiendo al número de participantes. A continuación, se realizan ocho lanzamientos con el dado, que darán lugar a la secuencia de compases que formarán la melodía final (Imagen 2). Por último, ensayan la melodía todos juntos, controlando los tiempos y el ritmo.

Contenidos matemáticos*:* Unidades de medida, fracciones, combinatoria, azar y probabilidad.

Materiales: Instrumentos (xilófonos, carillones, maracas, pandereta, triángulo), papel continuo, rotuladores y folios.

Imagen 1: Instrumentos utilizados

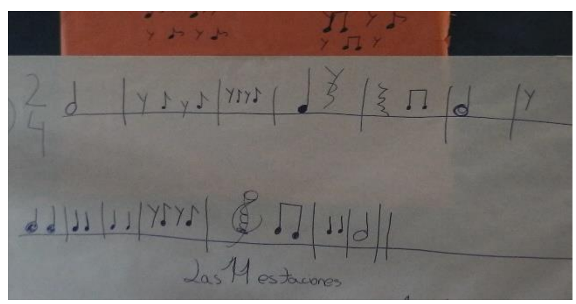


Imagen 2: Melodía final

(2) Yo también hago magia

Objetivos. Los objetivos principales de esta actividad son la realización de trucos de magia y descubrir qué operaciones aritméticas están implicadas en ellos.

Descripción de la actividad. Se trata de adivinar lo que suman las caras ocultas de una torre formada por un número determinado de dados (Blasco, 2016). Se comienza jugando con una

ISBN 978-84-945722-3-4

torre de tres dados y después se lanza la siguiente pregunta: ¿Cuánto suman las caras ocultas de los dados? (Imagen 3). Se repite el proceso hasta que se den cuenta de que la solución está en la propiedad que tienen los dados de que la suma de las caras opuestas de un dado es siempre 7. Se aumentará el nivel de dificultad del juego añadiendo de cada vez un mayor número de dados y se dará tiempo para que los alumnos practiquen el truco entre dos (Imagen 4).

Contenidos matemáticos: Conteo y operaciones aritméticas básicas (suma, resta, multiplicación y división).

Materiales*:* folios, rotuladores, bolígrafos y el libro titulado "Matemagia*"*.

Imagen 3: Presentación del truco

Imagen 4: Realización del truco con 4 dados

(3) Las mates por el aire

Objetivos. Los objetivos principales son la construcción de diferentes modelos de avión en papel y la recogida y análisis de datos sobre las distancias recorridas por los aviones.

Descripción de la actividad. Los alumnos trabajan en grupos de dos. Cada grupo elige al azar un modelo de avión, de una caja que contiene 6 modelos de avión distintos de Carbey (2007) y construye su avión en base al modelo que les haya tocado (Imagen 5). Se realizan dos lanzamientos por cada integrante del grupo, midiendo la distancia recorrida en cada lanzamiento con las cintas métricas y con los odómetros (Imagen 6). Se reúnen todos los grupos e, individualmente, marcan sobre una recta numérica, la distancia recorrida por cada avión en cada lanzamiento. Esto les permite ver qué modelo avión y de quien fue el lanzamiento que logró la distancia mayor y la menor. A continuación, cada grupo calcula la

ISBN 978-84-945722-3-4

media de las distancias recorridas por cada uno de sus aviones para poder comparar las distancias recorridas entre los distintos modelos de aviones.

Contenidos matemáticos: Unidades del SI de medidas, estadística (medidas de tendencia central), recogida y representación de datos y tratamiento de la información.

Materiales: Cintas métricas, odómetros, modelos de aviones, calculadoras, hojas de papel, papel de estraza, barras de pegamento, tijeras y celo.

Imagen 5: Modelo de avión

Imagen 6: Midiendo distancia recorrida

(4) Mandalas sobre piedra

Objetivo. El objetivo principal es el diseño y construcción de figuras planas distintas para que después puedan realizar un mandala.

Descripción de la actividad. La actividad comienza explicándole al alumnado lo que son los mandalas. Los alumnos hacen un diseño inicial sobre papel con ayuda de instrumentos de dibujo (Imagen 7). Ese diseño ha de contener diferentes formas geométricas superpuestas para producir varios niveles de visualización. A continuación, reproducen su diseño sobre una piedra de río, cubriendo una de sus caras (la más plana) de un único color que hará de fondo. Observan la dificultad de representar determinadas figuras y líneas teniendo en cuenta su idea inicial (Imagen 8).

Contenidos matemáticos: diseño y construcción de figuras planas, proporcionalidad y estimación de medidas.

Materiales: piedras de río, pintura, compás, regla, lápices, rotuladores de colores y folios.

ISBN 978-84-945722-3-4

Imagen 7: Diseño del mandala

Imagen 8: Mandalas sobre piedras

Conclusiones

En este trabajo se han presentado cuatro actividades que forman parte de un proyecto piloto que se ha llevado a cabo con alumnos en riesgo de exclusión social. La experiencia ha resultado un éxito en cuanto a motivación por parte de los alumnos. Los alumnos participaron activamente en todas las actividades planteadas, a pesar del rechazo que manifestaron, a priori, hacia los contenidos relacionados con las matemáticas. ¿Que son las matemáticas? o ¿Para qué nos sirven? Son algunas de las preguntas que muchos alumnos y alumnas que participan en este trabajo nos realizaron el primer día, pero que son un reflejo de lo que pasa cada día en las aulas y que cada vez se hace más presente en nuestra sociedad. Por eso, el principal factor que consideramos influyente en la alta participación fue la presentación de las actividades en un formato no habitual, al introducirlas como juegos o como retos que tenían más que ver con otras asignaturas que con las propias matemáticas. También fue relevante el hecho de que eran ellos los que recogían datos, medían, construían y experimentaban. Todo lo anterior propició su interés por conocer procesos y resultados matemáticos y así poder explicar y dar sentido a las cuestiones y problemas planteados. Los estudiantes mediante su participación en este tipo de experiencia, usa su tiempo en una actividad de su interés poniendo el empeño necesario para construir contenidos matemáticos que les parecen próximos a todo lo que se refiere a la vida real.

La propuesta didáctica descrita permite interrelacionar conocimientos entre sí al igual que con otras disciplinas, aspecto imprescindible para la adquisición de la competencia

ISBN 978-84-945722-3-4

matemática. Por otro lado, posibilita interacciones entre iguales y puede resultar de utilidad para los docentes de matemáticas, a los que podrá ayudar a tomar decisiones sobre el trabajo a desarrollar en el aula, y en particular con alumnado en exclusión social, para alcanzar los objetivos propuestos de un modo competencial y con un sentido real.

Consideramos que esta experiencia con alumnado en riesgo de exclusión social, aunque mejorable, abre un camino al aprendizaje motivacional basado en el estímulo matemático. En estos momentos, el proyecto piloto tiene continuidad como una actividad extraescolar en centro de Educación Secundaria.

Referencias bibliográficas

- Artigue, M. y Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. ZDM, volume 45, Issue 6, pp 797–810.

- Blasco, F. (2016). *Matemagia. Los mejores trucos para entender los números.* Barcelona: Ariel.

- Carbey, M. (2015). *Modelos de avión de papel para su construcción*. Madrid: Origami-Djeco.

- Chen, X. (2009). Students Who Study Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM) in Postsecondary Education. Stats in Brief. NCES 2009-161. National Center for Education Statistics. Recuperado de: http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED506035.pdf

- Xunta de Galicia (2011). Decreto 229/2011, do 7 de decembro, polo que se regula a atención á diversidade do alumnado dos centros docentes da Comunidade Autónoma de Galicia nos que se imparten as ensinanzas establecidas na Lei orgánica 2/2006, do 3 de maio, de educación.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-365

FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS: UNA EXPERIENCIA PARA APRENDER A ENSEÑAR CON APLICACIONES WEB DE CÁLCULO SIMBÓLICO

Nuria Joglar – Miguel Á. Abánades – José M. Sordo – Francisco Botana
njoglar@ucm.es – miguelangel.abanades@urjc.es – jmsordo@ucm.es – fbotana@uvigo.es
Universidad Complutense de Madrid, España, Universidad Rey Juan Carlos, España,
Universidad Complutense de Madrid, España, Universidad de Vigo, España

Núcleo temático: IV. Formación del profesorado en Matemáticas
Modalidad: CB
Nivel educativo: 5. Formación y actualización docente
Palabras clave: Formación de profesores, Sistema de cálculo simbólico, Enseñanza de matemáticas en Secundaria

Resumen

Motivados por la relevancia en el ámbito profesional de matemáticos e ingenieros de las aplicaciones de cálculo simbólico, en esta comunicación se presenta un estudio inicial sobre las posibilidades didácticas en educación secundaria de estas herramientas. Se describe una experiencia piloto desarrollada en el contexto de formación inicial de profesorado (Máster de Formación de Profesorado de Secundaria, especialidad Matemáticas), en la cual se plantea a los futuros profesores una serie de tareas (matemáticas y didácticas) a realizar con las aplicaciones web de cálculo simbólico de acceso libre Wolfram Alpha y SageMathCell en paralelo. Se describen y discuten los primeros resultados de esta intervención observándose diferentes comportamientos/respuestas de los futuros profesores en función de sus conocimientos matemáticos, didácticos y tecnológicos, y de las características de cada aplicación. Aunque estudios más amplios son necesarios, las primeras conclusiones apuntan a la falta de flexibilidad matemática por parte de los futuros profesores para incorporar adecuadamente este tipo de herramientas al trabajar la resolución de problemas, y a la conveniencia de complementar la formación matemática específica para enseñar matemáticas con tecnologías con conocimientos básicos de programación informática.

1. Introducción y marco teórico

En España, el currículo básico de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato establece que: “El uso de herramientas tecnológicas tendrá un papel esencial …" [Real Decreto 1105/2014, Sección I, p. 308].

Investigadores en el área de la educación matemática propugnan la necesidad de elaborar marcos teóricos específicos y de desarrollar estudios empíricos que ayuden a definir el papel

ISBN 978-84-945722-3-4

del profesor en entornos tecnológicos generales, de modo que la formación en tecnología del profesorado no se convierta en la formación en una aplicación concreta (Hoyles et al., 2004). Para tratar de definir el papel del profesor en entornos tecnológicos se ha llevado a cabo una intervención en el contexto de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria, en la que a los futuros profesores se les plantearon tareas matemáticas y didáctico-matemáticas para que las resolviesen individualmente y en paralelo con dos aplicaciones web de cálculo simbólico. Además, a los participantes se les pidió que incluyeran una valoración de las dificultades encontradas con cada aplicación. El objetivo principal de este estudio es analizar cómo los futuros profesores de matemáticas integran ese tipo de aplicaciones en su doble actividad, como matemáticos y como profesores de matemáticas.

El modelo que se propone en este artículo, tiene como punto de partida la observación del trabajo del matemático profesional donde las herramientas de cálculo simbólico (CAS de *Computer Algebra Systems*) juegan un papel fundamental.

El uso didáctico de los CAS ha sido considerado de manera habitual por profesores universitarios en titulaciones de grado y postgrado de Matemáticas e Ingenierías en los últimos años (Allen et al., 1999; Kendal et al., 2004; Botana et al., 2014), pero su complejidad de manejo, para el profesor y para el alumno, ha hecho que su uso en la enseñanza secundaria haya sido testimonial (Abánades et al., 2009). Las recientes versiones web simplificadas de algunos CAS hacen que su integración en el aula sea más factible (Dimiceli et al., 2010; Necesal & Pospisil, 2012; Botana et al., 2014). Para nuestra intervención hemos seleccionado las aplicaciones web de libre acceso Wolfram Alpha (WA), basada en el CAS comercial Mathematica, y SageMathCell (SMC), basada en el CAS de software libre SageMath, herramientas que han despertado recientemente el interés en la enseñanza de las matemáticas, especialmente a nivel universitario (Dimiceli et al., 2010).

Las actividades se han diseñado, planteado y analizado dentro del marco teórico del Instrumentalismo o Teoría de la Instrumentación (Rabardel, 2001; Drijvers, 2013; Trouche, 2004), y nuestra reflexión se centra, a partir de un contexto práctico, en detectar cómo se apropian los futuros profesores del instrumento concreto en cada caso; es decir, de cómo se produce la génesis instrumental (Artigue, 2002).

La intervención muestra cómo las distintas posibilidades y restricciones de las herramientas influyen en las estrategias de resolución de problemas de los futuros profesores

ISBN 978-84-945722-3-4

(*instrumentación*), y por otro lado cómo los distintos perfiles de los participantes influyen en los niveles de apropiación de las herramientas (*instrumentalización*).

Antes de describir detalles de la intervención y de discutir los resultados, incluimos breves descripciones de las aplicaciones web utilizadas.

Wolfram Alpha basa sus respuestas a las consultas matemáticas en cálculos remotos de la aplicación de cálculo simbólico Mathematica. Su característica más llamativa es su capacidad de interpretar consultas en lenguaje natural (solo en inglés). Esta cualidad facilita en gran manera la interacción con un usuario novel que puede realizar consultas matemáticas del tipo: "what is the area between the curves x squared minus 4 and 3x plus 5 from 0 to 3?" (¿cuál es el área entre las curvas x cuadrado menos 4 y 3x más 5 entre 0 y 3?), sin necesidad de usar una codificación especial.

La característica didáctica más reseñable de las respuestas dadas por esta aplicación es la presentación simultánea de diferentes "acepciones" o representaciones del objeto matemático en cuestión. Es ilustrativa la respuesta dada por Wolfram Alpha a la consulta "3+5" (véase la Figura 1, izquierda), que recoge distintas representaciones de la suma.

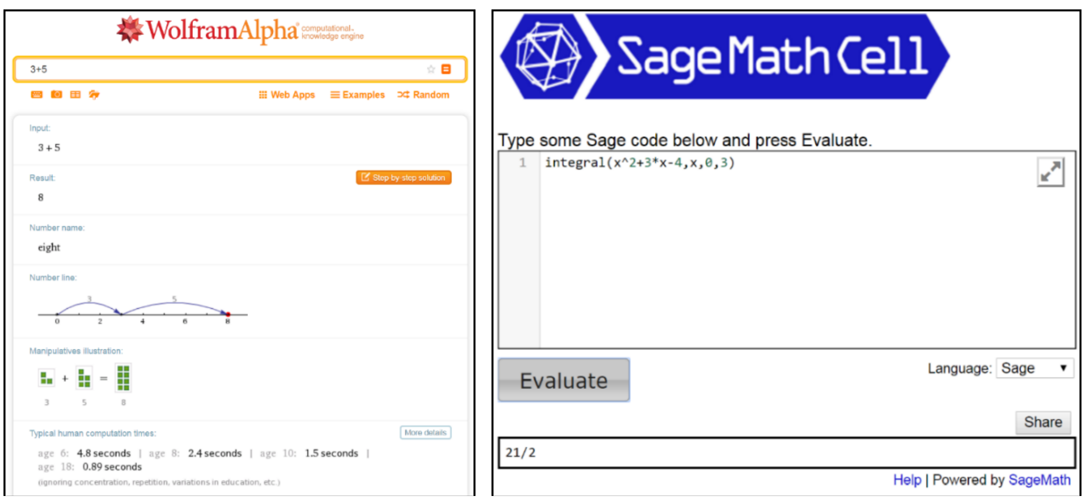


Figura 1: 3+5 según Wolfram Alpha y cálculo de integral en SageMathCell.

SageMath es una aplicación simbólica de cálculos matemáticos que reúne más de 100 paquetes de cálculo matemático avanzado de código abierto. SageMathCell es un servicio web de consulta directa basado en SageMath con una interfaz compuesta únicamente por un campo de texto en el que el usuario escribe su consulta (ver Figura 1, derecha).

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

A diferencia de Wolfram Alpha, la consulta debe de estar escrita en el lenguaje de programación Python, siguiendo las normas habituales de escritura científica. Esta dificultad inicial viene compensada por la numerosa documentación accesible online con ejemplos de uso de las distintas funciones de SageMath disponibles. La versatilidad de la herramienta hace que tenga usos en docencia, sobre todo en niveles superiores, donde juega el papel de "supercalculadora" (Botana et al., 2014; Botana et al., 2011).

2. Intervención y Metodología

La intervención se llevó a cabo con un grupo de 18 alumnos de la especialidad de Matemáticas del Máster de Formación de Profesorado de Secundaria de la Universidad Complutense de Madrid durante el curso académico 2013-14. Los participantes tenían distintos conocimientos matemáticos e informáticos debido a su formación previa (ver Tabla 1).

Licenciatura en Matemáticas	10
Grado en Matemáticas y Estadística	1
Grado en Matemáticas (Computación)	2
Ingeniería Superior Informática	1
Ingeniería Superior Industrial	1
Ingeniería Superior Telecomunicaciones	1
Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas	1

Tabla 1: Participantes según formación académica.

Se comenzó con una primera fase de 30 minutos de familiarización con las herramientas. En la segunda fase, de explotación matemática y de una hora de duración, los participantes tuvieron que realizar cálculos más complejos y representaciones gráficas con funciones de una y varias variables. En la Fase 3, de explotación didáctica y de 80 minutos de duración, se pedía a los futuros profesores que reflexionaran sobre cómo las aplicaciones consideradas podrían ayudarles a ellos como profesores, y a sus hipotéticos alumnos de secundaria, a resolver dos problemas planteados. En tercer lugar, se pedía que valoraran cómo se podría modificar la tarea para que fuera matemáticamente más rica y de forma que el uso de las aplicaciones web fuera imprescindible para su resolución. Sus respuestas a estas cuestiones nos ayudan a detectar conocimientos de características de aprendizaje de los alumnos de secundaria, y concimientos sobre la enseñanza de las matemáticas al pedirles que controlen variables didácticas de los problemas planteados en relación con los recursos tecnológicos,

ISBN 978-84-945722-3-4

las características del problema y del aprendizaje de los alumnos. Al igual que en las fases 1 y 2, se pidió a los participantes que valoraran la dificultad que habían experimentado con cada una de las herramientas al resolver cada tarea. Además, el formulario de valoración recogía las observaciones que los participantes tuviesen sobre la resolución de cada tarea con cada aplicación. Finalmente, en la Fase 4, de 10 minutos, respondieron específicamente como futuros profesores a 11 cuestiones sobre aspectos matemáticos, didácticos y tecnológicos relacionados con las actividades realizadas en las fases anteriores.

Además del nivel de dificultad encontrado con cada una de las dos herramientas en la resolución de cada una de las cuestiones propuestas, se recogieron y analizaron las respuestas por escrito de todos los participantes a todas las actividades en las distintas fases. También se analizaron breves entrevistas presenciales y a través de correo electrónico, con lo que se han incluido análisis cuantitativos y cualitativos.

3. Resultados y discusión

Respecto a la integración de WA y SMC en su actividad **como matemáticos**, la tabla 2 recoge la dificultad media experimentada al resolver las tareas matemáticas (Fases 1 y 2) con cada una de las aplicaciones, en una escala de 0 a 10.

Tareas	Herramienta	Dificultad
matemáticas	WA	0,68
matemáticas	SMC	**5,4**
didácticas	WA	1,22
didácticas	SMC	**8,15**

Tabla 2: Dificultad según herramienta.

El hecho de que la dificultad encontrada por los estudiantes sea significativamente mayor con SMC (5,4) que con WA (0,68), es una indicación clara de la diferencia entre los niveles de instrumentación alcanzados por los estudiantes para profesor en función de las características de cada recurso seleccionado. Parece razonable afirmar que con WA el proceso de instrumentación es más completo y rápido que con SMC. Esta afirmación, apoyada en datos cuantitativos, se ve claramente reforzada por los comentarios de los alumnos, quienes valoran mucho más positivamente la usabilidad y la interactividad de WA, en particular el hecho de que WA ofrezca en sus respuestas de manera automática acepciones

ISBN 978-84-945722-3-4

en diferentes registros (gráfico, analítico-algebraico, icónico, tabular …), algo que no hace SMC automáticamente.

Para analizar el grado de instrumentalización alcanzado por los participantes en función de sus conocimientos previos, hemos distinguido dos perfiles de futuros profesores según su grado de formación en programación informática, a saber, participantes con formación solo matemática (grupo M) y participantes con formación matemático-informática (grupo MI), según la tabla 1. La tabla 3 muestra la dificultad experimentada por los participantes según su perfil en las cuestiones matemáticas (fases 1 y 2) con cada una de las herramientas digitales. No resulta sorprendente que los alumnos con mayor formación informática encuentren menos dificultad en el uso de SMC, dada la naturaleza más técnica de la codificación de las tareas en SMC. Si bien no es una diferencia muy relevante, nos parece digno de mención el hecho de que la dificultad media encontrada por estos mismos alumnos usando WA sea mayor que la dificultad encontrada por los estudiantes con formación estrictamente matemática (1,04 y 0,45 respectivamente).

Formación	Tareas	Herramientas	Dificultad
M	matemáticas	WA	0,45
MI	matemáticas	WA	**1,04**
M	matemáticas	SMC	**6,3**
MI	matemáticas	SMC	4,01
M	didácticas	WA	0,59
MI	didácticas	WA	**2,65**
M	didácticas	SMC	**10**
MI	didácticas	SMC	5,63

Tabla 3: Dificultad según herramienta y formación.

Respecto a la integración de WA y SMC en su actividad como profesores de matemáticas, en la Fase 3 de la intervención, los alumnos valoran de 0 a 10 la dificultad que tendrían al utilizar cada herramienta para ayudar a sus estudiantes a resolver los problemas planteados. Con estas valoraciones podemos conseguir una primera visión del nivel de desarrollo de la génesis instrumental específicamente dentro del contexto de la formación de profesores. En lo que se refiere a la génesis instrumental, en la fase didáctica se encuentran resultados similares a los discutidos en las fases matemáticas. Así, tanto los análisis cuantitativos como los comentarios realizados por los alumnos, refuerzan la idea de que los niveles de instrumentación son mucho más altos con WA que con SMC. De nuevo, en el caso de los alumnos con un perfil menos matemático puro y con más conocimientos de programación,

ISBN 978-84-945722-3-4

la dificultad con SMC baja (de 8,15 a 5,63) y con WA sube (de 1,22 a 2,65). En el caso de los alumnos con un perfil puramente matemático, la dificultad con SMC sube a 10 puntos (ninguno es capaz de plantear cómo utilizar esta herramienta), pero su dificultad con WA baja (de 1,22 a 0,59).

La tarea fundamental de la Fase 3 es un problema de programación lineal y el 80% de los alumnos describen una respuesta correcta a lápiz y papel, aunque solamente el 27% incluye todos los detalles en su respuesta. Cerca del 40% de los participantes (7/18) deja en blanco la valoración de la dificultad para incorporar las aplicaciones web en la enseñanza de los contenidos matemáticos relacionados con la resolución de la tarea, lo que indica falta de conocimientos matemáticos para enseñar y sobre las características del aprendizaje con las citadas herramientas (Carrillo et al., 2013). Al igual que lo indicado por otros investigadores en la literatura, el peso de la respuesta estereotipada en papel y lápiz hace que los futuros profesores sean poco flexibles a la hora de encontrar otro tipo de estrategias con los recursos disponibles (Iranzo y Fortuny, 2009; Star & Rittle-Johnson, 2008).

Cuestionados sobre las variables didácticas relacionadas con la tarea planteada, casi el 50% no contesta. Tres futuros profesores mencionan "poner números más difíciles" como un factor que puede hacer que los alumnos necesiten usar WA o SMC para resolver el problema, y dos se plantean utilizar expresiones no lineales en las restricciones o plantear una región factible no acotada. Por otra parte, solamente un participante considera como variable didáctica el número de variables de la función a maximizar y también solamente una persona menciona en ese momento el carácter lineal de la misma. Estas observaciones describen indicios de conocimientos sobre las características tanto de la enseñanza como del aprendizaje matemático con tecnologías digitales que los futuros profesores analizados ponen en juego en la Fase 3 (Carrillo et al., 2013).

4. Conclusiones

En general, los futuros profesores integran WA con mayor agilidad y eficacia que SMC, independientemente de su formación, pero es relevante que el nivel de integración de los alumnos con formación matemático-informática es mayor que el de los alumnos con formación matemática con SMC, pero menor con WA. Este aspecto se acentúa ligeramente en el caso de las tareas específicamente didácticas.

ISBN 978-84-945722-3-4

Los alumnos con una formación matemática más sólida parecen saber interpretar mejor las respuestas múltiples que ofrece WA. Siendo conscientes de las limitaciones del estudio, podríamos inferir de manera simplista que los estudiantes con formación matemático-informática saben codificar mejor las búsquedas, pero los estudiantes con formación matemática más avanzada saben mejor *qué* hay que buscar.

Respecto a la sensación de usabilidad percibida por los alumnos de cada una de las herramientas, podemos decir que el uso de SMC se ve muy limitado por la falta de conocimientos de programación. En consecuencia, todos los futuros profesores encuentran más apropiado WA que SMC para su uso en secundaria y bachillerato.

En resumen, las primeras conclusiones apuntan a la conveniencia de complementar la formación matemática específica de los profesores con conocimientos básicos de programación informática para enseñar eficazmente con este tipo de aplicaciones.

ISBN 978-84-945722-3-4

Referencias bibliográficas

Abánades, M. Á, Botana, F, Escribano, J, Tabera, L. F. (2009). Software matemático libre. La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 12(2), 325-346.

Allen, G. D, Herod, J, Holmes, M, Ervin, V, Lopez, R. J, Marlin, J, Meade, D, Sanches, D. (1999). Strategies and guidelines for using a computer algebra system in the classroom. International Journal of Engineering Education, 15(6), 411-416.

Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. International Journal of Computers for Mathematics Learning, 7(3), 245-274.

Botana, F, Abánades, M. A, Escribano, J. (2014). Using a Free Open Source Software to Teach Mathematics. Computer Applications in Engineering Education, 22(4), 728-735.

Botana, F, Escribano, J, Abánades, M. A. (2011). Sage: Una aplicación libre para matemáticas. SUMA, 67, 41-46.

Carrillo, J, Climent, N, Contreras, L. C, Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Mathematics Teacher Specialized Knowledge. Proceedings of the CERME 8, Febrero, 2013, Antalya, Turquía.

Dimiceli, V. E, Lang, A. S. I. D, Locke, L. (2010). Teaching Calculus with Wolfram Alpha. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 41(8), 1061-1071.

Drijvers, P. (2013). Digital technology in mathematics education: why it works (or doesn't). PNA, 8(1), 1-20.

Hoyles, C, Noss, R, Kent, P. (2004). On the Integration of Digital Technologies into Mathematics Classrooms. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 9(3), 309-326.

Iranzo, N, Fortuny, J. M. (2009). La influencia conjunta del uso de GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del alumnado. Enseñanza de las Ciencias, 27(3), 433-446.

Kendal, M, Stacey, K. (2001). The impact of teacher privileging on learning diferentiation with technology. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 15, 143-165.

Necesal, P, Pospisil, J. (2012). Experience with Teaching Mathematics for Engineers with the Aid of Wolfram Alpha. Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science, Vol I, WCECS2012, October 24-26, 2012, San Francisco, USA.

Rabardel, P. (2001). Instrumented mediated activity in situations. People and Computers XV – Interaction without frontiers, 17-30.

Star, J, Rittle-Johnson, B. (2008). Flexibility in problem solving: The case of equation solving. Learning and Instruction, 18, 565-579.

Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. International Journal of Computers for Mathematics Learning, 9, 281-307.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-366

DIFICULTADES DE LOS FUTUROS MAESTROS PARA CREAR PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS ADECUADOS

Alberto Mallart Solaz – Vicenç Font Moll
albert.mallart@ub.edu – vfont@ub.edu
Universidad de Barcelona, Facultad de Educación, España

Núcleo temático: IV. Formación del profesorado en Matemáticas.
Modalidad: CB.
Nivel educativo: 5. Formación y actualización docente
Palabras clave: resolución de problemas, creatividad, motivación, formación de profesores

Resumo

La enseñanza de las matemáticas siempre se ha preocupado por la resolución de problemas y últimamente por la creación de problemas. La comunicación que se presenta es una parte de un estudio que tiene como objetivo general la descripción de las dificultades que tienen los futuros maestros de matemáticas para ser creativos en la formulación de problemas destinados a sus futuros alumnos. Los objetivos específicos que se van a tratar aquí son dos. El primero es conocer sus ideas previas sobre lo que significa crear un problema. El segundo es estudiar el tipo de problema que se crea de acuerdo con unas consignas determinadas. Los diferentes instrumentos utilizados para registrar los datos fueron hojas de trabajo con tareas propuestas, diario de campo y producciones de los alumnos. El entorno matemático de las tareas fue la geometría plana del último ciclo de primaria y los procesos de creación y resolución de problemas. Esta investigación es parte de un estudio de casos constituida por diez estudiantes universitarios de la asignatura de Didáctica de la Geometría. Los resultados indican falta de motivación inicial para crear problemas y serias dificultades en seguir unas consignas determinadas.

1. Introducción

Pásztor, Molnár, and Csapó (2015) afirman que la creatividad juega un papel importante por sí misma y por su interconexión con otros procesos como son la resolución de problemas y la creación de problemas. A pesar de que muchos investigadores hayan tratado de dar una definición de creatividad matemática, no existe ninguna universalmente aceptada (Mann, 2006). Las definiciones de creatividad matemática de los investigadores pueden categorizarse en dos tipos: a) las que hacen referencia al producto final; b) las que hacen referencia al proceso (James, Lederman-Gerard, y Vagt-Traore, 2004). En el marco de la primera perspectiva, se describe la creatividad matemática de diferentes formas, entre otras:

ISBN 978-84-945722-3-4

la capacidad de crear un trabajo inesperado (Sternberg y Lubart, 2000); la capacidad excepcional de crear soluciones de problemas útiles y originales (Chamberlin, 2005); la originalidad del producto resultante (Sriraman, 2009). En la perspectiva de la segunda categoría, Mallart y Deulofeu (en prensa) describen la creatividad matemática como: la capacidad para pensar conceptualmente, lo cual implica siete componentes: originalidad, flexibilidad, elaboración, análisis, síntesis, comunicación y redefinición.

Diversos autores ponen de manifiesto la importancia que tienen las actividades de invención de problemas (o "problem posing") dentro del proceso de resolución de problemas. Murray, Olivier y Human (1998) afirman que si los estudiantes generan sus propios problemas, entonces incrementarán su habilidad para aplicar los conceptos y destrezas necesarios para su resolución. Walter y Brown (1977) estudiaron la interdependencia entre la invención y la resolución de problemas, encontrando que el rendimiento en una de ellas tiene importantes repercusiones en la otra y al revés también. Silver y Cai (1996) indagaron sobre la relación existente entre la invención de problemas y la resolución de problemas y concluyeron que el rendimiento de los estudiantes en la resolución de problemas tuvo una correlación alta con su rendimiento en el planteamiento de problemas. Leung y Silver (1997) destacan el valor que tiene la invención de problemas en la mejora de las habilidades a la hora de resolver problemas (influencia de manera positiva en el desarrollo de estrategias de resolución).

La actividad de inventar problemas también ha sido estudiada como medio que permite conocer las habilidades de los estudiantes, así como la comprensión de los conceptos matemáticos aprendidos (Pelczer y Gamboa, 2008). La invención de problemas no sólo da la oportunidad al estudiante de demostrar sus conocimientos y qué es capaz de hacer con ellos, sino que también permite al profesor observar patrones en el aprendizaje y el pensamiento matemático de los estudiantes (Kwek y Lye, 2008). Silver y Cai (2005) mencionan que si la invención de problemas se utiliza como una actividad más en el proceso de enseñanza de la matemática, entonces también podría ser incorporada de alguna forma dentro de la evaluación de clase, como un medio para comprobar la comprensión o capacidad de los estudiantes. Lin (2004) resalta que un aspecto positivo de la invención de problemas tratada

ISBN 978-84-945722-3-4

como herramienta de evaluación comparada con otras, es que no está separada del proceso de instrucción, sino inmersa en ella.

Brown y Walter (1993) muestran que si los estudiantes tienen la oportunidad de crear y explorar sus propios problemas, entonces éstos tomarán más responsabilidad en su propio aprendizaje. También se ha observado que este tipo de actividades dan lugar a un nivel muy visible de compromiso, curiosidad y entusiasmo durante la clase, así como una mayor responsabilidad por parte del estudiante en la construcción de su conocimiento (Cunningham, 2004).

2. Objetivos

Los objetivos específicos en los que se desglosa esta presentación son**:**

a) conocer las ideas previas de los futuros profesores de matemáticas sobre lo que significa crear un problema

b) estudiar el tipo de problema que los futuros profesores de matemáticas crean de acuerdo con unas consignas determinadas (y el grado de seguimiento de las mismas)

3. Metodología

Se ha hecho un estudio de caso de un grupo formado por 10 estudiantes de la asignatura de Didáctica de la Geometría de segundo curso del Grado de Maestro de Educación Primaria en la Universidad de Barcelona (España). Se trata de alumnos con diferente nivel de competencia matemática, aunque mayoritariamente el nivel es bajo. Esta investigación se ha llevado a cabo durante el curso académico.

En esta investigación se utilizaron diferentes instrumentos de registro escrito para recopilar diferentes tipos de información: hojas de trabajo con tareas propuestas, diario de campo y producciones de los alumnos.

Las fases de la investigación fueron básicamente tres: diseño de la secuencia de tareas profesionales, implementación y análisis de las producciones de los futuros maestros.

ISBN 978-84-945722-3-4

Descripción de la implementación de la secuencia de tareas

El primer objetivo era conocer sus ideas previas sobre lo que significaba crear un problema. Para ello, los alumnos tuvieron que contestar, entre otros, 2 cuestionarios generales (tareas 1 y 2) a modo de evaluación inicial el primer día de curso. En el primer cuestionario se les preguntaba sobre lo que esperaban que les aportara la asignatura de Didáctica de las Matemáticas, y lo que entendían por saber, aprender y enseñar matemáticas. En el segundo cuestionario se les preguntaba sobre qué era un ejercicio, un problema, sus diferencias y sus utilidades. También se pretendía averiguar las características que consideraban más importantes de un problema, y si encontraban interesante saber crear problemas como futuros profesores de matemáticas y porqué.

El segundo objetivo fue estudiar el tipo de problema que se creaba, de acuerdo con unas consignas determinadas (y el grado de seguimiento de las mismas). Con tal fin, se propuso a los alumnos una tercera tarea que consistió en crear y solucionar dos problemas de geometría que relacionaran varias figuras planas, el cálculo de áreas, la representación gráfica, la vida cotidiana, y el nivel de ciclo superior de primaria (tarea 3).

Seguidamente se propuso una tarea 4 que consistió en un cuestionario que ayudó a perfilar lo que pensaban sobre proponer problemas con fines didácticos. Con esta tarea se buscó una reflexión interior individual en la que cada futuro profesor comparó lo que pensaba al inicio de curso y lo que pensaba después de haber tenido que proponer dos problemas siguiendo unas consignas (tarea 3). En este cuestionario se preguntó sobre las dificultades de proponer problemas de matemáticas, sobre sus propios puntos fuertes y débiles en la proposición de problemas, sobre los aspectos favorables que ofrece el saber proponer problemas, y sobre las características de un buen problema propuesto, desde su punto de vista. Para el primer objetivo presentado en esta comunicación, la tarea 4 ha ayudado a concretar sus ideas previas sobre la proposición de problemas.

4. Análisis de datos

El análisis de las respuestas a las tareas 1 y 2, permite concluir que las ideas previas de los futuros maestros sobre el significado y la utilidad que tenía, para ellos, crear un problema, sin haberles pedido que crearan alguno antes, se pueden englobar, básicamente, en dos

ISBN 978-84-945722-3-4

categorías. La primera es de tipo evaluativo ya que los futuros maestros consideran que crear problemas permite comprobar que se tienen los conocimientos requeridos y que se saben aplicar. La segunda, es que permite comprobar que los alumnos son creativos. A continuación sigue un ejemplo de respuesta en la que aparecen las dos categorías:

> Alumno 1: [¿Es necesario enseñar a crear problemas?] "Sí, ya que los alumnos pueden comprobar si saben la lección, pueden conocer la utilidad de la teoría y mejoran su creatividad".

Cabe resaltar que en las respuestas aparecen muchas referencias a la creatividad (7) y pocas de otro estilo (por ejemplo, es una estrategia motivadora). Dado que no son habituales tantas referencias sobre la creatividad en futuros maestros, una explicación plausible es que las preguntas de las tareas direccionaban a los alumnos hacia la creatividad.

Con relación a la tercera tarea, lo primero que llama la atención es que ningún alumno es capaz de seguir todas las consignas simultáneamente en los dos problemas que crea. Por ejemplo, a continuación se muestra un caso de problema que no sigue la primera consigna de involucrar más de una figura plana:

> "Unos niños están jugando a básquet y al tirar la pelota, ésta se queda encajada en el aro. Entonces los niños han de comprar una que sea más pequeña. Pero primero tendrán que averiguar cuál es el área del aro sabiendo que el diámetro de éste mide 50 cm. Encuentra el área del aro y representa la figura plana a la que equivale." (Alumno 5)

La consigna menos seguida es la de adecuar la dificultad del problema al ciclo superior de primaria, de hecho sólo un alumno la sigue en los dos problemas. Del total de 20 problemas hay tres que cumplen la consigna de adaptarse al ciclo superior de primaria tal como se pedía, 15 proponen problemas muy fáciles correspondientes a ciclos inferiores y dos son problemas de secundaria. A continuación sigue un ejemplo de problema correspondiente a un ciclo inferior y otro correspondiente a una etapa educativa superior:

> "¡Ponte en situación! Te has mudado de casa y tienes una habitación nueva. Quieres comprar una alfombra que llene la habitación. ¿Cuánta alfombra necesitarás comprar?" (Alumno 6)

ISBN 978-84-945722-3-4

> "Queremos organizar una carrera de 100 m lisos en nuestro barrio, y la única calle lo suficientemente larga es la rambla. Sabemos que de diagonal a diagonal hay 102 m de distancia y la anchura de la calle es de 9 m. ¿Cuánto mide de longitud?" (Alumno 4)

Señalemos que cuando decimos que un problema está más adaptado a una etapa educativa, lo que se quiere decir es que las resoluciones más habituales implican el uso de contenidos de esta etapa. Ahora bien, también cabe la posibilidad de que puedan admitir también resoluciones con contenidos de primaria, pero en este caso su resolución exigiría cierta creatividad en los alumnos.

5. Conclusiones

Los futuros maestros no consideran que crear problemas con fines didácticos sea una habilidad indispensable para desarrollar su profesión futura correctamente. Ello denota una falta de motivación inicial para crear problemas por su parte. Ellos distinguen entre dos finalidades que no son relevantes para ellos: la primera es de tipo evaluativo (crear problemas permite comprobar que se tienen los conocimientos requeridos y se saben aplicar), y la segunda permite comprobar que los alumnos son creativos.

Con relación a la descripción de las dificultades que tienen los futuros maestros de matemáticas para formular problemas, se han detectado dos grupos de dificultades:

a) La mayoría no puede crear problemas cercanos a la realidad cotidiana del alumno.

b) La mayoría no puede crear problemas que impliquen contenidos (conceptos, procedimientos, etc.) adecuados al currículum de una etapa educativa previamente fijada. Crean problemas que en su resolución utilizan contenidos de una etapa superior o bien inferior.

Agradecimientos

Trabajo realizado en el marco del proyecto de investigación: EDU2015-64646-P (MINECO/FEDER, UE).

ISBN 978-84-945722-3-4

6. Referencias

Brown, S., y Walter, M. (1993). *Problem posing*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Chamberlin, S. A. (2005). Secondary mathematics for high-ability students. In F.Dixon & S. Moon (Eds.), *The handbook of secondary gifted education* (pp. 145– 163). Waco, TX: Prufrock Press.

Cunningham, R. (2004). Problem posing: An opportunity for increasing student responsability. *Mathematics and Computer Education*, *38*(1), 83-89.

James, V., Lederman, R., y Vagt-Traore, B. (2004). Enhancing creativity in the classroom. In M. Orey (Ed.), *Emerging perspectives on learning, teaching, and technology*, (pp.104-114). Switzerland: Jacobs Foundation.

Leung, S., y Silver, E. (1997). The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers. *Mathematics Education Research Journal, 9*(1), 5-24. doi:10.1007/BF03217299

Lin, P. (2004). Supporting teachers on designing problem-posing tasks as a tool of assessment to understand students' mathematical learning. In M. J. Høines, y A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3* (pp. 257–264). Bergen: Bergen University College.

Mallart, A., y Deulofeu, J. (en prensa). Estudio de indicadores de creatividad matemática en la resolución de problemas. *RELIME*. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.*

Mann, E. (2006). Creativity: the essence of mathematics. *Journal for the Education of the Gifted, 30* (2), 236-260. doi: 10.4219/jeg-2006-264

Murray, H., Olivier, A., y Human, P. (1998). Learning through problem solving. In A. Olivier, & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *1* (pp. 169-185). Stellenbosch: PME.

Pásztor, A., Molnár, G., y Csapó, B. (2015). Technology-based assessment of creativity in educational context: the case of divergent thinking and its relation to mathematical

ISBN 978-84-945722-3-4

achievement. *Thinking skills and Creativity*, *Special Issue: 21st Century Skills*, *18*, 32-42.

Pelczer, I., y Gamboa, F. (2008). Problem posing strategies of mathematically gifted students. In R.Leikin (Ed.), *Proceedings of the 5th International Conference on Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students* (pp. 193-199). Tel Aviv: Center for Educational Technology.

Silver, E., y Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(5), 521-539.

Silver, E. A., y Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics*, *12*(3), 129-135.

Sriraman, B. (2009). General Creativity. In B. Kerr (Ed.), *Encyclopedia of Giftedness, Creativity and Talent*, (pp. 369-372). New York: Sage Publications.

Sternberg, R. J., y Lubart, T. I. (2000). The concept of creativity: Prospects and paradigms. In R. J. Sternberg (Ed.), *Handbook of creativity* (pp. 93–115). New York: Cambridge University Press.

Walter. M., & Brown, S. (1977). Problem posing and problem solving: an illustration of their interdependence. *Mathematics Teacher*, *70*(1), 5-13.

Información extraída de una página web

Kwek, M. L., y Lye, W. L. (2008). Using problem-posing as an assessment tool. En *10th Asia-Pacific Conference on Giftedness*. http://hkage.org.hk/en/events/080714_10th_APCG.htm Consultado 1/6/2010

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-367

CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS COM RÉGUA E COMPASSO: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA COM ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO

Elisa Daminelli
daminelli.elisa@gmail.com
IFRS Campus Osório - Brasil

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.
Modalidad: CB
Nivel educativo: Terciario o Bachillerato (16 a 18 años)
Palabras clave: Geometria – Ensino Médio – Cenários para Investigação – Modelagem Matemática.

Resumen

Este relato apresenta uma experiência de ensino de Geometria desenvolvida com estudantes do Ensino Médio Integrado do IFRS Campus Osório. De forma geral, os estudantes possuem pouco conhecimento nessa área. Um levantamento prévio, realizado com estudantes das turmas que participaram da atividade, identificou que a maioria desconhece conceitos básicos de Geometria, e ainda muitos relataram que não tiveram contato com Geometria durante o ensino fundamental. Diante disso, buscou-se realizar uma experiência de ensino com o objetivo de ampliar e desenvolver o pensamento geométrico dos estudantes, partindo de situações investigativas e com auxílio de materiais de desenho como régua, transferidor e compasso. Os estudantes eram desafiados a realizar construções geométricas e deduzir propriedades, definições e conceitos. Utilizou-se como referencial teórico metodológico os Cenários para investigação de Skovsmose e a Modelagem Matemática na concepção de Barbosa. Como forma de avaliação buscou-se valorizar a participação e a produção individual ou coletiva em sala de aula. Verificou-se que os estudantes envolveram-se nas atividades propostas e sentiram-se desafiados e motivados, o que corrobora o fato de que a proposta desenvolvida pode contribuir para melhorar o ensino de Geometria.

Introdução

O ensino de Geometria, de forma geral, é pautado no uso de fórmulas, mais especificamente direcionado para os cálculos de área e perímetros quando se trata do Ensino Fundamental. Um levantamento realizado com os estudantes, que ingressaram no Ensino Médio Integrado no IFRS campus Osório em 2013, constatou que a maioria desconhecia conceitos básicos de Geometria, inclusive conceitos como de área e perímetro. Para alguns estudantes a Geometria não fez parte do ensino de Matemática durante o Ensino Fundamental.

ISBN 978-84-945722-3-4

Paralelo a essa questão, a Geometria no Ensino Médio parece seguir um padrão no qual se abordam questões relacionadas ao cálculo de áreas e volumes, especialmente de alguns sólidos geométricos, como prismas, pirâmides, cilindro, cone e esfera. Além disso, a previsão de conteúdos relacionados à Geometria se restringe em um determinado período do curso, tornando difícil fazer escolhas sobre quais conceitos e aspectos da Geometria devem ser priorizados durante o Ensino Médio.

As dificuldades apresentadas pelos estudantes em relação ao tema motivaram a busca por uma proposta de ensino que contemplasse parte do conhecimento de Geometria plana, que em geral não é trabalhada em sala de aula no Ensino Médio, mas que, conforme observado pelo levantamento realizado, era um tema pouco conhecido pelos estudantes.

A proposta contemplou conceitos relacionados aos triângulos, sua classificação quanto às medidas dos lados e ângulos, mediatriz, bissetriz, mediana e altura, e os pontos notáveis baricentro, ortocentro, incentro e circuncentro. Devido ao pouco tempo que poderia ser destinado para esta atividade, em virtude da necessidade de cumprir o cronograma e o programa de conteúdos estabelecido para o curso, não foi possível explorar outros conceitos geométricos, com outras figuras e suas propriedades.

Destacamos que a proposta atingiu os objetivos propostos, visto que houve interesse e motivação dos estudantes em sua participação. Portanto, consideramos que a proposta pode ser implementada para desenvolver outras atividades, inclusive para a abordagem de outros conceitos da Geometria plana.

Fundamentação Teórica

O ensino de Matemática, no seu modo mais tradicional, segue uma ordem específica, na qual o professor apresenta os conceitos, explica sua aplicação e resolve alguns exemplos para que, em seguida, os estudantes resolvam uma sequência de exercícios semelhantes. Segundo Skovsmose (2008) essa é a prática tradicional no ensino de Matemática, a qual ele denomina de paradigma do exercício.

Skovsmose (2008) apresenta uma nova proposta para o Ensino de Matemática, o qual ele denominou de Cenários para investigação. Nessa perspectiva, o ensino de Matemática busca dialogar com os estudantes, propondo situações de investigação, que instiguem a curiosidade

ISBN 978-84-945722-3-4

e permitam o debate e a argumentação, para, a partir disso, construir o conhecimento matemático.

Na concepção de Skovsmose (2008) os exercícios não deixam de ser importantes, nem devem ser abandonados, mas para o autor é preciso aliar a prática dos exercícios com outras propostas e metodologias. Nesse sentido, o autor apresenta uma matriz de referência com seis Ambientes de Aprendizagem, conforme figura a seguir:

	Exercícios	Cenários para investigação
Referências à Matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Figura 1: Ambientes de Aprendizagem[22]

Skovsmose (2008) indica três tipos de referências que podem ser abordadas tanto no paradigma do exercício quanto em Cenários para investigação. Os ambientes (1), (3) e (5) são definidos pelo autor como paradigma do exercício. Portanto, se enquadram na proposta tradicional de ensino de Matemática. O que pode apresentar diferenças entre esses três ambientes é o tipo de referência utilizada, no caso das referências à Matemática pura são atividades que apresentam exercícios que envolvem apenas conceitos matemáticos, como cálculos de equações e demonstrações. Já em referências a semi-realidade é possível uma simulação de uma situação para aplicação de conceitos matemáticos, enquanto as referências à realidade indicam a presença de problemas reais que são resolvidos com auxílio da Matemática.

Essas referências permanecem as mesmas quando se transfere as atividades do paradigma do exercício para a proposta de Cenários para investigação. O que muda essencialmente é a forma como a atividade é conduzida. Na proposta de cenários para investigação a ideia não é aprender e treinar um algoritmo para resolução de problemas matemáticos, embora isso faça parte do processo. A proposta de Cenários para investigação é criar ambientes de aprendizagem que instiguem a curiosidade, que possibilitem a visualização de diversos

[22] **Quadro utilizado por Skovsmose (2008) para representar os Ambientes de Aprendizagem.**

ISBN 978-84-945722-3-4

cenários e pontos de vista a partir de uma mesma situação, seja ela da Matemática pura ou da realidade.

Portanto, a proposta de Cenários para investigação exige uma postura de mudança do professor em sala de aula, mais aberto ao diálogo e disposto a aceitar desafios e correr riscos. Aceitar desafios porque exige que o professor repense sua prática docente e que busque novas estratégias e metodologias para o ensino da Matemática, e correr riscos porque instigar a curiosidade e estimular a argumentação pode levar a situações de conflito ou mesmo conduzir para áreas de pouco conhecimento e domínio do professor.

No entanto, conforme Penteado & Skovsmose (2008) os riscos trazem novas possibilidades e oportunidades de aprendizagem. Para os autores a tranquilidade da aula tradicional pode estabelecer uma zona de conforto, que nem sempre produz os melhores resultados na aprendizagem. Por outro lado, a zona de risco, mesmo que represente um pouco de perda de controle do professor sobre a situação, pode possibilitar aos alunos que façam novas descobertas através de experimentações.

Nessa perspectiva, a Modelagem Matemática torna-se aliada na proposta de Cenários para investigação. Na concepção de Barbosa (2001, p.6) a *"Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade."*

Para Barbosa (2004) o ambiente de modelagem está associado à problematização e à investigação. A modelagem permite inicialmente a elaboração de questões e indagações que poderão ser respondidas por meio de argumentações e reflexões envolvendo o conhecimento matemático. Neste contexto, a experiência de ensino relatada procurou embasar sua proposta nos referencias de cenários para investigação e na concepção de modelagem como ambiente de aprendizagem.

Metodologia

A proposta de atividade foi realizada em horário regular de aula, com 55 estudantes de duas turmas de Ensino Médio integrado do IFRS Campus Osório, durante cinco encontros no segundo semestre de 2015, totalizando 10 horas/aula de 50 minutos. O conteúdo de Geometria plana fazia parte dos tópicos a serem trabalhados no período letivo. Buscando novas formas de trabalhar os conceitos de Geometria, em consonância com os referenciais

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

apresentados, propomos aos estudantes que as atividades seriam realizadas em sala de aula, com uso de um caderno de desenho individual, e com auxílio de materiais de desenho, como réguas, compassos e transferidor.

Além disso, também se propôs uma forma de avaliação diferente dos métodos tradicionais, que em geral usam provas e testes. A avaliação foi realizada a partir da participação em aula, das discussões e argumentações realizadas, e da produção do material próprio no caderno de desenho.

Relato das atividades

A primeira atividade proposta aos estudantes foi a construção de quatro triângulos no caderno de desenho, com medidas variadas. A proposta tinha como objetivo discutir a condição de existência de um triângulo e também introduzir os critérios para classificação dos triângulos quanto às medidas dos lados e dos ângulos. O primeiro triângulo solicitado tinha medidas 3cm, 4cm e 5cm, sendo um triângulo retângulo e escaleno, com o qual os estudantes já tinham alguma familiaridade devido ao estudo do Teorema de Pitágoras.

O segundo triângulo tinha medidas 6cm, 6cm, e 6cm, sendo um triângulo equilátero e acutângulo. O terceiro triângulo tinha medidas 5cm, 5cm e 6cm, sendo um triângulo isósceles e acutângulo. E o último desenho com medidas 3cm, 2cm e 6cm, o qual não era possível construir um triângulo, pois o resultado da soma dos dois lados menores é menor que o terceiro lado do triângulo proposto ($3 + 2 < 6$) o que contraria a condição de existência para triângulos.

Essa atividade foi importante inicialmente para que os estudantes pudessem manusear alguns instrumentos de medida, como régua e compasso. A construção do primeiro triângulo, que era retângulo, foi realizada de forma rápida pelos estudantes, por se tratar de uma figura já conhecida, inclusive pelas medidas que foram solicitadas, e nessa construção os estudantes utilizaram apenas régua. Para a construção dos outros triângulos, apresentamos o compasso como um instrumento auxiliar no processo, sendo utilizado para demarcar a distância de um vértice até outro do triângulo.

Os estudantes inicialmente mostraram-se resistentes ao uso do compasso, e insistiram em utilizar apenas a régua. No entanto, foram percebendo que a régua exigia uma habilidade de previsão sobre os lugares dos vértices, e quem nem sempre funcionava muito bem, pois na

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

hora de traçar o último lado do triângulo as medidas não conferiam com as indicadas. Essa situação possibilitou que os alunos percebessem que a utilização do compasso nessa atividade facilitava o trabalho e era mais precisa nos resultados do desenho.

Na construção do último desenho, os estudantes fizeram várias tentativas até compreender que não era possível construir um triângulo com aquelas medidas. Nesse momento, iniciou-se uma discussão acerca do assunto que levou os estudantes a refletirem quais as razões para que aquele desenho não pudesse ser construído, que diferenças existiam entre aquela proposta de triângulo e as anteriores, até que, por fim, chegassem a conclusão da condição de existência de triângulos.

Além dessa discussão sobre a condição de existência, outros debates foram realizados durante esta atividade. Discutimos o que significa ser um triângulo retângulo, e como posso garantir, a partir das medidas que o triângulo tem um ângulo reto. Essas questões levaram os estudantes a retomarem a ideia do Teorema de Pitágoras, tema já estudado por eles. Outras questões foram indagadas aos estudantes, para que pudessem refletir sobre as definições apresentadas para as classificações dos triângulos em relação às medidas de ângulo e lados. Perguntamos, por exemplo, se um triângulo pode ser isósceles e retângulo? Ou se um triângulo pode ser equilátero e retângulo? Essas questões possibilitaram que os estudantes refletissem sobre o significado de ser triângulo retângulo, triângulo equilátero ou escaleno, e exigiram que eles fizessem relações entre esses conceitos para analisar e responder as questões.

A segunda atividade proposta, dando continuidade ao tema inicial, estava relacionada aos pontos notáveis de um triângulo. Nessa atividade os estudantes foram desafiados a construir diferentes triângulos, nos quais deveriam encontrar, a partir das medianas, bissetrizes, mediatrizes e alturas, os pontos notáveis do triângulo: baricentro, incentro, circuncentro e ortocentro. No caso do incentro e circuncentro os alunos foram desafiados a construir a partir destes pontos as circunferências inscritas e circunscritas no triângulo.

No caso do baricentro, informamos que este é o ponto de equilíbrio do triângulo e desafiamos os estudantes para que, depois de construir o triângulo e marcar o baricentro, recortassem a figura e tentassem equilibrá-la na ponta de um lápis ou caneta. Essa atividade motivou os estudantes, que ficaram curiosos para verificar se era realmente possível equilibrar o triângulo na ponta de um lápis ou caneta. Muitos fizeram inúmeras tentativas, e alguns

ISBN 978-84-945722-3-4

conseguiram atingir o objetivo proposto. A partir disso, discutimos porque nem todos conseguiram, e levantamos questões relacionadas à dificuldade na utilização dos instrumentos de desenho e também o grau de precisão na hora de fazer a construção. Outra atividade também realizada foi com o uso do geoplano, que é uma malha quadriculada, conforme representado na figura a seguir:

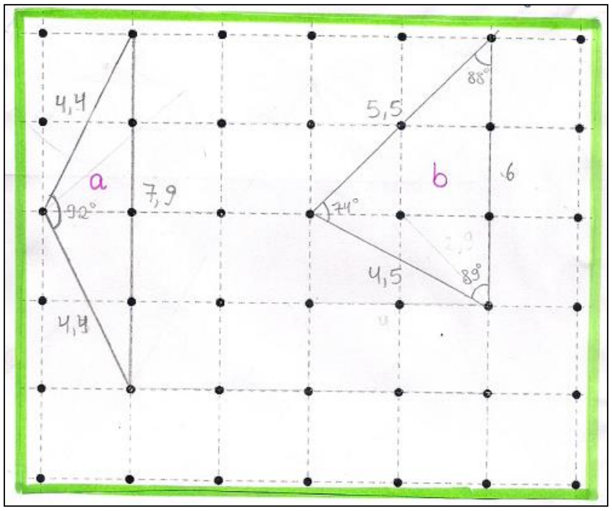


Figura 2: Imagem retirada do caderno de um aluno que representa o geoplano

Para esta atividade solicitamos que os estudantes desenhassem diferentes triângulos, de forma que cada vértice do triângulo correspondesse a um ponto do geoplano. Não foram indicadas as medidas dos triângulos, mas apenas suas características. Os estudantes deveriam desenhar as seguintes figuras: um triângulo isósceles e obtusângulo, um triângulo escaleno e acutângulo, e um triângulo equilátero. Os dois primeiros triângulos foram construídos sem maiores dificuldades. Mas foram inúmeras tentativas na construção do triângulo equilátero, até que, a partir de observações e argumentações, os estudantes concluíram que não era possível construir um triângulo equilátero de forma que os três vértices fossem pontos da malha quadriculada do geoplano.

A conclusão dos estudantes utilizou como argumento que a partir do momento em que são traçados dois lados do triângulo, o terceiro lado já está determinado, e ele tem sempre medida diferente dos outros. Para melhorar o argumento, usamos a ideia de que ao marcar os vértices sobre os pontos do geoplano, o triângulo pode ser sempre visualizado como a metade da área de um retângulo. Pedimos que cada estudante identificasse em seu desenho o retângulo que poderia ser completado a partir do triângulo marcado nos vértices.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

A partir disso, discutimos a relação entre as medidas dos lados do triângulo equilátero e sua altura. Para determinar a altura do triângulo equilátero utilizamos a aplicação do teorema de Pitágoras, considerando a metade do triângulo equilátero. Para todas as opções de triângulos, com medidas de lados representadas por números naturais, concluímos que a altura do referido triângulo era representada por um número irracional, pois o resultado sempre chegava a uma multiplicação por uma raiz quadrada de 3. Como a altura no triângulo equilátero é um segmento de reta que liga o vértice do triângulo ao ponto médio do lado oposto, essa situação tornava impossível obter os três vértices do triângulo congruentes com os pontos do geoplano.

Considerações finais

Este relato destacou os aspectos positivos de trabalhar o ensino de Matemática, e mais especificamente o ensino de Geometria através da proposta de Cenários para investigação aliado à Modelagem Matemática, permitindo aos estudantes realizar observações, argumentações e generalizações acerca do conhecimento desenvolvido em sala de aula.

A proposta de elaborar construções geométricas com régua e compasso possibilitou, além da experiência de utilizar estes instrumentos, espaço para discussões acerca dos conceitos estudados, uma vez que os estudantes precisavam compreender o conceito para elaborar a construção, e também para argumentar sobre os resultados do desenho e os problemas percebidos durante a elaboração da atividade, que muitas vezes não poderia ser concluída pela impossibilidade de respeitar as propriedades da figura na proposta apresentada.

Essas atividades permitiram discussões, com a possibilidade de indagar sobre outros cenários, como por exemplo, questionar se era possível construir um triângulo equilátero no geoplano ou se era possível construir um triângulo com medidas 3cm, 2cm, e 6cm, ou ainda se era possível construir um triângulo equilátero e obtusângulo. Esses questionamentos possibilitaram que os estudantes fizessem reflexões acerca dos conceitos apresentados, o que proporcionou maior compreensão e melhor aprendizagem.

Em geral, na aula tradicional, o professor apresentaria os conceitos, muitas vezes sem uma demonstração ou discussão acerca de sua validade, e os estudantes assimilariam as ideias como verdadeiras, mas sem um momento de experimentação e discussão. Essa prática pode tornar o ensino meramente informativo e aprendizagem superficial. Acreditamos que

ISBN 978-84-945722-3-4

aprendizagem é reforçada com atividades que exigem a participação ativa dos estudantes, nas quais eles podem realizar experiências, testar hipóteses, e fazer argumentações e generalizações para a validação de um conceito.

Referencias bibliográficas

Barbosa, J. C. (2001, 9 de outubro). Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o debate teórico. Trabalho apresentado na 24º reunião nacional da Anped. Caxambu, MG: ANPED.

Barbosa, J. C. (2004). Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? IN: Veritati, n. 4, p. 73- 80, 2004.

Penteado, M. G, & Skovsmose, O. (2008). Riscos trazem possibilidades. En: O. Skovsmose, Desafios da reflexão em educação matemática crítica, capítulo 2,pp 41 – 50. Campinas: Papirus.

Skovsmose, O. (2008). Cenários para investigação. En: O. Skovsmose, Desafios da reflexão em educação matemática crítica, capítulo 1, pp 15 – 40. Campinas: Papirus.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

CB-368

A RELAÇÃO CORPO, COGNIÇÃO E CULTURA E A NATUREZA MULTIMODAL E MULTISSENSORIAL DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes – Lulu Healy
solangehf@gmail.com – lulu@baquara.com
Universidade Anhanguera de São Paulo – Brasil

Núcleo temático: Aspectos socioculturales de la Educación Matemática.
Modalidad: CB
Nivel educativo: No específico
Palavras-chave: Aprendizes com limitações sensoriais, Mediação, Cognição matemática, Experiências perceptivas.

Resumo

*Neste artigo, apresentamos investigações relacionadas às práticas matemáticas de alunos com limitações sensoriais. Compartilhamos nossas interpretações sobre os processos de mediação do conhecimento matemático, que caracterizam as interações com aprendizes que usam suas ferramentas corporais para suprir as funções de órgãos sensoriais não funcionais. Acreditamos que os significados matemáticos estruturam-se a partir dos nossos encontros com o mundo, e reconhecemos a matemática como uma disciplina constituída culturalmente. Vemos a aprendizagem como um processo delicado, no qual os aprendizes tornam-se conscientes de como seus sentidos subjetivos dos objetos matemáticos conectam-se aos significados culturais enfatizados na matemática escolar. Tais aspectos nos levam a considerar que a cognição matemática é mediada culturalmente e corporalmente e tem natureza multimodal e multissensorial. Selecionamos episódios que mostram como essa natureza pode ser explorada na elaboração de cenários para aprendizagem, nos concentrando nos processos de apropriação quando aprendizes com limitações sensoriais são convidados a ver e ouvir os objetos matemáticos. As análises dos processos de resolução das tarefas propostas têm confirmado a centralidade dos aspectos corporais nas práticas dos aprendizes. As falas, os gestos, as expressões faciais e a manipulação dos materiais revelam que a relação entre ação e cognição mostra a indissociabilidade entre **fazer** e **imaginar**.*

Introdução

No Brasil, assim como em outros países, a presença de alunos com limitações sensoriais em escolas regulares tem provocado mudanças nas estruturas físicas e didático-pedagógicas das instituições educacionais. Nem sempre essas transformações emergem da própria comunidade escolar. Algumas vezes são necessárias leis para que as mudanças se tornem

ISBN 978-84-945722-3-4

abrangentes ou institucionalizadas, mas, sem dúvida, as que têm suas origens nas escolas ou no trabalho de sala de aula são as mais impactantes.

Neste artigo, apresentamos investigações relacionadas às práticas matemáticas de alunos com limitações sensoriais. Pretendemos compartilhar nossas interpretações sobre os processos de mediação do conhecimento matemático que caracterizam as interações de aprendizes que usam suas ferramentas corporais para suprir as funções de órgãos sensoriais não funcionais. Para tanto, buscamos apoio em autores que discutem a relação entre o conhecimento e a percepção.

Conhecimento e percepção

A capacidade do ser humano de produzir conhecimento a partir da elaboração de percepções e de sensações, oriundas de suas interações com o meio, tem conduzido estudiosos a controvérsias por séculos. Considerando estudos filosóficos, ponderaremos brevemente sobre teses defendidas por alguns desses estudiosos a respeito da influência das percepções e das sensações para a produção do conhecimento, o que nos conduzirá à discussão sobre a importância do corpo para o processo cognitivo.

No Período Naturalista, os filósofos delinearam distinções entre o que era percebido pelos órgãos dos sentidos e a verdade do mundo racional e lógico. A Teoria do Conhecimento, elaborada por Platão, põe de um lado o mundo percebido pela aparência das coisas, que dá origem ao conhecimento sensível, e do outro o mundo inteligível que origina o conhecimento intelectual. Tanto conhecimento sensível quanto conhecimento intelectual supera um ao outro num caminho ascendente (Chauí, 2002), o que se assemelha às ideias de Vygotsky sobre a formação de conceitos. Para ele, os conceitos cotidianos, carregados de experiência pessoal, estão diretamente ligados a objetos concretos do mundo, percorrendo um caminho ascendente que vai do concreto ao abstrato. Já os conceitos científicos, mediados por outros conceitos, percorrem um caminho descendente que vai do abstrato para o concreto, fazendo com que o indivíduo, em um primeiro momento, reconheça melhor o próprio conceito do que o objeto que ele representa (Vygotsky, 1987).

Na obra A República, Platão indica as ações cognitivas realizadas pelo corpo que correspondem aos objetos do mundo sensível e as que correspondem aos objetos do mundo inteligível. Para tanto, propõe a "Símile da linha", que representa a realidade dividida em mundo sensível e inteligível, este último correspondendo a maior parte da realidade e cada

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

um deles responsável por diferentes tipos de conhecimentos. No mundo sensível reside o conhecimento por imagens ou a imaginação e a atividade cognitiva é a percepção. Cabe ao mundo inteligível o raciocínio que seleciona os argumentos para a dedução; é o conhecimento dos objetos matemáticos que nos permite passar da aparência para a essência das coisas. A atividade cognitiva associada é o raciocínio discursivo e o conhecimento que atinge a própria ciência. Poderíamos dizer que são os próprios conceitos científicos na linguagem vygotskiana (Fernandes, 2008).

A Teoria do conhecimento de Aristóteles contrapõe-se a de Platão pela importância dada às experiências sensoriais na aquisição de conhecimentos. Aristóteles afirma que os conhecimentos começam com os objetos oferecidos pela sensação dada pelos órgãos dos sentidos. Para ele a sensação é condição da ciência e formula tipos distintos de conhecimentos – conhecimento sensível e conhecimento inteligível. Ele declara que, no início do processo de aquisição do conhecimento, somos como "um pedaço de cera" em que nada foi gravado, o que séculos depois Locke chamaria de "tábua rasa".

O embate sobre a influência das experiências sensoriais e da razão na formação dos conhecimentos segue por séculos e grupos antagônicos ou não debatiam o papel das sensações e das percepções na formação dos conhecimentos.

Na contemporaneidade Nemirovsky e Ferrara (2005), por exemplo, apoiados na corrente fenomenológica, destacam a importância cognitiva do corpo, argumentando que o pensamento não é um processo que ocorre à margem da atividade do corpo. Tais argumentações corroboram com resultados de estudos na área da Neurociência que apontam a estreita relação entre o sistema sensório-motor e a cognição. Por esta perspectiva, o que sabemos é resultado do nosso constante encontro e interação com o mundo via nosso corpo e cérebro, o que pode caracterizar a cognição como resultado de um processo intra e interpessoal (Fernandes & Healy, 2016).

As atividades percepto-motoras com os artefatos associados aos diferentes domínios do conhecimento são vistas como parte integrante dos processos de pensamento tanto quando estamos fazendo como quando estamos imaginamos algo (Gallese & Lakoff, 2005). Esse é um processo intrapessoal quando se refere a estados perceptivos aos quais o indivíduo é submetido ao planejar ações ou (re)viver emoções e sensações, mas também é interpessoal

ISBN 978-84-945722-3-4

quando esse mesmo indivíduo observa e experimenta ações, emoções e sensações de outros indivíduos (Gallese, 2011).

Alinhados à tradição fenomenológica, Nemirovsky, Kelton & Rhodehamel (2012) argumentam que as experiências de interação social envolvem um fenômeno de *imaginário coletivo* considerado uma manifestação corporificada para trazer objetos e eventos que estão ausentes, a uma *quase presença* durante as interações. Analisando o papel dos gestos no processo de imaginação coletiva, os autores sugerem que esses sejam vistos como componentes-chave de *fantasmas*, “objetos *quase presentes* que são produzidos por meio de expressões multimodais” (Castro, 2017).

Em nossos estudos, partindo dos pressupostos apontados, consideramos também que os significados matemáticos são estruturados a partir dos nossos encontros com o mundo. Deste modo, ponderamos que a cognição matemática é mediada culturalmente e corporalmente, sendo sua natureza multimodal e multissensorial.

Os episódios

O procedimento empírico que utilizamos segue a orientação metodológica sugerida por Vygotsky. Nomeado *método funcional da dupla estimulação*, ele é composto por “dois conjuntos de estímulos apresentados ao sujeito; um como objeto de sua atividade, e outro como signos que podem servir para organizar essa atividade” (Vygotsky, 1998).

Em relação aos processos de apropriação de conhecimentos matemáticos, quando aprendizes com limitações sensoriais são convidados a ver, ouvir e sentir os objetos matemáticos, as análises dos processos de resolução das tarefas propostas têm confirmado a centralidade dos aspectos corporais nas práticas dos aprendizes. As falas, os gestos, as expressões faciais e a manipulação dos materiais revelam que a relação entre ação e cognição mostra a indissociabilidade entre *fazer* e *imaginar*. Para exemplificar este estudo, apresentamos as discussões de dois episódios.

Primeiro episódio: imaginando linhas

ISBN 978-84-945722-3-4

Marcos nasceu cego e com 18 anos estava matriculado no primeiro ano do Ensino Médio[23] de uma escola pública. No episódio discutido aqui, as questões relacionam-se à área e ao perímetro de figuras planas. Marcos e Caio (cego congênito) trabalhavam juntos em uma das tarefas iniciais.

Marcos e Caio receberam da pesquisadora orientação para usarem uma prancha como a representada na Figura 1. Cada um dos aprendizes escolheu livremente uma das formas menores que estavam preenchidas por pequenos cubos de arestas medindo 1 cm (quadrado 16 cubos e retângulo 24 cubos). Na sequência, a pesquisadora solicitou que cada um deles determinasse o perímetro e a área da figura escolhida.

Marcos escolheu o retângulo pequeno para iniciar a atividade e, após a exploração tátil, ele declarou que a *área era 24 centímetros*; ao ser questionado sobre como calculou:

Marcos*: Aqui* (indicando o comprimento) *tem 8* (cubos)*, cada um* (dos cubos) *tem um centímetro e na altura tem 3* (cubos)*. Eu multipliquei 8 por 3 deu 24.*
Pesquisadora*: E o perímetro?*
Marcos*: Aqui dá 3* (indicando as duas alturas da figura com as mãos). *3 com 3 dá 6. Aqui tem 8* (indicando o comprimento) *com 8 dá 16. O perímetro é 22.*

A segunda tarefa consistia em calcular o perímetro e a área das formas maiores, um quadrado com lados medindo 8 centímetros e um retângulo com dimensões 12 por 5 centímetros utilizando os quarenta cubos disponíveis nas figuras menores como instrumentos de medida. Os aprendizes trabalharam em duplas em uma mesma prancha; assim, os cubos deveriam ser partilhados entre eles. A atividade foi proposta da seguinte maneira: *É possível calcular o perímetro e a área das figuras maiores sem preencher toda a figura?* Marcos escolheu o retângulo maior e iniciou a exploração tátil. Ele completou o comprimento e a altura da figura com cubos e *imaginou* um número de linhas igual à altura, completamente preenchidas para concluir com êxito seu cálculo.

Marcos*: Eu acredito que essa figura tenha 60 de área e perímetro 34. Cada linha dessas* (indicando uma sequência de **linhas imaginárias** no comprimento) *tem 12 quadradinhos desses* (cubos). *São 5 linhas para preencher a figura toda* (indicando um a um os cubos que compõem a altura), *então são 60. E de perímetro são 12* (indicando o comprimento) *mais 5 aqui* (indicando a altura)*, 17 mais 5 aqui, 22 e mais 12, 34.*

[23] Correspondente ao segundo ciclo da Escola secundária na Espanha.

ISBN 978-84-945722-3-4

A terceira tarefa tinha o propósito de verificar se os conceitos apresentados pelos aprendizes haviam se alinhado aos significados culturais e subjetivos dos objetos matemáticos, o que poderia conduzir a um método geral para o cálculo da área e do perímetro de quadriláteros. Para tanto, apresentamos a seguinte questão: *Se tivéssemos um retângulo com lados 5 e 8, qual seria sua área e seu perímetro?*

Inicialmente os aprendizes tiveram dificuldades para realizar a tarefa, uma vez que eles não tinham a representação tátil de um retângulo preenchido por cubos. Tinham somente acesso aos pequenos cubos e à régua, o que colaborou para que as dificuldades fossem superadas e deixou evidente a estratégia empregada. Marcos apoiou-se na prancha (Figura 1) para simular a figura usando o número de cubos adequado para compor o comprimento e a altura do retângulo proposto. Ele contou o número de "linhas imaginárias" para compor a altura da figura e determinar a área.

Marcos*: 5 por 8. O perímetro é 22.*
Pesquisadora*: Como você está pensando?*
Marcos*: Porque 5 por 8 a área seria 40.*
Pesquisadora*: Você está* ***imaginando*** *5 linhas de 8.* (Observando os dedos dele delinear as linhas)
Marcos*: É eu* ***imaginei*** *... Todas essas linhas estariam preenchidas, não é? O perímetro é 26.*

Segundo episódio: imaginando espelhos

O episódio apresentado foi extraído de uma pesquisa realizada em uma escola pública bilingue[24] de um município de São Paulo, Brasil. Os participantes foram 5 surdos e 3 ouvintes de uma turma do 7° Ano do Ensino Fundamental[25], que trabalharam em duplas.

A pesquisa tinha o propósito de permitir que os alunos interagissem com propriedades e relações de reflexão e simetria em um ambiente dinâmico: o micromundo *Transtaruga*[26]. No

[24] A educação do surdo no Brasil pela proposta bilíngue propõe que a língua principal de instrução da criança com deficiência auditiva seja a Libras. Seu desenvolvimento na língua sinalizada é considerado primordial para o aprendizado da segunda língua (língua oral da comunidade ouvinte), em sua forma escrita que também deverá ser aprendida na escola.
[25] Correspondente ao Terceiro ciclo da Educação Primária na Espanha.
[26]Para saber mais sobre este estudo consulte:

ISBN 978-84-945722-3-4

modelo, programado em linguagem LOGO, as tartarugas, seus movimentos e as relações espaciais entre eles representam elementos básicos da Geometria. Ao interagir com esses elementos, o aprendiz pode identificar-se corporalmente com as tartarugas, se colocando no lugar delas e imaginando as trajetórias necessárias para construir certas propriedades e relações matemáticas (Santos, 2012).

As duplas realizaram sete atividades. O episódio explorado neste texto aconteceu quando a dupla Pedro e Daniel, ambos surdos realizavam a Atividade 5. Os alunos faziam uma encenação, na qual uma fita adesiva, fixada no chão, configurou-se como o eixo de simetria e os dois alunos passaram a experimentar os papéis das tartarugas.

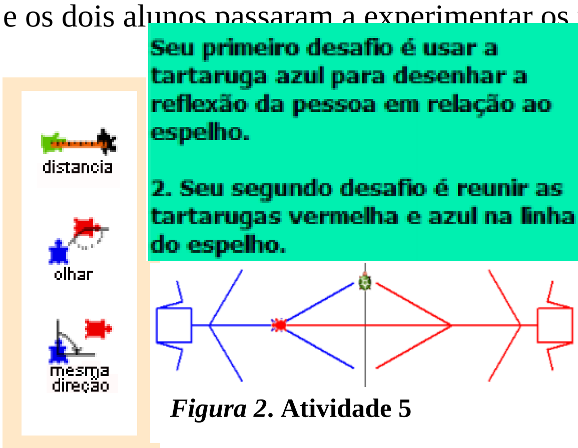


***Figura 2.* Atividade 5**

A Atividade 5 estava dividida em duas tarefas, no entanto o episódio que nos interessa discutir aconteceu durante a realização da segunda tarefa (Figura 2).

Pedro e Daniel não entendiam como descobrir a distância exata que cada tartaruga deveria percorrer para chegar ao espelho, situação vivida na Atividade 4.

A dupla utilizou a ferramenta *distância* para descobrir a distância entre as tartarugas, mas não percebeu a necessidade de dividir por 2 para determinar o deslocamento de cada tartaruga para chegar ao espelho. Por essa razão, decidimos simular a Atividade 5, antes de continuarmos com as atividades. Colamos na lousa papéis com as representações dos ícones do micromundo e no chão a fita adesiva para representar o espelho; dessa forma, buscamos recriar o mundo das tartarugas em outra escala. Pedro e Daniel imitavam as tartarugas azul e vermelha respectivamente. Pedro estava junto ao espelho e a tarefa consistia em descobrir os comandos necessários para ele delinear o caminho traçado por Daniel por reflexão do espelho (Figura 3).

Os colegas deveriam orientar Pedro (tartaruga azul) na tarefa. Uma aluna disse que precisaria saber a distância entre Pedro e Daniel (tartaruga vermelha). Questionados sobre qual ferramenta utilizar, indicaram o ícone *distância* na lousa. Depois de alguns comandos, com

---

http://www.matematicainclusiva.net.br/pdf/Heliel%20Ferreira%20dos%20Santos.pdf

ISBN 978-84-945722-3-4

as “tartarugas” frente a frente, a pesquisadora com uma régua mediu a distância 240 entre elas e fez o registro na lousa na caixa *memória*.

Figura 3.* Recriando o *Transtaruga

***Figura 4.* Dividir por dois**

***Figura 5.* O encontro**

Pedro e Daniel foram questionados sobre o próximo passo para se encontrarem no eixo de simetria. Pedro respondeu que deveria ir para frente 120, mas Daniel discordou dizendo que a distância era 240. Pedro explicou que Daniel precisa dividir 240 por dois (Figura 4), para ter sucesso. Depois da intervenção de Pedro, Daniel concluiu o cálculo e encontrou o valor 120. Ambos os alunos caminham 120 se abraçando no eixo de simetria (Figura 5), no ponto de encontro.

No transcorrer das atividades, o fato de Pedro e Daniel ter vivido o papel das tartarugas, as imitando na execução dos comandos dados pelos outros alunos, pode ter contribuído para a aprendizagem de alguns conceitos relacionados à reflexão, como equidistância e congruência.

Algumas considerações

As análises dos processos de resolução das tarefas realizadas por nossos aprendizes têm confirmado a centralidade dos aspectos corporais em suas práticas. Os processos de mediação organizados para oferecer estímulos multissensoriais favorecem interações discursivas, que levam o sujeito a questionar, a validar conjecturas e a refletir sobre suas ações, ativando diferentes áreas da percepção.

No caso de Paulo e Daniel, a atividade percepto-motora com os artefatos favoreceu um processo interpessoal quando eles experimentaram as ações das tartarugas. Incorporar as tartarugas permitiu que eles percebessem propriedades relacionadas à simetria e à reflexão. Para Marcos, o uso dos cubos de madeira permitiu-lhe trazer a *quase presença* “linhas de área” – nessa experiência, **linhas fantasmas** – que o ajudaram a determinar a área de um retângulo imaginário. Tais aspectos nos levam a considerar que a cognição matemática é mediada culturalmente e corporalmente, e tem natureza multimodal e multissensorial.

Referências

ISBN 978-84-945722-3-4

Castro, E. S. (2017). *Atividades Multimodais no Processo de Aprender a Ensinar Matemática sob a Perspectiva Inclusiva: uma experiência com licenciandos em Pedagogia*. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, Brasil.

Chauí, M. (2000). *Convite à Filosofia*. São Paulo: Ed. Ática.

Cole, M., & Scribner, S. (1998). Introdução. In Vygotsky, L. S. *A formação social da mente*. Org. Michael Cole, et al. (pp. 3-19). São Paulo: Martins Fontes.

Fernandes, S. H. A. A. (2008). *Das Experiências Sensoriais aos Conhecimentos Matemáticos: uma análise das práticas associadas ao ensino e aprendizagem de alunos cegos e com visão subnormal numa escola inclusiva*. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Brasil.

Fernandes, S.H.A.A., & Healy, L. (2016). The Challenge of Constructing an Inclusive School Mathematics. In *Proceedings of the XIV 13th International Congress on Mathematical Education*. Hamburg, Alemanha.

Gallese V. (2011). Embodied Simulation Theory: Imagination and narrative. A commentary on Siri Hustvedt. *Neuropsychoanalysis*, *13*(2), pp. 196-200.

Gallese, V., & Lakoff, G. (2005). The brain's concepts: The role of the sensory-motor system in conceptual knowledge. *Cognitive Neuropsychology*, *22*, pp.455–479.

Nemirovsky, R., & Ferrara F. (2005). Connecting talk, gestures, and eye motion for the microanalysis of mathematics learning. In The *29th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Melbourne: University of Melbourne, 1. pp. 138-143.

Nemirovsky, R., Kelton, M., & Rhodehamel, B. (2012, jan.). Gesture and Imagination: On the Constitution and Uses of Phantasms. *Gesture*, 12(2), pp. 130-165.

Santos, H. F. (2012). *Simetria e reflexão: Investigações em uma escola inclusiva*. Mestrado em Educação Matemática. Universidade Bandeirante de São Paulo, Brasil.

Vygotsky, L. S. (1987). The collected works of L. S. Vygotsky. Problems of general psychology. R. RIEBER & A. CARTON (Eds.). *Translation of: Sobraine Sochinenii*. New York: Plenum, v.1.

Vygotsky, L. S. (1998). *Pensamento e linguagem*. Tradução Jefferson Luiz Camargo. 2ª ed. São Paulo: Martins Fontes.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-369

LAS APREHENSIONES EN EL REGISTRO GRÁFICO PARA LA COMPRENSIÓN DE LA NOCIÓN DE VARIACIÓN.

Alfredo Demetrio Moreno Llacza – Katia Vigo Ingar
amoreno@lamolina.edu.pe – kvigo@pucp.pe
Universidad Nacional Agraria La Molina (UNALM) - Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP)

Núcleo temático: Investigación en Educación Matemática
Modalidad: CB
Nivel educativo: Formación de profesores del nivel secundario
Palabras clave: Variación estadística, aprehensiones, registro gráfico estadístico, Geogebra.

Resumen

La variación es uno de los tipos fundamentales del Pensamiento Estadístico (Wild y Pfannkuch, 1999) de ahí la importancia de la comprensión de la variación por parte de los profesores de matemática. Este trabajo es parte de una tesis de maestría, que tiene como objetivo analizar las aprehensiones que los profesores movilizan al percibir y describir la variación de los datos en el registro gráfico (gráfico de puntos y diagrama de cajas). En esta investigación utilizamos como base teórica la Teoría de Registros de Representación Semiótica (Duval, 1995) adaptada para el aprendizaje de la estadística por Vieira (2008). La metodología utilizada para lograr el objetivo es el estudio de caso. Para la experimentación, hemos seleccionado dos parejas de profesores quienes participaron en las dos actividades desarrolladas con lápiz, papel y con el apoyo del geogebra. En este trabajo, presentamos una de las actividades enfocadas a que los profesores construyan el diagrama de cajas a partir del gráfico de puntos, y luego perciban y describan la variación de los datos por medio de las aprehensiones del registro gráfico. Los resultados muestran que los profesores lograron movilizar las aprehensiones perceptiva y discursiva lo que les permitió comprender la noción de variación.

Introducción

La variación es el corazón de la estadística y de acuerdo a la afirmación “la variación es la razón por lo que la gente ha tenido que desarrollar métodos estadísticos sofisticados para filtrar los mensajes de datos del ruido ambiental” (Wild y Pfannkuch,1999, p. 235-236). Por ese motivo, los profesores de matemática deben adoptar un enfoque no determinístico en la enseñanza de la estadística.

Vieira (2008) y Canossa (2009), encontraron dificultades tanto en estudiantes y profesores respectivamente, en utilizar los algoritmos para la obtener la mediana y los cuartiles, y si lo hallaban tenían dificultades para la interpretación de los resultados. Además, Canossa (2009),

ISBN 978-84-945722-3-4

percibió en el desarrollo de la formación de una profesora, que a pesar de poseer cierto conocimiento básico de estadística no conocía los gráficos Dot-plot y Box-plot, esto evidencia el poco uso que le dan los profesores a estos gráficos.

Por otro lado, en el Diseño Curricular Nacional (2016) no se encuentra el concepto de variación como objeto de estudio, ni los gráficos de caja (Box-plot) y puntos (Dot-plot), ya que por medio de las aprehensiones de estos gráficos, realizaremos el estudio de la variación de los datos.

Finalmente, en este trabajo usaremos como marco teórico La Teoría de Registros de Representación Semiótica de Duval adaptada para la estadística por Vieira (2008), específicamente las aprehensiones del registro gráfico.

Marco teórico

Duval (2004) afirma que existen cuatro tipos diferentes de aprehensiones de una figura: la perceptiva, la discursiva, la secuencial y operatoria. Respecto a la perceptiva, el investigador afirma que la aprehensión perceptiva de una figura permite identificar o reconocer inmediatamente una forma o un objeto matemático (en geometría), por ejemplo, tenemos el siguiente objeto matemático representado en el plano (figura 1). La aprehensión perceptiva de la figura permite identificar que ella representa un paralelogramo. En ese sentido Vieira (2008) afirma que en la estadística la aprehensión perceptiva de un gráfico estadístico permite hacer una lectura directa de los datos en el gráfico.

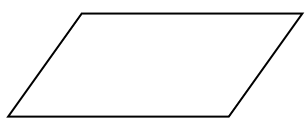


Figura 1. Paralelogramo

Por ejemplo, la aprehensión perceptiva del gráfico (ver figura 2) permite identificar que este gráfico representa un gráfico de puntos de la variable edad, y cada punto representa una observación para cada edad.

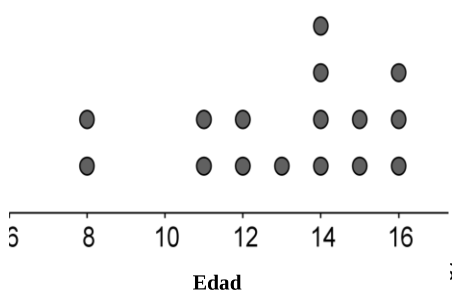
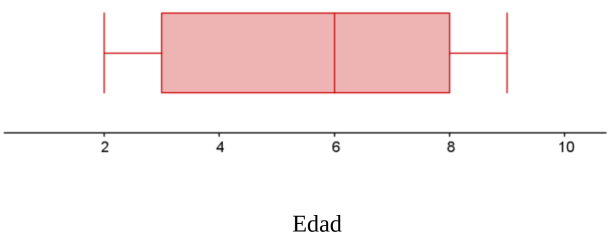


__Figura 2.__ Gráfico de puntos de la variable edad

Asimismo, para Duval (2004), la aprehensión discursiva de una figura es la explicación de las propiedades de una figura y estas explicaciones son de naturaleza deductiva, y su función epistemológica es de demostración. Según Vieira (2008), la aprehensión discursiva se da cuando el individuo explica las propiedades de un gráfico estadístico, además interpreta e identifica relaciones entre ellas. Por ejemplo en el gráfico box-plot o diagrama de cajas podemos identificar los valores mínimo y máximo y los cuartiles que sirven para el estudio de la variación de los datos, como se muestra en la figura 3.

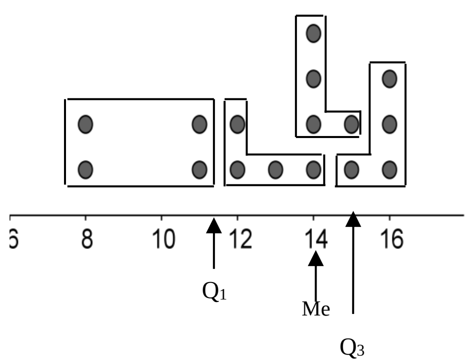


Valor mínimo de la distribución: 2 años
Valor máximo de la distribución: 9 años
Primer cuartil: 3 años
Mediana: 6 años
Tercer cuartil: 8 años
El 50% de las edades varían entre 3 y 8 años

Figura 3. Aprehensión discursiva del Box-plot

Respecto a la aprehensión secuencial de una figura, Duval (2004), señala que es la secuencia que se sigue para la construcción de la figura. En estadística, de acuerdo a Vieira (2008), por ejemplo la aprehensión secuencial de un box-plot sería la secuencia de pasos que se sigue para la construcción del box-plot de la distribución (figura 4).

- Construir el gráfico de puntos.
- Dividir el conjunto de datos en el gráfico de puntos en cuatro grupos con un mismo número de elementos en base a la variable.
- Ubicar la posición de los cuartiles (Q_1, Me y Q_3) en el gráfico de puntos.
- Hallar los valores de los cuartiles.
- Ubicar en un eje horizontal paralelo al eje horizontal del gráfico de puntos, los valores encontrados hasta el momento y el valor mínimo y máximo.
- Trazar un rectángulo que abarque el 50% de los datos que se encuentran en el centro, a continuación divida el rectángulo trazando una línea vertical que ubique la mediana, y luego trace dos segmentos horizontales, uno desde el valor mínimo a una de los lados del rectángulo y el otro desde el otro lado al valor máximo.



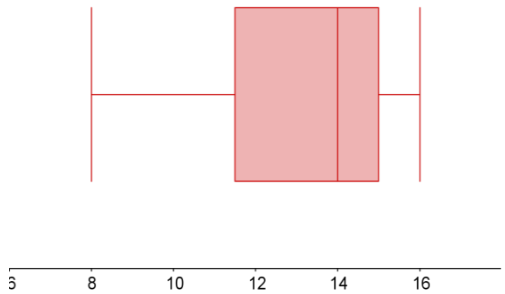


Figura 4. Aprehensión secuencial

Para Duval (2004), la aprehensión operatoria corresponde a la modificación de una figura a otras figuras. Para Vieira (2008), la aprehensión operatoria se da cuando se modifica el histograma para un polígono de frecuencias acumuladas. Otro ejemplo se da cuando se modifica un gráfico de puntos para un diagrama de cajas (figura 4), con el objetivo de realizar el estudio de la variación de los datos.

Metodología de la investigación y sujetos de investigación

La metodología cualitativa utilizada es el estudio de caso, Ponte (2006) afirma que un estudio de caso tiene como objetivo conocer una entidad bien definida como una persona, una institución, un curso, una disciplina, un sistema educativo, una política o cualquier otra unidad social cuyo propósito es comprender a profundidad el cómo y el por qué de esa entidad, evidenciando su identidad y características propias. Nuestro caso es el análisis de la variación de datos que realizan los profesores de matemática para comprender como movilizan las aprehensiones en el registro gráfico para percibir y describir la variación de los datos.

Por otro lado, para la validación del estudio de caso, Ponte (2006), afirma que existirá validación interna en un estudio de caso, si las conclusiones presentadas corresponden auténticamente a una realidad reconocida por los propios participantes. Luego la validación del estudio de caso se realizó de manera interna.

Participaron en la investigación 14 profesores de matemática del nivel secundario de las Instituciones Educativas Públicas de Lima Metropolitana- Perú y para desarrollar las actividades los profesores se agruparon en parejas. En esta investigación presentaremos la primera actividad realizada por el grupo 2.

ISBN 978-84-945722-3-4

Análisis de la actividad 1

La Actividad 1 tiene por objetivo que los profesores construyan el diagrama de cajas o Box-plot a partir del grafico de puntos, ya que en el Diseño Curricular Nacional no aparece este gráfico y por ese motivo fue necesario dar las secuencias de pasos para la construcción de este gráfico. Luego esperamos que a partir de las aprehensiones perceptiva y discursiva de los gráficos, gráfico de puntos y diagrama de cajas, los profesores perciban y describan la variación de los datos.

Basados en las edades de los estudiantes de un aula, que se encuentra en las tarjetas, realice lo siguiente:

a) Construya un gráfico de puntos para las edades de los estudiantes en un papelógrafo.(Solo utilice la mitad del papelógrafo)

b) ¿Qué puedes decir acerca de la variación de las edades de los estudiantes, a partir de la representación realizada?

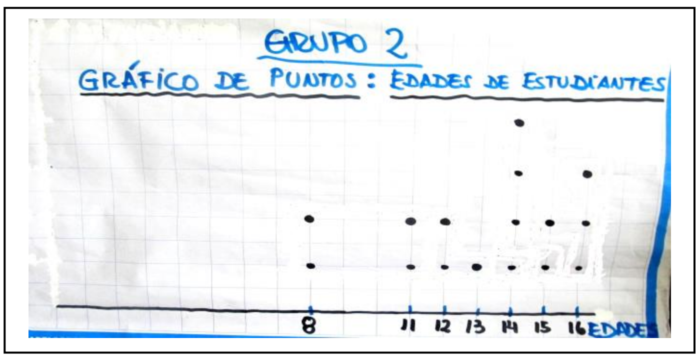


Figura 5. Gráfico de puntos realizado por el grupo 2

En la figura 6, observamos que los profesores describen la variación con respecto a la media, indicando que la edad 8 está más dispersa a la media, pero esta afirmación lo hicieron sin representar este valor de la media en el gráfico de puntos (figura 5), lo que significa que ubicaron mentalmente este valor en el gráfico.

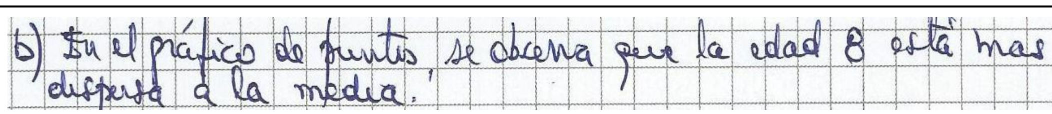

b) En el gráfico de puntos, se observa que la edad 8 está más dispersa a la media.

Figura 6. Respuesta del grupo 2 al ítem b

Sin embargo, movilizaron la aprehensión perceptiva del gráfico de puntos cuando afirman: "…más dispersa…", esto significa que comparan como se encuentran los puntos en el

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

c) En base a las edades de los estudiantes, se piensa dividir al aula en dos grupos con un mismo número de estudiantes en cada grupo, ¿Cómo haría usted esta división en el gráfico, que corresponden a los valores de la variable edad mayores o iguales a 11 y los que corresponden a la edad 8 con respecto a la media.

En la figura 7, presentamos la división del conjunto de datos en el gráfico de puntos que realizó el grupo 2, primero en dos partes y luego en cuatro partes.

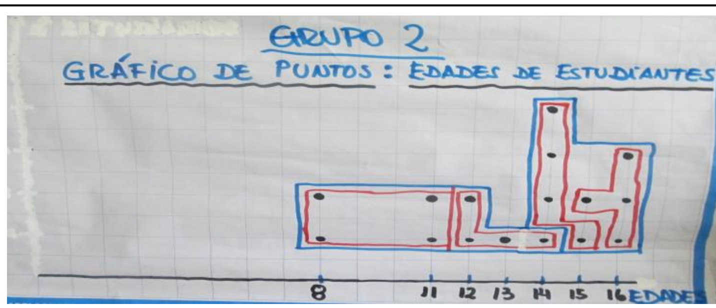


Figura 7. División del gráfico de puntos realizado por el grupo 2

En la figura 8, presentamos la construcción del diagrama de cajas realizado por el grupo 2

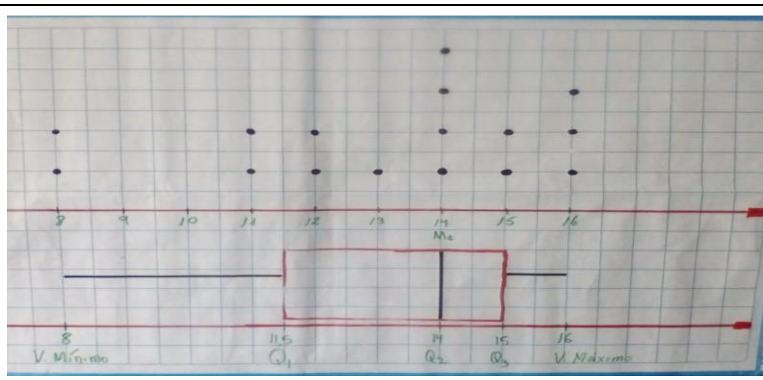


Fig … tos realizado por el grupo 2

ISBN 978-84-945722-3-4

En la figura 8, observamos que los profesores desarrollaron la aprehensión secuencial del diagrama de cajas.

g) ¿considera que esta nueva representación de las edades nos brinda más información sobre la variación de las edades? Explique.

En la figura 9, presentamos la respuesta del grupo 2

g) El grafico de caja nos proporciona una informa-
ción relacionados a los ~~[illegible]~~ cuartiles, Mediana
el luego observar que cada bloque representa el 25%
Por otro lado analizar la dispersión o densidad
de la información proporcionada, en este caso es
relevante ~~[illegible]~~ la interpretación que se hace sobre
cada uno de ellos.

Figura 9. Respuesta al ítem g del grupo 2

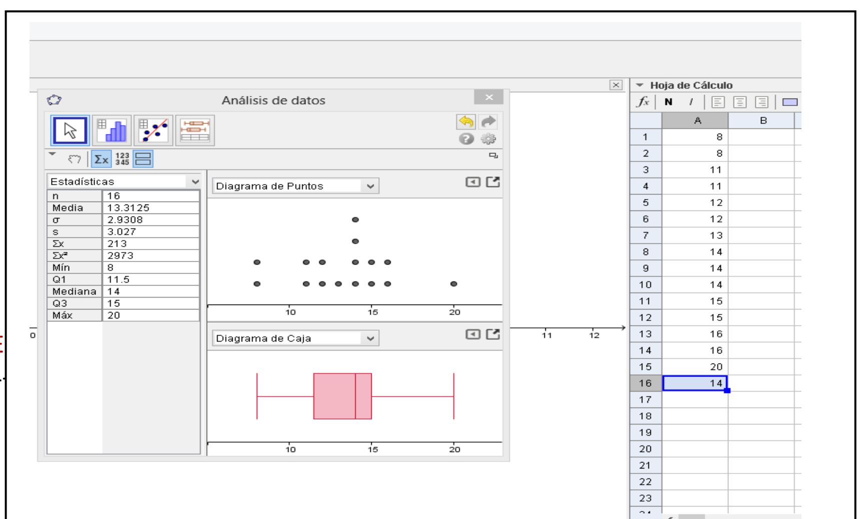
La respuesta de los profesores del grupo 2 indica que están describiendo la variación de las edades por medio de las aprehensiones discursiva del diagrama de caja porque indican que la nueva información que proporciona este nuevo gráfico son los cuartiles y la dispersión de los datos.

h) Ahora grafique simultáneamente con el geogebra el diagrama de cajas y el gráfico de puntos para las edades de los estudiantes, ¿qué relación observas entre los gráficos con respecto a la variación de las edades? i) ¿Qué modificaciones realizarías en la distribución de las edades para hacer variar el diagrama de caja?

Ahora presentamos el diálogo entre los profesores del grupo 2.

Leandro: Cambia el 16 por el 20.

Juan: El bigote de la derecha cambia y la mediana no cambia.



VIII CONGRE
ISBN 978-84-

Figura 10. Cambio de dato en el geogebra del grupo 2

En la figura 10 observamos el cambio realizado por los profesores, en este caso Juan realiza ese comentario por medio de la aprehensión discursiva del diagrama de cajas, al mencionar que la mediana no cambia, y la aprehensión perceptiva de este mismo gráfico cuando afirma que el bigote de la derecha cambia.

Finalmente, la respuesta del grupo 2 se muestra en la figura 11.

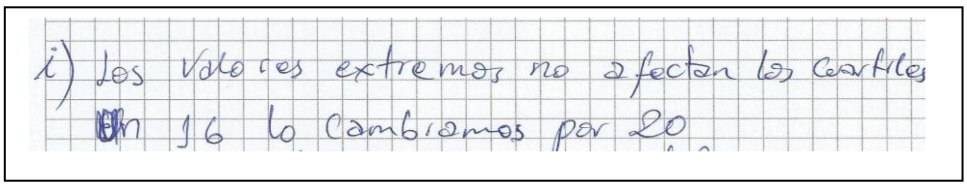

i) Los valores extremos no afectan los cuartiles
Un 16 lo cambiamos por 20

Figura 11. Respuesta al ítem i del grupo 2

El grupo 2 no responde a la pregunta a pesar de haber observado los cambios en el diagrama de cajas, pero llegan a la conclusión de que los valores extremos no afectan los cuartiles.

Consideraciones finales

En el presente trabajo se realizó el análisis de variación con respecto a los cuartiles y las dificultades que presentaron los profesores en la construcción del diagrama de cajas fue, en primer lugar, en la cantidad de cuartiles que tiene un conjunto de datos, la cual ellos afirmaron que son 4 cuartiles, pero luego de una discusión grupal, ellos concluyeron que hay tres cuartiles; en segundo lugar, fue calcular el valor del primer cuartil y tercer cuartil, esta dificultad se presenta cuando el número de datos es par. Después de una discusión grupal, lograron calcular los cuartiles, ya que después de la división del gráfico de puntos en cuatro partes iguales, se percataron que el primer cuartil es la mediana de la mitad de datos y el tercer cuartil es la mediana de la otra mitad.

ISBN 978-84-945722-3-4

Durante el desarrollo de esta actividad los profesores lograron desarrollar la aprehensión secuencial del diagrama de cajas, ya que siguieron la secuencia dada para la construcción de este gráfico, y movilizaron la aprehensión perceptiva del gráfico de puntos y la aprehensión discursiva del diagrama de cajas para percibir y describir la variación de las edades.

En un segundo momento de la actividad, los profesores por medio del Geogebra, realizaron modificaciones en la distribución de las edades, visualizando simultáneamente los cambios en el gráfico de puntos y diagrama de cajas, y por medio de la aprehensión perceptiva del gráfico de puntos y las aprehensiones perceptiva y discursiva del diagrama de cajas percibieron la variación de las edades, de esta manera se les permitió a los profesores construir la noción de variación.

Referencias

Canossa, R.(2009). *O profesor de matemática e o trabalho com medidas separatrizes*.Tesis de maestría. Pontificia Universidad Católica de Sao Paulo, Sao Paulo, Brasil.

Duval, R. (2004). Semiosis y Pensamiento Humano. Colombia:Merlin I.D.

Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. Boletim de Educação Matemática, *25*, 105-132.

Vieira, M.(2008). *Análise Exploratoria de dados: Uma abordagem com alunos do Ensino Médio*. Tesis de maestría. Pontificia Universidad Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-370

POTENCIAR O ENSINO DA MATEMÁTICA ATRAVÉS DE ATIVIDADES EXPERIMENTAIS HANDS-ON NUM CONTEXTO DE FORMAÇÃO PROFISSIONAL

Maria Cristina Costa[1] – António Domingos[2]
ccosta@ipt.pt – amdd@fct.unl.pt
[1] UIED[3], UDMF, ESTT do Instituto Politécnico de Tomar, Portugal;
[2] UIED[3], DCSA, FCT da Universidade NOVA de Lisboa, Portugal.

Núcleo temático: Formação de Professores de Matemática
Modalidade: CB
Nível educativo: Primário (6 a 11 anos)
Palavras chave: Desenvolvimento profissional, *hands-on*, interdisciplinaridade, questionamento investigativo.

Resumo
Este artigo pretende descrever como potenciar o ensino da matemática, ao nível do 1.º Ciclo do Ensino Básico, através de um contexto formativo que envolve atividades experimentais hands-on de ciências, recorrendo ao questionamento investigativo. Os participantes são professores inscritos em ações de formação acreditadas, que decorreram durante dois anos letivos. Estes frequentaram workshops com conteúdos de matemática e ciências, onde desenvolveram atividades hands-on e produziram tarefas de matemática, para implementar em aula. Além disso, foram realizadas sessões individuais com os professores, para os acompanhar e orientar na criação das tarefas. Este contexto formativo envolveu, ainda, visitas dos formadores às escolas, para apoiar e observar os formandos na implementação das mesmas.
Com uma metodologia de Teacher Design Research, procura-se investigar o impacto deste desenvolvimento profissional nos professores, através de observações presenciais, entrevistas semiestruturadas, focus group e portefólios, criados e apresentados pelos professores, no âmbito da formação.
Apresentam-se alguns resultados desta experiência, nomeadamente o impacto deste contexto de formação nas práticas de alguns professores. Verificou-se que os mesmos aumentaram a confiança para inovar as suas práticas, tirando partido das atividades experimentais de ciências, desenvolvendo e propondo tarefas de matemática, destinadas aos seus alunos.

Introdução

Este artigo pretende descrever como potenciar o ensino da matemática, ao nível do 1.º Ciclo do Ensino Básico (1.º CEB), através de um contexto formativo que envolve atividades experimentais *hands-on* de ciências, recorrendo ao questionamento investigativo. Neste sentido, iremos observar o impacto que este contexto formativo teve nos professores,

ISBN 978-84-945722-3-4

participantes no estudo, nomeadamente na sua capacidade de criar e implementar tarefas de matemática, a partir de atividades experimentais de ciências. Procuramos, assim, dar resposta à seguinte questão de investigação: Em que medida este contexto formativo potencia a produção de tarefas *hands-on* inovadoras e promotoras do ensino da matemática?

O estudo assenta em dois ciclos de *Teacher Design Research* (Bannan-Ritland, 2000), que decorreram durante dois anos letivos, com professores do 1.º CEB, de alguns Agrupamentos de Escolas, em Portugal. Nestes dois ciclos, os professores frequentaram workshops com conteúdos de Matemática e Ciências, onde executaram atividades *hands-on* e produziram tarefas, para implementar em aula. Este contexto formativo envolveu, também, visitas dos formadores às escolas, para promover atividades experimentais e, ainda, apoiar e observar os professores na implementação das mesmas.

Costa e Domingos (2017) apresentam um estudo preliminar, baseado no primeiro ciclo de *Teacher Design Research* (TDR), que decorreu com professores que participaram numa formação contínua com 26 horas presenciais. Neste estudo, concluem que apesar de os professores ganharem motivação para inovarem as suas práticas, ainda revelaram dificuldade em fazê-lo, sem o incentivo e apoio dos formadores, havendo assim necessidade de continuar a investir no seu desenvolvimento profissional, de modo a aumentar a sua confiança e autonomia.

Este artigo pretende apresentar as conclusões resultantes da investigação desenvolvida nas duas formações, ao longo de dois anos letivos, nomeadamente em que medida a oficina de formação, resultante do segundo ciclo de TDR promoveu o aumento da confiança e autonomia dos professores para inovarem as suas práticas.

Revisão da Literatura

Vários relatórios internacionais (e.g., Osborne & Dillon, 2008; Rocard et al., 2007) identificam um declíneo no interesse dos jovens pela Matemática e Ciências, o que irá comprometer o futuro das próximas gerações. Ambos os relatórios salientam a necessidade de novas estratégias de ensino que despertem o interesse dos estudantes por estas áreas. Das várias estratégias recomendadas, destaca-se o *inquiry* (questionamento investigativo), defendido como uma abordagem que dá mais espaço à observação, experimentação e construção, dando oportunidade à criança de construir o seu conhecimento, orientada pelo

ISBN 978-84-945722-3-4

professor (Rocard et al., 2007). Apesar de altamente recomendado, e de já fazer parte do currículo de alguns países (e.g. Jocz, Zhai, & Tan, 2014), o questionamento investigativo ainda não é uma realidade, em aula, na maioria dos países europeus (Rocard et al., 2007; PRIMAS, 2011).

As ciências devem ser usadas para promover a interdisciplinaridade, por favorecerem a aprendizagem de outras áreas curriculares (e.g., Abell & McDonald, 2006) e a sua integração no currículo favorece os estudantes, uma vez que estes ficam mais bem preparados para a vida real (e.g., Beane, 1995). Relacionar a matemática com as ciências tem sido amplamente defendido por vários autores (e.g. Berlin & Lee, 2005) mas, a concretização deste objetivo não é fácil (e.g. Baxter, Ruzicka, Beghetto, & Livelybrooks, 2014). Treacy e O'Donoghue (2014) referem a existência de pouca investigação sobre a integração da matemática e ciências na aula, bem como a falta de um modelo de ensino que seja adotado por todos. Estes autores defendem, ainda, que um modelo eficiente para esta integração tem que ser baseado em tarefas *hands-on* e centradas nos estudantes.

Os professores são a pedra basilar de qualquer processo de renovação pedagógica (Rocard et al., 2007) e o sucesso de qualquer intervenção nas escolas não é possível sem o seu desenvolvimento profissional (Hewson, 2007).

Para melhorar a aprendizagem da matemática de cada criança, é crucial dar oportunidades de aprendizagem aos professores, sendo fundamental o desenvolvimento cuidadoso de cursos, *workshops* e materiais bem desenhados e administrados (Ball, 2003). Os professores devem trabalhar e experimentar, os conteúdos e tarefas que se espera que venham a desenvolver em aula, num ambiente de reflexão onde se sintam apoiados (Afonso, Neves, & Morais, 2005).

Metodologia

Este estudo assenta numa metodologia baseada em *Teacher Design Research,* a qual tem por objetivo promover o crescimento dos professores, como especialistas adaptativos, recorrendo a práticas investigativas (Bannan-Ritland, 2000). Nesta abordagem, há um trabalho colaborativo, envolvendo equipas de investigação, sendo o principal objetivo promover o seu desenvolvimento profissional, levando-os a alterarem as suas práticas, com vista a melhorar todo o processo de ensino e aprendizagem.

ISBN 978-84-945722-3-4

Os participantes são professores do 1.º CEB, envolvidos em pelo menos um dos dois ciclos de TDR. Nos *workshops* de formação, com a duração de cerca de 3 horas cada, são introduzidos conteúdos sobre temas como a astronomia, som e eletricidade. Os professores trabalham e manipulam os materiais, com vista à implementação das tarefas propostas. Posteriormente, os formadores deslocam-se à sala de aula dos formandos, quer para realizar atividades experimentais *hands-on*, com os respetivos alunos (a fim de as exemplificar) quer para observar os professores em ação. O questionamento investigativo foi usado para implementar as atividades experimentais e conduzir os alunos na investigação, procurando respostas para as questões colocadas. Além disso, os professores foram encorajados a desenvolver a sua autonomia, criando e implementando as suas próprias tarefas. Nalguns casos, foram ainda realizadas reuniões de acompanhamento com os professores para os apoiar e incentivar a inovar as suas práticas.

Ao longo das várias sessões de formação contínua, uma das metodologias de trabalho é o "Focus Group" (FG) (Morgan, 1997; Williams & Katz, 2001), para promover a reflexão sobre a formação, no sentido de melhorar as práticas desenvolvidas e, principalmente apoiar os professores fazendo-os sentir que fazem parte deste processo colaborativo de desenvolvimento profissional.

Recolha de dados

A recolha de dados tem início na primeira sessão de formação presencial, em cada um dos ciclos de TDR, através de um questionário escrito, para caracterizar os professores, as suas motivações para este curso, conhecimentos sobre os temas abordados e que tipo de atividades experimentais costumam realizar.

A observação participante decorreu essencialmente nos workshops da formação presencial com os professores e nas visitas às respetivas aulas. A primeira autora do artigo esteve presente em todos estas ações, numas como dinamizadora e noutras como observadora. Todas estas sessões foram filmadas e ainda foram realizadas entrevistas semiestruturadas. Nas observações das aulas dos professores, procurou-se investigar se estes integravam os conteúdos trabalhados na formação, se inovavam criando as suas próprias tarefas e se usavam a pedagogia do questionamento investigativo.

Após cada workshop, sobre cada um dos temas trabalhados, foi solicitado aos professores que apresentassem propostas de tarefas, destinadas a implementar com os seus alunos, que

ISBN 978-84-945722-3-4

integrassem o tema abordado com a matemática. No final de cada ciclo de TDR, os professores apresentaram uma reflexão crítica sobre o impacto da formação recebida, descrevendo as práticas desenvolvidas com os seus alunos.

Análise e discussão dos dados

Os dados analisados dizem respeito ao tema relacionado com a Eletricidade, conteúdo da disciplina de Estudo do Meio, do 1.º CEB. Apesar dos manuais escolares adotados apresentarem propostas de atividades experimentais, relacionadas com este tópico, a maioria dos professores não as executa. Uns por não terem os materiais necessários, outros por darem prioridade às disciplinas de Português e de Matemática de forma mais individualizada, ou ainda por falta de tempo. Estão previstas semanalmente 3h30min para a disciplina de Estudo do Meio, a qual apresenta conteúdos que envolvem temas como o corpo humano, geografia, história, entre outros. As poucas horas reservadas a esta disciplina são um argumento, frequentemente apresentado, para justificar a falta de tempo para realizar atividades experimentais. No entanto, a maioria dos professores acaba por confessar que não se sente à vontade para trabalhar conteúdos como por exemplo a eletricidade, por não terem os conhecimentos necessários para a sua implementação.

As atividades *hands-on*, relacionadas com a eletricidade, envolveram várias tarefas, das quais destacamos estabelecer um circuito elétrico de acendimento de uma lâmpada e registo de diversas medidas desde temperatura, peso e diâmetro das pilhas (químicas e biológicas), a diferenças de potencial, entre outras. Procura-se investigar em que medida os professores potenciaram o ensino da matemática através de atividades experimentais relacionadas com este tema.

O 1.º ciclo de TDR (ano letivo 2015/2016)

No 1.º ciclo de TDR verificou-se que a maioria dos formandos conseguem reproduzir as atividades *hands-on* que foram trabalhadas, com o apoio dos formadores (Costa e Domingos, 2016), desde que tenham os materiais necessários à concretização das mesmas. Alguns escolheram trabalhar só a matemática e outros só as ciências. Apesar de reconhecerem a importância de integrar a matemática e as ciências, poucos o fizeram e os mais inovadores foram os que receberam mais acompanhamento dos formadores, nomeadamente em aula. Este primeiro ciclo de TDR terminou com um FG, onde após uma reflexão sobre a formação

ISBN 978-84-945722-3-4

recebida, foi preparado o segundo ciclo de TDR. Para promover um maior envolvimento dos professores na realização de atividades experimentais *hands-on* em aula, combinou-se que a ação acreditada, constante do 2.º ciclo de TDR seria uma oficina: 50% de formação presencial com os formadores e 50% de trabalho autónomo em aula com os alunos.

O 2.º ciclo de TDR (ano letivo 2015/2016)

Iremos analisar o impacto que este contexto formativo, teve nos professores, nomeadamente o caso particular da professora Josefina que criou e implementou tarefas em aula que promoveram a interdisciplinaridade, usando o questionamento investigativo.

A professora Josefina (nome fictício)

A professora Josefina tem 42 anos de idade e uma turma com alunos do 3.º e 4.º ano de escolaridade. Esta professora revelou que gostava de fazer atividades com os seus alunos, nomeadamente pequenas hortas, observação microscópica, entre outras. No entanto, nunca tinha trabalhado a eletricidade e escolheu este tema para fazer um projeto interdisciplinar, promovendo o desenvolvimento sustentável. Começou por trabalhar o tema com os alunos, sensibilizando-os para a importância da reciclagem e da preservação do ambiente. De seguida, pediu às crianças para trazerem de casa pilhas e equipamentos elétricos que já não funcionem, para ver se seria possível reaproveitar/reutilizar (construindo por exemplo brinquedos).

Com as pilhas, a professora aproveitou para trabalhar a interdisciplinaridade: expressões, matemática, português e estudo do meio. Pediu aos alunos para as separarem, de acordo com os tamanhos e modelos. De seguida, pediu para desenharem os modelos identificados e fazerem contagens para descobrirem quantas pilhas havia de cada tipo. A turma identificou 6 modelos e tomou nota de quantas pilhas havia de cada modelo. Com estes dados, a professora colocou os alunos a trabalhar a matemática, realizando diagramas de caule e folhas, gráficos de barras, entre outras tarefas.

Após a formação sobre eletricidade, a equipa de formadores foi à sala da professora fazer uma ação sobre reciclagem, para ensinar o que fazer com as pilhas. Foi uma surpresa muito agradável quando a professora mostrou um multímetro e leds que tomou a iniciativa de comprar, para conseguir promover atividades experimentais com os alunos. A Josefina mostrou autonomia e confiança para implementar o que tinha aprendido na formação, optando por trabalhar tarefas diferentes da formação presencial. Com multímetros, as

ISBN 978-84-945722-3-4

crianças mediram a corrente de todas as pilhas, separando as que não tinham carga das que ainda tinham corrente. Foi explicado que as que não tinham carga iam para o pilhão. As que ainda forneciam corrente foram usadas para acender lâmpadas, colocar motores a funcionar, relógios, termómetros, brinquedos, etc.

Verificou-se que as crianças desenvolveram capacidades investigativas, tomando a iniciativa de fazer experiências como colocar pilhas em série para medir a corrente, acender mais do que uma lâmpada, experimentar diversos aparelhos e pilhas para ver se funcionam e para que servem.

Numa outra sessão a professora encarregou-se de conduzir a aula sobre eletricidade. Organizou os alunos em grupos de dois ou três e implementou as tarefas recorrendo ao questionamento investigativo. Começou por entregar uma pilha química a cada aluno e pediu para medirem a diferença de potencial (d.p.). De seguida introduziu as pilhas biológicas (frutas ou legumes) e pediu para medirem e registarem a d.p. das mesmas. No decorrer das tarefas, pediu ainda que os alunos fizessem desenhos sobre as tarefas implementadas. Apresentamos de seguida um extrato do diálogo que reflete a forma como as tarefas foram conduzidas:

Professora:	Qual a diferença de potencial da laranja?
Aluno:	É 0,51.
Professora:	Quanto precisa a lâmpada para acender-se?
Aluno:	Precisa de 1,5V. Olha! É quase o triplo!
Professora:	Então quantas laranjas precisam para acender a lâmpada?
Aluno:	São precisas três.
Professora:	E se partirem a laranja ao meio? Acham que a diferença de potencial é a mesma para cada uma das metades?
Aluno:	Claro que não! Deve ser metade.
Professora:	Então corta a laranja ao meio e mede cada uma das metades!
Aluno:	Ah!!! Deu quase igual à da laranja inteira! Não pode ser….
Professora:	Corta as metades ao meio e volta a medir? O que achas que vai acontecer?
Aluno:	Se calhar vai dar o mesmo … pois é! O tamanho da fruta não conta!
Professora:	Afinal, são precisas três laranjas para acender a lâmpada?
Aluno:	Não. Devem bastar três bocados… Vou experimentar! …Acendeu!!!

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Professora: Agora, cada um de vocês vai medir a diferença de potencial da fruta ou legume que têm à vossa frente e vão-me dizer o que obtiveram.

Depois de registar no quadro as d.p., ditadas pelos alunos, a professora continuou:

Professora: Qual a fruta ou legume com maior d.p.? E com menor d.p.?.

Alunos: É o tomate. É a maçã.

A professora continuou fazendo questões, trabalhando a eletricidade e ao mesmo tempo a matemática. Este diálogo mostra que ela apreendeu conteúdos sobre eletricidade e conseguiu usá-los para trabalhar a matemática, usando o questionamento investigativo.

Numa outra sessão, a professora criou uma ficha de aplicação à Matemática, nomeadamente na área de tratamento e organização de dados, bem como problemas que envolvem operações. Nesta ficha disponibilizou uma tabela com os registos das d.p. das diferentes frutas e colocou questões sobre os dados, levando os alunos a trabalhar os conceitos de média, construção de gráficos de barras, entre outros.

A Josefina demonstra uma grande motivação para realizar atividades *hands-on* e mostra autonomia para implementar os conhecimentos obtidos na formação. Ao mesmo tempo aprecia o apoio dos formadores, recorrendo aos mesmos sempre que sente necessidade ou tem dúvidas sobre os novos conteúdos, ou como implementá-los.

Considerações finais

A professora em estudo implementou atividades experimentais *hands-on* de ciências e tirou partido das mesmas, para desenvolver e propor tarefas de matemática, destinadas aos seus alunos, usando o questionamento investigativo e inovando as suas práticas.

No entanto, apesar dos resultados aqui apresentados, e de se verificar que no 2.º ciclo de TDR os professores apresentaram propostas mais inovadoras do que no 1.º ciclo de TDR, verifica-se que ainda há professores que continuam a manifestar alguma relutância em apresentar tarefas de matemática, criadas a partir das atividades experimentais de ciências. Este será um aspeto a investigar no futuro, no sentido de se conseguir que esta passe a ser uma prática habitual, entre os professores.

Referências bibliográficas

Abell, S. K., & McDonald, J. T. (2006). Envisioning a curriculum of inquiry in the elementary school. In L. B. Flick & N. G. Lederman (Eds.), *Scientific inquiry and nature of science: Implications for teaching, learning, and teacher education* (pp. 249-261). Dordrecht, Boston: Springer.

ISBN 978-84-945722-3-4

Afonso, M., Neves, I., & Morais, A. M. (2005). Processos de formação e sua relação com o desenvolvimento profissional dos professores. *Revista de Educação*, 13(1), 5-37.
Ball, D. L. (2003). *Mathematics in the 21st century: What mathematical knowledge is needed for teaching mathematics*. Paper presented at the Secretary's Summit on Mathematics, U.S. Department of Education, Washington, DC.
Bannan-Ritland, B. (2000). Teacher Design Research. An emerging paradigm for teachers' professional development. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education*, Capítulo 12, pp. 246-262. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
Beane, J. A. (1995). Curriculum integration and the disciplines of knowledge. *The Phi Delta Kappan*, *76*(8), 616-622.
Berlin, D. F., & Lee, H. (2005). Integrating science and mathematics education: Historical analysis. *School Science and Mathematics*, *105*(1), 15-24.
Baxter, J. A., Ruzicka, A., Beghetto, R. A., & Livelybrooks, D. (2014). Professional development strategically connecting mathematics and science: The impact on teachers' confidence and practice. *School Science and Mathematics*, *114*(3), 102-113.
Costa, M. C.; & Domingos, A. (2017). *Innovating teachers' practices: potentiate the teaching of mathematics through experimental activities*. In CERME 10.
Hewson, P.W. (2007). *Teacher Professional Development in Science*. In Abell, S. K., & Lederman, N. G., Handbook of research on science education. New York: Routledge.
Jocz, J. A., Zhai, J., & Tan, A. L. (2014). Inquiry learning in the singaporean context: Factors affecting student interest in school science. *International Journal of Science Education, 36*(15), 2596-2618. doi:10.1080/09500693.2014.908327
Morgan, D. L. (1997). *The focus group guidebook* (Vol. 1). Sage publications.
Osborne, J., & Dillon, J. (2008). Science education in Europe: critical reflections. London: The Nuffield Foundation.
PRIMAS (2011). The PRIMAS project: Promoting Inquiry-based Learning (IBL). In mathematics and science education across Europe. European Union: Capacities. http://www.primas-project.eu Consultado 20/01/2017
Rocard, M., Csermely, P., Jorde, D., Lenzen, D., Walberg-Henriksson, H., & Hemmo, V. (2007). *Science education now: A renewed pedagogy for the future of Europe*. Bruxelas: Comissão Europeia.
Treacy, P., & O'Donoghue, J. (2014). Authentic Integration: a model for integrating mathematics and science in the classroom. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *45*(5), 703-718.
Williams, A., & Katz, L. (2001). The use of focus group methodology in education: Some theoretical and practical considerations, 5 (3). *IEJLL: International Electronic Journal for Leadership in Learning*, *5*.

[3]**This work is supported by national funds through FCT - Foundation for Science and Technology in the context of the project UID/CED/02861/2016**

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-372

TEOREMAS DE LA GEOMETRÍA MODERNA: INCLUSIÓN EN EL AULA A TRAVÉS DE LA GEOMETRÍA DINÁMICA

Eduardo Orellana
eorellana@ucsc.cl
Universidad Católica de la Santísima Concepción - Chile

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos
Modalidad: CB
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras clave: Enseñanza, geometría dinámica, geometría clásica, geometría moderna, construcciones.

Resumen
Se presenta una propuesta en la enseñanza de algunos teoremas de la geometría moderna establecidos dentro de los siglos XII al XIX. Se invita a reflexionar la enseñanza de ellos y sobre el trabajo en aula de esta geometría incluyéndola a través de la geometría dinámica. Se sugiere la construcción de estos teoremas apoyando las clases, en el contexto de la geometría dinámica, pero en especial de la inclusión del software Geogebra, sin dejar fuera la regla y el compás Los teoremas que se sugieren como inclusión en el aula son, el de Feuerbach, de Simson, de la recta de Simson, Circunferencia de Malfatti y el punto de Malfatti.

1. Introducción

Hoy en día la geometría en el sistema escolar y universitario chileno ha dejado de ser una opción primordial, y se ha transformado en una negación a su necesidad para quien se inicie o ejerza la docencia, esto, debido a que el aumento de los profesores que no la considera en sus aulas se está haciendo cada día más significativo, siendo que la geometría juega un papel esencial en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Tanto en las aulas de educación secundaria como en las aulas de formación de profesores en las universidades, se ha venido repitiendo esta ausencia, en especial como es el primer caso de las aulas escolares, pero se ha tratado de fortalecer lo contrario a su desarrollo (García & López 2008; Alsina, C. & Fortuny, J. 1997; Bressan, A. & Bogisic, B. 2000; entre otros).

ISBN 978-84-945722-3-4

Respecto de estos trabajos, cabe señalar al menos dos puntos. Primero, en su mayoría, estos trabajos no tienen como objetivo específico enseñar a construir algún teorema en particular, y en general no tienen a los teoremas de la geometría moderna como foco de sus propósitos. Las excepciones respecto de estos trabajos, esto es, propuestas dedicadas explícitamente a la enseñanza de la geometría clásica con uso de softwares son el trabajo de Moriena, S. & Scaglia, S. (2003) y la investigación de Alsina (1997). Un segundo punto respecto de estos trabajos en contextos escolares es la escasa investigación empírica respecto de las experiencias en las que se enseñan teoremas modernos conectados directamente con los clásicos mediante uso de la geometría dinámica a futuros estudiantes-profesores de educación matemática Cancec & Campos (2000). En otras palabras, en su mayoría estos trabajos constituyen propuestas para la enseñanza de la geometría, pero es escasa la descripción de las dificultades que enfrentan tanto estudiantes universitarios de la carrera de pedagogía en matemática como los profesores escolares en sus aulas al momento de presentar dicha geometría. En este contexto, el propósito de este trabajo es describir algunos de los teoremas de la geometría moderna y mostrar una serie de desconexiones que se identifican en las prácticas de su enseñanza cuando se refiere a los teoremas clásicos presentes en los programas escolares y cuyas conexiones se encuentran presentes en este trabajo que tenía como objetivo inicial la apropiación de los conceptos y proposiciones de la geometría Euclidiana.

El trabajo que es una propuesta, contiene una presentación de algunos teoremas de la geometría moderna tales como el teorema de Feuerbach, Simson, Malfatti entre otros, que consideran implícitamente como base algunos de los teoremas de la geometría clásica donde se muestran estos a los que se debe enfrentar un sujeto al momento de construirlos con uso de softwares, junto con diversas experiencias presentadas en diversos congresos tanto nacionales en Chile como internacional. Se considerará brevemente estas intervenciones. Luego de algunos resultados, se presentarán los comentarios y las proyecciones de este trabajo.

2. Antecedentes

La enseñanza de la geometría moderna no solo es clave en la enseñanza del conocimiento científico, sino también en un indicador académico en la formación de profesores para

ISBN 978-84-945722-3-4

regularlas en las instituciones que los albergan. Por lo anterior, cualquier actor que pretenda acceder a ese pensamiento no solo está obligado a producir investigación, sino a enseñarlo en forma de conexión desde el momento clásico al moderno. La geometría moderna, según Argudo (2013) justifica desde distintos puntos de vista que los contenidos matemáticos de la geometría son útiles desde su esencia pues se transforman en significativos para quien los trabaja por hacer protagonista al mismo estudiante de forma que este va gestando por ejemplo colectivamente entre otros actores heterogéneos que responden a lógicas e intereses distintos. La condición evolutiva y colectiva inherente a la forma de trabajo presentado en los teoremas, hace que su enseñanza sea un desafío especial.

La enseñanza de la geometría clásica: Problemas de partida

En esta parte, se presentará, sucintamente, dos puntos:

a) las dificultades teóricas que debe enfrentar quien debe dominar algunos teoremas de la geometría clásica como un razonamiento deductivo, y
b) algunos estudios empíricos que han documentado problemas específicos en la compresión de este tipo de teoremas por parte de alumnos del sistema tanto escolar secundario como universitario.

Un primer problema, de índole general, se refiere a la enseñanza de la geometría, independiente del tipo de teorema que se intente enseñar a producir. Diversos estudios (por ejemplo Gamboa, 2010, Ballestero, et al., 2010) han demostrado las dificultades que supone el transformar a un estudiante en un geómetra "maduro". Pero este primer problema se agudiza en un segundo problema de carácter específico más específico, esto es, cuando el o los teoremas que se pretende enseñar son de la geometría clásica. Ello, debido a que escribir y desarrollar uno que otro teorema supone el conocimiento de una práctica especializada, por parte de una comunidad matemática específica. (Lara, 2013). En definitiva, para poder producir este tipo de teoremas se asume que quien lo produce conoce la práctica de la investigación. Además, quien escribe generalmente es un estudiante de posgrado en formación o incluso un investigador ya consolidado, debe poseer una serie de conocimientos especializados en un área temática tan específica como es la geometría formal que le permitan producir en geometría una publicación con contenidos novedosos. En palabras de Bereiter y

ISBN 978-84-945722-3-4

Scardamalia (1987), es un individuo que puede “transformar el conocimiento”. Pero no solo eso, sino que también, según Becher (1990), el sujeto que escribe en una disciplina posee también el metaconocimiento que le permite manejar, entre otros aspectos:

- **a)** Convenciones implícitas respecto de la concepción de la ciencia o del método científico en cada disciplina.
- **b)** Códigos específicos, relativos a la presentación del conocimiento disciplinar y al reconocimiento de la autoridad en ese conocimiento.
- **c)** Formulas textuales destinadas a presentar la disidencia o el apoyo a otras investigaciones en una disciplina determinada.

Este ‘escribir en la disciplina’, en nuestro caso geometría, implica que quien escribe conoce una serie de puntos que constituyen la cultura específica de una ‘tribu académica’ determinada, en donde los teoremas de la geometría clásica de los siglos XVI al XIX juegan un papel destacado. Así también, cualquier análisis de la enseñanza de la geometría considerando los teoremas de los siglos XV al XIX, debe ser el de la distinción que establecen Bereiter y Scardamalia (1988) entre sí el espacio “problema del contenido de los teoremas” y el “espacio problema de las normas en los teoremas”. En otras palabras, enseñar a investigar (que tiene que ver con el espacio-problema del contenido de los teoremas), enseñar a investigar los teoremas (espacio-problema de las normas) son aspectos que están claramente vinculados. De tal modo, antes de enseñar los teoremas del siglo XVI al XIX, es imprescindible que los estudiantes manejen:

- **a)** Estrategias generales para la geometría.
- **b)** El conocimiento disciplinar como la geometría (tanto teórico como metodológico) junto con el metaconocimiento disciplinar compuesto por los aspectos culturales señalados por Becher (1990).
- **c)** Conocimiento relativo a las características de los teoremas y el proceso de producción y consumo (establecer los teoremas, demostraciones, construcciones).

Respecto del espacio-problema del contenido, se debe considerar además que debido al vertiginoso avance del conocimiento, cada día se vuelve más difícil encontrar un teorema como un objeto de estudio novedoso. Ejemplo de esto es la experiencia presentada por García, Lopez (2001) para estudiantes de pedagogía en matemática y estudiantes en general.

ISBN 978-84-945722-3-4

Además de estos trabajos de índole conceptual, existen otros estudios empíricos que han documentado una serie de dificultades que enfrentan los sujetos que deben usar un teorema de la geometría clásica. Van (1986) presenta algunos problemas que enfrentan los estudiantes frente a la geometría clásica:

- **a)** La falta de revisión de textos de geometría
- **b)** El mal manejo de los teoremas básicos necesarios para el desarrollo de posteriores que son consecuencia de estos primeros.
- **c)** Inconsistencia entre el uso de la construcción con regla y compás y software de geometría frente a los teoremas clásicos.
- **d)** Escasa jerarquización de la información
- **e)** La sobre exageración de contenidos presentados en el currículo (aspectos que se prometen pero no se cumplen o viceversa).

Radillo (2007) muestran las funciones de cada una de las partes de un teorema de la geometría clásica, junto con una descripción de los problemas comunes de los estudiantes cometen al aplicar cada uno de los teoremas (hipótesis, tesis, demostración, etc.). Godino (2004), en esta misma línea, presenta una serie de dificultades que debe enfrentar los teoremas clásicos y las posibles estrategias para su superación. El autor focaliza su propuesta, a juicio personal acertadamente, en el papel que tiene la geometría como medio de aprendizaje de la ciencia y sus convenciones.

Como se enseña y se aprende a construir un teorema

En este apartado, se muestran distintas experiencias diseñadas con el objetivo de que un grupo de sujetos aprenda a construir teoremas de la geometría moderna. La primera de ella comprende el estudio realizado por Marvely (2010), en la cual los sujetos preparan una construcción a partir de una reconstrucción ya realizada con uso de software. Según el estudio, los alumnos utilizan estos trabajos como modelos no solo para la construcción, sino también para la determinación de aspectos metodológicos, como la redacción de los teoremas, la formulación de la pregunta a la que responde un teorema de la geometría moderna, etc.

ISBN 978-84-945722-3-4

Otra experiencia, relativamente reciente, es la propuesta didáctica de Sordo (2005). En ella la instrucción se basa en una integración de estrategias de construcción y escritura para la redacción de un teorema por parte de los alumnos, por ejemplo, de pregrado de carreras de matemática o pedagogía en matemática. A través de un trabajo, inspirado en la teoría pedagógica cognitiva del aprendizaje, los investigadores son capaces de elicitar las dificultades a las que se enfrentan los estudiantes al realizar la tarea de construir teoremas y mejorarlas con una serie de actividades posteriores.

Otro trabajo de interés es el de González (2014), en el que se presenta un sistema informático, de gran utilidad, para la construcción de teoremas de la geometría clásica y que es Geogebra. El software permite que sus usuarios aprendan 'construcción de teoremas de la geometría clásica', por medio de la formulación de hipótesis, la realización de inferencias a partir de los descubrimientos, entre otros aspectos. Además señalan los autores, que el trabajo con esta TIC permite la reflexión constante respecto de los procedimientos metodológicos utilizados durante una construcción.

3. Propuesta Metodológica

Los sujetos que se sugieren que sean participantes en este tipo de propuesta son alumnos del sistema escolar y de formación del profesorado en Chile, España u otro país. En estos sujetos se produce, durante la intervención, la construcción a analizar en esta propuesta. Se trata que sea un grupo muy heterogéneo de estudiantes, con también una heterogénea formación académica en TIC en el caso de la formación de profesores y en metodología de investigación. Dado el carácter interdisciplinario de estos, que tiene líneas principales de desarrollo (geometría clásica y geometría dinámica), los sujetos deben provenir del área de formación en matemática en el caso de los futuros profesores.

Se puede considerar que los estudiantes sean graduados de Pedagogía en Matemática. Estos sujetos, además, pueden cursar el cuarto semestre de la carrera y que se interesen por la geometría. Los otros sujetos pueden cursar un nivel de la enseñanza secundaria donde esté presente en el currículo los teoremas clásicos y que provengan de diferentes tipos de escuelas. Mientras el estudiante tenga sus intereses en el desarrollo de los teoremas clásicos, el estudiante escolar que se interese por aspectos relacionados al uso de software para construir.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Aspectos generales de la propuesta

La propuesta consiste en clases que duren 6 sesiones, con un tiempo promedio de 2 horas, alcanzando un total de 12 horas presenciales de instrucción y 48 de construcción. Los sujetos asistirán sistemáticamente a cada una de las sesiones que se realicen en dependencias de una facultad de educación o escuela, desde el siguiente semestre del año 2017 hasta el primer semestre del año 2018. Todas las sesiones se realizarán con un intervalo de una semana. Durante las sesiones, los alumnos asistentes analizarán los teoremas clásicos y modernos en los dos contextos (teórico y aplicado de construcción) para producir extractos de las partes de un teorema. Los teoremas se construyen a partir de la realización de una serie de ocho talleres. Estos teoremas se comentarán y corregirán en conjunto, con la participación de todos los sujetos y del profesor a cargo. Cada actividad, por lo tanto, contará con una versión teórica y con otra versión corregida de las construcciones.

Conclusiones

Las proyecciones del presente trabajo van en diversas líneas de acción que han sido planificadas para una segunda etapa de esta propuesta en curso. En primer lugar, se complementarán los resultados cualitativos obtenidos en esta primera fase con un análisis cuantitativo detallado, lo cual permitirá, por ejemplo, saber qué tipo específico de errores se producen en el desarrollo de la construcción de los teoremas en la propuesta. La segunda etapa de esta propuesta implica el envío de los trabajos a revistas indexadas, por lo que en esa instancia investigaremos, primero el éxito o no de las construcciones, en términos de si las construcciones fueron o no aceptadas; y segundo, las evaluaciones específicas recibidas para cada construcción. En el futuro se espera contar con los fondos necesarios para, por un lado, replicar este estudio con el desarrollo de un proyecto a gran escala, que permita constatar la variación de los teoremas de la propuesta en la enseñanza escolar y en la formación de profesores. Por último, se entiende que un trabajo más global de los distintos tipos de actores involucrados en el fenómeno de la geometría moderna (profesores, facultades de educación, científicos) permitiría establecer una relación entre la geometría clásica y el 'desempeño en la sala de clases' de los involucrados en términos de construir (factor de impacto, por ejemplo), cuyo objetivo sería observar, desde una perspectiva micro-política del

ISBN 978-84-945722-3-4

conocimiento, cómo se construyen los teoremas de la geometría clásica que rigen la construcción de los teoremas de la geometría moderna.

Referencias bibliográficas

Alsina, C., & Fortuny, J. (1997), *¿Por qué Geometría? Propuestas didácticas para la ESO*, Madrid: Síntesis.

Argudo, M. (2013). Las TICs y el aprendizaje de la geometría (Tesis de Master). Universidad CEU, Valencia. Recuperado de http://dspace.ceu.es/Marta.pdf. Consultado 11/11/2012

Becher, T. (1990). Academic Tribes and Territories. The Society for Research into Higher Education & Open University Press. Vol. 20, No. 3, pp. 345-347

Bereiter, C., & Scardamalia, M. (1988). Cognitive operations in constructing main points in written composition. Journal of Memory and Language, 27 (3), 261-278.

Bressan, A. & Bogisic, B. (2000), *Razones para enseñar Geometría en la Educación Básica. Mirar, construir, decir y pensar*… Buenos Aires: Ediciones Novedades Educativas.

Cancec, G., & Campos, J. (2000). Puntos singulares del triángulo y su conexión con la geometría dinámica (Tesis de pregrado). Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, Santiago. Recuperado de: www.umce.cl. Consultado 02/01/2000.

Gamboa, R. & Ballestero, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. Revista Electrónica Educare Vol. XIV, 2, 125-142.

Garcia, S. & Lòpez, O. (2001). La enseñanza de la geometría. Colección: Materiales para apoyar la práctica educativa. Instituto nacional para la evaluación de la educación, pag 41.

Godino, J. (2004). Didáctica de las matemáticas para maestros. Proyecto *Edumat-Maestros.* Granada: Proyecto de Investigación y Desarrollo del Ministerio de Ciencia y Tecnología y Fondos FEDER.

González, J. (2014). Formación inicial de profesores en geometría con Geogebra. Revista iberoamericana de educación. 65, pp. 161-172

Honsberger, R. H.(1995), *Episodes in ninteenth and twentieth century Euclidean geometry*. Washington: Editorial Committee.

Johnson, R. A. (1929). *Moder Geometry*. Boston: Editorial Mifflin Company.

ISBN 978-84-945722-3-4

Lara, R. (2013). *Teoremas en el aula de clase: una propuesta para la formulación didáctica de la enseñanza de las matemáticas a nivel de escuela secundaria*. Tesis Magister en enseñanza de las Cs. Exactas, Universidad Nacional de Colombia.

Levy, S. (1983). Introducción a la geometría moderna, Nueva York, Libros continental.

Marvely, I. (2010). Vizualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software Geogebra en estudiantes de magisterio. Tesis de Maestría, Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán. Tegucigalpa.

Moriena, S. & S. Scaglia (2003), "Efectos de las representaciones gráficas estereotipada en la enseñanza de la Geometría", *Educación Matemática*, vol. 15, núm. 1.

Radillo, M., Varela, S. (2007). Obstáculos en el aprendizaje de la geometría euclideana, relacionados con la traducción entre códigos del lenguaje matemático, en R. Abrate, & Pochulu, M. (Ed.), *Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de matemática* (pp. 263-280). Argentina: Universidad Nacional de Villa María.

Van, P. (1986). El problema de la comprensión en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría. Tesis doctoral, Universidad Real de Utrecht.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-373

ASPECTOS FORMATIVOS DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS SOBRE O CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO EM PESQUISAS BRASILEIRAS

Edvonete Souza de Alencar
edvonete.s.alencar@hotmail.com
Universidade Federal da Grande Dourados - Brasil

Núcleo temático: A formação de professores em Matemática
Modalidade: CB
Nível educativo: 2- Primária (6 a 11anos)
Palavras chave: Formação de professores; Anos iniciais; Campo Conceitual Multiplicativo

Resumo

Este relatório de pesquisa tem como objetivo investigar como a formação contínua de professores sobre o Campo Conceitual Multiplicativo foi abordada por pesquisas brasileiras, publicadas entre 1997 e 2015. Para a sua realização, utilizamos uma das modalidades de revisão de pesquisas denominada metassíntese qualitativa. A busca das investigações foi realizada no site do Banco de Teses da Capes por meio das expressões "Formação de Professores" e "Campo Conceitual Multiplicativo" e com a aplicação do filtro para investigações que discorressem sobre a "Formação Contínua" e "Anos Iniciais". Utilizamos como referenciais teóricos para a formação: Shulman e Tardif. E para embasamento do Campo Conceitual Multiplicativo utilizamos Vergnaud. A metassíntese qualitativa foi realizada apresentando categorias retiradas dos fichamentos dessas pesquisas, nos quais foram observados aspectos formativos relevantes dos resultados abordados pelas pesquisas, apresenta as dificuldades e conhecimentos profissionais dos docentes. De modo geral, a metassíntese qualitativa revela a importancia das estratégias utilizadas pelos professores para o ensino, e percebe-se ainda a dificuldade dos docentes em lidar com as situações que envolvem a multiplicação e a divisão. Assim, notamos a necessidade de se realizar mais estudos sobre essa temática para refletir sobre os possíveis caminhos formativos para o Campo Conceitual Multiplicativo.

Introdução

Este relatório de pesquisa é resultado de um projeto desenvolvido na Universidade Federal da Grande Dourados – UFGD no Brasil, que complementa os dados de uma tese de doutorado concluída em Educação Matemática na Pontíficia Universidade Católica de São Paulo - Brasil. O objetivo desta pesquisa é investigar como a formação contínua de professores sobre o Campo Conceitual Multiplicativo foi abordada por pesquisas brasileiras, publicadas entre 1997 e 2015. Para tanto realizamos uma metassíntese qualitativa com

ISBN 978-84-945722-3-4

pesquisas brasileiras que tratam da formação contínua de professores dos anos iniciais referentes ao Campo Conceitual Multiplicativo.

Justificamos o interesse por este estudo ao lermos alguns estados da arte[27]: André (2002) e Brzezinski (2006) que mapeiam pesquisas mais recentes sobre a formação de professores, no entanto estas investigações não abordam sobre a formação de professores de Matemática. Notamos que estas pesquisas proporcionam assim uma visão geral sobre os estudos da área.

Como podemos observar, selecionamos algumas pesquisas teóricas já realizadas sobre formação de professores e identificamos a necessidade de mapear quais são as pesquisas que tratam da formação contínua de professores dos anos iniciais sobre o Campo Conceitual Multiplicativo e como a formação continua se deu nas investigações analisadas. Escolhemos o Campo Conceitual Multiplicativo, por percebemos a que ainda há poucos estudos nessa área.

A Pesquisa

Nesta pesquisa realizamos a metassíntese qualitativa, que segundo Fiorentini (2013) e Vosgerau e Romanowski (2014) corresponde a uma das modalidades de pesquisa que realizam uma revisão sistemática de investigações qualitativas. Os autores as diferenciam de outras, como o estado da arte, o estado do conhecimento e a metanálise, como será mostrado a seguir.

Vosgerau e Romanowski (2014) mencionam que essas modalidades de investigação se dividem em dois tipos: as revisões que mapeiam (os estados da arte e os estados do conhecimento) e as que avaliam e sintetiza (metanálise e da metassíntese qualitativa).

Maranhão e Manrique (2014) denominam as diferenciações entre essas modalidades de pesquisa“os estados da arte e os estados do conhecimento requerem a coleta de muitos estudos, o que não acontece com a metanálise qualitativa – em lugar de partir de amplitude, ela parte de poucos estudos para buscar ampliação, generalização” (p. 428). Diferenciam ainda a metanálise da metassíntese qualitativa, no qual ambas são realizadas por meio de

[27]Segundo Romanowski e Ens (2006, p.39), estados da arte “recebem essa denominação quando abrangem toda uma área do conhecimento nos diferentes aspectos que geraram produções”.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

poucos estudos e a última possui critério pessoal para a seleção das pesquisas e utiliza ainda interpretações das investigações.

Fiorentini (2013) ressalta ainda que nessa metodologia os "resultados integrativos, cruzados ou contrastados com o intuito de produzir resultados mais amplos" (Fiorentini, 2013, p.78)

Para a realização desta investigação utilizamos os dados da Tese de Alencar (2016), no qual a autora buscou as pesquisas no site do Banco de Teses da Capes, utilizando as expressões "Formação de Professores" e "Campo Conceitual Multiplicativo" em títulos, resumos ou palavras-chave, nos programas de Educação e Educação Matemática, com área de concentração em Educação Matemática, o que resultou em 329 dissertações e teses. Ao lermos os resumos, selecionamos as investigações que mencionavam "Formação Contínua e Anos Iniciais" e encontramos 27 pesquisas. Estas são: Canoas (1997), Ewbank (2002), Araujo (2003), Gregolon (2005), Santos (2005), Arrais (2006), Canova (2006), Campos (2007), Soares (2007), Garcia Silva (2007), Vasconcelos (2008), Numberg (2008), Neves (2008), Camejo Silva (2009), Gomes (2010), Cervantes (2011), Rocha (2011), Santana (2011) Carvalho (2012), Alencar (2012), Santos (2012), Merline (2012), Silva (2014), Oliveira (2014) ,Souza (2015) Silva Junior (2015), Rogeri (2015). Com a pesquisas selecionadas, realizamos breves fichamentos das investigações. Recolhemos os itens: referência completa, objetivos, referenciais teóricos, método e principais resultados.

Referenciais teóricos: formação de profesores e campo conceitual multiplicativo

Para a composição de nossa lente teórica utilizamos os principais autores quanto aos aspectos de formação: Shulman (1986) e Tardif (2002). Com o intuito de obtermos uma melhor compreensão apresentamos as principais ideias dos autores de modo resumido para utiliza-las posteriormente em nossas análises.

Shulman (1986, 1987) é um dos principais teóricos da formação de professores , pois este nos relata sobre o Conhecimento Profissional Docente e suas principais composições são sobre os conhecimentos necessários para a formação docente, sendo estes: conhecimento específico do conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular, conhecimento didático geral, conhecimento dos alunos e suas características, conhecimento dos contextos educativos e conhecimento dos objetivos, das finalidades, dos valores

ISBN 978-84-945722-3-4

educativos e dos fundamentos filosóficos e históricos. Esse estudo apresenta ainda “modos de conhecimentos do professor”: conhecimento proposicional, conhecimento de caso e conhecimento estratégico.

Tardif (2002) nos traz reflexões sobre os saberes da docência e suas relações com o seu exercício. O autor destaca a existência de quatro saberes: o da formação profissional, os disciplinares, os curriculares e os experienciais. Há o destaque ainda sobre a importância do professor refletir sobre os seus saberes , como são construídos e solidificados no decorrer do tempo.

Apresentamos aqui também a Teoria de Vergnaud(1988, 1990) sobre Campo Conceitual Multiplicativo, objeto de investigação de nossa pesquisa. Vergnaud (1990) menciona a Teoria dos Campos Conceituais com foco na psicologia cognitivista e analisam o desenvolvimento do conhecimento por meio da formação de conceitos, que são formados pela terna: situações, representações e inferências. O autor utiliza de Piaget os esquemas e o processo de acomodação e assimilação. Assim caracteriza que um Campo conceitual é desenvolvido pelas experiências escolares e de vivência de situações do cotidiano. O Campo Conceitual Multiplicativo é formado pelas classes de problemas: da multiplicação, da divisão por quota, da divisão por partição e da quarta proporcional.

Análise : a metassíntese qualitativa dos aspectos formativos

Para a realização da metassíntese qualitativa buscamos formar categorías que foram construidas com os fichamentos das pesquisas. Identificamos quatro categorias importantes aos aspectos formativos de professores sobre o Campo Conceitual Multiplicativo: I) a reflexão sobre a prática; II) o aprofundamento do estudo do objeto matemático; III) o estudo das resoluções dos alunos; IV) a mediação e a relação do professor –aluno. Teorizamos que os aspectos observados podem ser pontos relevantes ao planejamento de ações formativas eficientes, que podem proporcionar modificações na didática dos professores.

Quadro 1- Categorias de análises das 27 pesquisas

Categoria I	Categoria II	Categoria III	Categoria IV
Garcia Silva (2007), Vasconcelos (2008), Santos (2012), Merlini (2012)	Canoas (1997), Ewbank (2002), Araújo (2003), Santos (2005), Gregolon (2005),	Ewbank (2002) Santos (2005) Campos (2007) Garcia Silva (2007) Vasconcelos (2008)	Canoas (1997) Araújo (2003) Neves (2008) Rocha (2011) Santos (2012)

ISBN 978-84-945722-3-4

Oliveira (2014) Silva (2014) Silva Junior (2015) Rogeri (2015)	Arrais(2006), Canova (2006), Campos (2007), Garcia Silva (2007) Neves (2008), Vasconcelos (2008); Camejo Silva (2009), Gomes (2010) Merlini (2012) Alencar (2012)	Camejo Silva (2009) Cervantes (2011) Rocha (2011) Santana (2011) Alencar (2012)	Merline (2012)

Para a apresentação das categorias neste relatório de pesquisa, utilizaremos somente de parte dos dados para nossa fundamentação.

Na *reflexão sobre a prática* é discutido os aspectos que promovem bons desempenhos na formação contínua dos professores dos anos iniciais. Tal fato é apontado nos resultados de todas as pesquisas. Garcia Silva (2007.p.10) relata que "é necessária uma constante reflexão sobre a prática, sobretudo em ambientes que propiciem um trabalho colaborativo." Vasconcelos (2008) complementa que:

> "A análise qualitativa das discussões e das reflexões gravadas em vídeos sobre o ensino e a aprendizagem dos professores fez com que as práticas fossem refletidas em procedimentos metodológicos direcionados para diversas possibilidades didáticas, por parte dos professores e, por consequência, a aprendizagem dos alunos."(Vasconcelos,2008,p.9)

A autora menciona que o aspecto de reflexão sobre a prática é um dos fatores significativos para o desenvolvimento do planejamento da formação contínua. Tais ideias nos indicam os estudos de Tardif (2002) que considera importante para a formação docente o conhecimento que é desenvolvido na pratica pedagógica.

O *aprofundamento de estudo do objeto matemático* abordado pelas pesquisas indicam a necessidade dos docentes terem acesso aos conhecimentos do objeto matemático. Com relação a essas considerações apresentamos os dados de Canoas (1997) que apontaram duas perspectivas:

> 1) as professoras têm uma visão estreita do campo conceitual multiplicativo, principalmente no que diz respeito a exploração das situações presentes nesse campo; e 2) as professoras tendem a utilizar conceitos e procedimentos dentro de um domínio de validade que não são verdadeiros em outros domínios, sem contudo ter um entendimento claro do que é possível e do que não é possível ser conectado nesses domínios(Canoas, 1997,p.8)

ISBN 978-84-945722-3-4

Ainda nesse mesma vertente Canova (2006) coloca que " há a necessidade de se ampliar o campo conceitual desses professores com relação ao objeto fração (objeto matemático)"(p.8). Tais afirmações nos levam ao estudo de Shulman (1986) que considera o domínio do conhecimento específico do conteúdo como essencial para as tarefas de planejamento do professor. Segundo o autor este conhecimento influência o conhecimento pedagógico e curricular.

O *estudo das resoluções dos alunos* pode contribuir para a aprendizagem de diferentes estrategias de ensino. Ewbank (2002), Santos (2005), Campos (2007),Garcia Silva (2007),Vasconcelos (2008),Camejo Silva (2009),Cervantes (2011),Rocha (2011),Santana (2011) e Alencar (2012) consideram relevante que haja momentos de reflexão e estudo sobre as aprendizagens , dificuldades e avanços nas resoluções dos alunos. Alencar (2012) utiliza um instrumento de reflexão aos docentes apresentando resoluções de alunos ficticios para que observassem o que os alunos sabiam em cada situação apresentada. Os resultados apontados pela pesquisadora levaram-a refletir sobre a importancia de promover momentos de estudo das resoluções dos alunos. Vemos tal fato, nos estudos de Vergnaud(1990) que considera importante o estudo de diferentes estrategias para a compreensão e formação dos conceitos matemáticos.

Outro aspecto importante mencionado pelas pesquisas é *a mediação e a relação do professor –aluno.* Canoas (1997,p.172) considera importante a mediação do professor nas situações que são abordadas em sala de aula. Sugere então que seja elaborado situações problemas em conjunto com os alunos que evidenciem o Campo Conceitual Multiplicativo. Neves (2008, p. 501) complementa ressaltando que "o professor deve desenvolver a ação mediadora que leve o aluno há ações conscientes do ponto de vista conceitual", consideramos assim que a intervenção pedagógica favorece o processo de ensino e aprendizagem. Em consonancia a estas reflexões Rocha (2011, 174) menciona que "mais do que buscar do aluno o que ele está pensando no problema, precisamos manter o dialogo com ele". Percebemos que tais aspectos são mencionados por Tardif (2002) em seus estudos quando diz sobre os conhecimentos adquiridos pela experiencia.

Considerações da pesquisa

Ao realizarmos a metassíntese qualitativa com as pesquisas selecionadas podemos notar os aspectos formativos de professores dos anos iniciais no Campo Conceitual Multiplicativo

ISBN 978-84-945722-3-4

evidenciados por pesquisas do período de 1997 a 2015. O levantamento de pesquisas permitiu ainda identificarnos que ainda há poucas investigações nessa área.

Os aspectos formativos identificados servem de possíveis contribuições para que novas formações se realizem . Os aspectos formativos encontrados nas investigações foram.: reflexão sobre a prática, aprofundamento de estudo do objeto matemático, o estudo das resoluções dos alunos e a mediação e a relação do professor –aluno.

Consideramos que o professor deve ter uma boa formação e portanto estas devem ser elaboradas evideciando os bons resultados e práticas de pesquisas. Assim esta investigação traz aspectos importantes a serem refletidos e utilizados no desenvolvimento de ações formativas.

Agradecimentos

Agradecemos pelo financiamento CAPES – PROSUP para o desenvolvimento da Tese e a Universidade Federal da Grande Dourados pelo apoio financeiro para a realização da inscrição do evento.

Referências bibliográficas

Alencar, E. S. (2016) *Formação de professores sobre o Campo conceitual Multiplicativo: referenciais teóricos em pesquisas Tese (Doutorado em Educação Matemática) ed. PUCSP: São Paulo*

Alencar, E. S. (2012). *Conhecimento Profissional Docent de Professores do 5º ano em uma escola com bom desempenho em Matemática: o caso das estruturas multiplicativas* (Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) ed.). UNIBAN: São Paulo.

Araújo, A. M. (2003) *A passagem da 4 serie para 5 serie o que pensam professores dessas series sobre od conteúdos essenciais de Matemática.* Dissertação (Mestrado em Educação): UFPR Curitiba.

Arrais, U. B. (2006) *Expressões aritméticas: crenças, concepções e competências no entendimento do professor polivalente.* Dissertação (Mestrado em Educação Matemática): PUCSP São Paulo.

Banco de teses. (2014). Acesso em agosto de 2014, disponível em Capes: http://www.bancodeteses.capes.gov.br

Brzezinski, I. (. (2006). *Formação de profissionais da educação (1997-2002)* (Vol. Série estado do conhecimento n.10). Brasilia: MEC/Inep/Comped.

Camejo Silva, A. (2009) *A constituição dos saberes da docência: uma análise do campo multiplicativo. Tese (Doutorado em Educação Matemática): PUCSP, São Paulo.*

Campos, E. G. (2007). *As dificuldades na aprendizagem da divisão: análise da produção dos erros dos alunos do ensino fundamental e sua relação com o ensino praticado pelos professores* (Dissertação (Mestrado em Educação) ed.). Universidade Católica Dom bosco: Campo Grande.

Canoas, S. S. (1997) *O campo Multiplicativo na perspectiva do professor das séries iniciais(1a4série).*Dissertação (Mestrado em Educação Matemática): PUCSP São Paulo.

ISBN 978-84-945722-3-4

Canova, R. F.(2006) *Crença, concepção e comptencia dos professores do 1 e 2 ciclo do ensino fundamental com relação a fração.* Dissertação (Mestrado em Educação Matemática): PUCSP São Paulo.
Carvalho, M. C. (2012). *A pratica do professor de anos iniciais no ensino da matemática e a utilização de recursos tecnológicos.* São Paulo: Mestrado acadêmico em Educação Matemática Uniban.
Cervantes, P. d. (2011). *Uma formação continuada sobre as frações.* São Paulo: Mestrado Acadêmico em Educação Matemática.
Ewbank, M. S. A. (2002) O ensino da Multiplicação para crianças e adultos: conceitos princípios e metodologia. Tese (Doutorado em Educação): UNICAMP- FE Campinas.
Fiorentini, D. (2013). Investigação em Educação Matemática desde a perspectiva acadêmica e profissional: desafios e possibilidades de aproimação. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, pp. 61-82.
Garcia Silva, A. D. F. G. O(2007) *Desafio do desenvolvimento profissional docente: análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do ensino fundamental, tendo comonobjeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações*. Tese(Doutorado em Educação Matemática): PUCSP
Gomes, R. Q. (2010). *Saberes Docentes de professores das séries iniciais sobre frações.* Rio de Janeiro: Mestrado Acadêmico na UFRJ.
Gregolon, V. M. (2005). *A operação de multiplicação: um pensar pedagógico para os anos iniciais.* Ijui Rs: Mestrado Acadêmico em Educação no Rio Grande do Sul.
Mendes, K. V., & Romanovski, J. P. (2006). Formação continuada de professores: os modelos com base na racionalidade técnica. *Anais de evento Educere*, pp. p.2587-2595.
Merlini, V. L. (2012). *As pontencialidades de um processo formativo para a refleão na sobre a prática de um aprofessora das séries iniciais: um estudo de caso* Tese (Doutorado em Educação Matemática) ed. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: São Paulo.
Neves, R. D. S. P.(2008) *A divisão e os números racionais: uma pesquisa de intervenção psicopedagógica sobre o desenvolvimento de competências conceituais de alunos e professores.* Tese (Doutorado em Educação): UNB Brasília.
Nürnberg, J. (2008)*Tabuadas: significados e sentidos produzidos pelos professores das séries iniciais do Ensino Fundamental*. Dissertação (Mestrado em Educação): UNESC , Criciuma.
Oliveira,E (2014) *Raciocinio combinatório na resolução de problemas nos anos iniciais do ensino fundamental: um estudo com professores*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) PUCSP
Rogeri, N (2015) *Conhecimentos de Professores dos anos inicias para o ensino dos números racionais em sua representação decimal.*Tese de doutorado em Educação Matemática - UNIAN SP
Rocha, C. A. (2011). *A formação docnete e o ensino de problemas combinatórios: diversos olhares, diferentes conhecimentos* Dissertação (Mestrado em Educação) ed. UFPE: Recife.
Romanowski, J. P., & Ens, R. T. (2006). As pesquisas denomindas do tipo estado da arte em Educação. *Revista Diálogo Educacional*, *6*(19).
Santos, A. D. (2005) *O conceito de Fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática): PUCSP São Paulo*.

ISBN 978-84-945722-3-4

Santos, A. D. (2012) *Processo de formação colaborativa com foco no Campo Multiplicativo: um caminho possível com professoras polivalentes. Tese (Doutorado em Educação Matemática): PUCSP , São Paulo.*
Silva, Paula (2014) *Campo multiplicativo das operações: uma iniciativa de formação com professores que ensinam Matemática*. Tese (Doutorado em Educação) UFRGS RS
Silva Junior, F. (2015) *Intervenções didáticas no Ensino de Frações e as formas de profesores.* Tese de Doutorado em Educação Matemática-UNIAN SP
Soares, F. C. C. (2007) *O ensino Desenvolvimental e a aprendizagem de Matemática na 1ª fase do Ensino Fundamental.* Dissertação (Mestrado em Educação): Universidade Católica de Goais , Goiânia.
Souza, E (2015) *Estruturas multiplicativas: concepções de professores do Ensino Fundamental* Tese de (Doutorado em Educação Matemática) – UESC- BA
Vasconcelos, C. F. B. S. D. A (2008) *Reconstrução do conceito de dividir na formação dos professores: o uso do jogo como recurso tecnológico*. Dissertação (Mestrado em Educação): UFAL , Macéio.
Shulman, L. (Feb de 1986). Those who understand : knowledge growth in teaching. *Education Researcher*, *15*(2), 4-14.
Shulman, L. .. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Educational Review*, *57*, p.1-22.
Tardif, M. (2002)*Saberes docentes e formação profissional.* Petrópolis: Vozes.
Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In: H. Hiebert, & M. Lesh, *Numbers Concepts and Operations in Middle Grades* (pp. p 141-161). Lawrence Eribawm.
Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Récherches em Didactique des Mathematiques*, *23*(10), 133-170.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-374

¿QUE DEBE APRENDER LA ESCUELA DEL USO DE LA MATEMÁTICA EN LA VIDA COTIDIANA DE LOS NIÑOS?

M. Cs. Idelso Alamiro Lozano MalcaDr. Jorge Nelson Tejada Campos
idelozanom@hotmail.com jtejada@unc.edu.pe
Universidad Privada del Norte, Perú Universidad Nacional de Cajamarca, Perú
Núcleo temático: Aspectos socioculturales de la Educación Matemática.
Modalidad: Comunicación Breve (CB).
Nivel educativo: Formación y actualización docente.
Palabras clave: Etnomatemática, Competencia, Aprendizaje.

Resumen

La investigación se inserta en el contexto de la etnoeducación y la etnomatemática, analiza un problema vigente en el aprendizaje de la matemática de los primeros grados de estudios en la zona rural andina del Perú. Generalmente el docente ignora el saber cotidiano de los niños para su aprovechamiento óptimo, como saber previo y su integración en el saber escolar en su contexto sociocultural. Las respuestas, en teoría se aceptan, sin embargo su comprensión y aplicación adecuada no es siempre exitosa. En este contexto, se describen acontecimientos reales de la vida de los niños, que evidencian aprendizajes de alto nivel de complejidad que les permite desempeños exitosos en su vida cotidiana. Situaciones que se ignoran en el aula, optando por una enseñanza más formal, guiada por manuales, no siempre pertinentes a la problemática, la cultura y el contexto rural de los estudiantes.

Introducción

El niño que vive en el área rural aprende de modo natural y cotidiano aprendizajes de alto nivel de complejidad, este aprendizaje es resultado de sus relaciones con su familia, con la cultura y con la naturaleza. A la edad de 6 años accede a la Educación Primaria llevando consigo mismo conocimientos sobre el uso de la matemática en la resolución problemas cotidianos de su entorno. La escuela debe aprovechar el conocimiento empírico que traen los niños para integrarlos al saber escolar, combinándolos con los procesos formales, el uso de manuales y materiales estructurados. La investigación pretende motivar a los docentes de primeros grados de escolaridad del ámbito rural de la región andina, para que aprovechen lo que los niños ya saben y lo han aprendido de manera informal y en la vida cotidiana en la solución exitosa de situaciones problemáticas de alta complejidad. De tal manera que ese saber empírico sea recogido y guiado hacia un nivel superior propio de la actividad científica

ISBN 978-84-945722-3-4

y se logre la competencia curricular prevista de pensar y actuar matemáticamente ante situaciones problemáticas de la realidad donde vive el niño. Las cuatro situaciones descritas intentan responder preliminarmente a la pregunta objeto de reflexión del presente estudio: a) La matemática sirve para resolver problemas cotidianos, b) La matemática y la actividad científica se aprende experimentando, c) La matemática es parte de la cultura de los pueblos y está integrada a la actividad productiva, d) La matemática se aprende jugando. En cada situación de modo abreviado se describe el hecho, se reflexiona sobre su importancia y se propone preguntas motivadoras para seguir investigando y la posibilidad.

RESPUESTAS PRELIMINARES

1. La Matemática sirve para resolver problemas cotidianos

1.1 Descripción del hecho: La venta de aguajes

En una pequeña aldea de la selva peruana, dos hermanas venden aguajes a los visitantes. La niña menor de 7 años de edad **(m)** resuelve sus tareas escolares y su hermana mayor de 10 años de edad **(M)**, pretende ayudarla en sus actividades escolares. El diálogo es el siguiente:

m: ¿Cuánto es 4+3?

M: "7, escribe 7, rápido porque tienes mucha tarea".

m: "¿Por qué?"

M: Deja tu cuaderno, toma 4 aguajes, (m cumple la orden), ahora toma 3 aguajes (m hace lo indicado), junta los dos montones, (m obedece), ¿cuántos aguajes tienes ahora?

m: La respuesta inmediata es 7 ¡es fácil!, ¡Ya lo sabía!

M: Por eso 4+3 es igual a 7.

Luego de haber observado que la matemática está presente en los montones de fruta, **m** hace los ejercicios de la tarea asignada en la escuela, sin mayores preocupaciones, en un contexto de alegría. Sabía sumar aguajes, pero no sabía sumar números que estaban escritos en la página del libro de tareas.

En el contexto aritmético, la hermana mayor vuelve a preguntar por la siguiente operación:

M: ¿Cuánto es 8-2?

M: Otra vez, toma 8 aguajes, (m hace lo indicado), quita 2 aguajes del montón (m hace lo indicado) cuenta los que te quedan.

m: Respuesta inmediata: 6 aguajes.

ISBN 978-84-945722-3-4

M: Por eso 8-2 es igual a 6.

De inmediato, **m** hace los demás ejercicios de la tarea. Sabía restar aguajes, pero no sabía restar números que estaban escritos en la página del libro de tareas.

Cuando **m** termina la tarea, **M** le encarga la venta de aguajes. El visitante observador (profesor, **P**) entra en escena.

P: Hola niña, ¿puedes venderme aguajes?, ¿cuánto cuestan?

m: 6 aguajes por un sol.

P: Tengo una moneda de dos soles y quiero nueve aguajes.

m: Si señor. Vea: 6 aguajes un sol, usted quiere 9, entonces quiere 3 aguajes más, que costaría medio sol más (cincuenta centavos). Pero si me da dos soles, entonces yo le doy 9 aguajes y cincuenta centavos de vuelto.

1.2 Reflexión: La niña menor (**m)** no solo sabía sumar y restar, en la vida cotidiana resolvía problemas complejos en el que se requiere: sumar, restar, hacer conversiones, operar con fracciones. Razona con fundamento, comunica lo que sabe usando la matemática, resuelve problemas complejos para su edad.

1.3. Preguntas para la escuela: En el aula **m** tendría la libertad de preguntar ¿por qué 4+3 es igual a 7 a su profesora?, ¿la profesora enseñará con el lenguaje y la estrategia que usó **M**?, la escuela ignora valiosos saberes matemáticos de los niños ¿qué debe hacer la escuela para superar esta barrera entre vida social y la vida escolar?, ¿el docente es portador de obstáculos para comprender la relación entre el saber cotidiano y el saber escolar?, etc.

2. La matemática y la actividad científica se aprenden experimentando

2.1. Descripción del hecho: Un juego con botellas

En la tienda de un centro poblado, tres niños juegan a rodar botellas en el piso usando un juguete navideño (un tractor) manejado a control remoto. En el juego resuelven preguntas: ¿cómo disponer las botellas?, ¿cómo accionar el tractor?, ¿cuántas se pueden mover?, etc. es un auténtico experimento, cuyo resumen es:

Ponemos 10 botellas de litro y medio, una a lado de otra para que rueden. Probamos. El tractor debe activarse cuando toma contacto con la primera botella. Las botellas no se

ISBN 978-84-945722-3-4

mueven. Sacamos una para probar, la carga no se mueve, sacamos otra, tampoco hay resultado. Sigue el experimento. Cuando la fila tiene 5 botellas el tractor mueve la carga. A medida que se desplaza la carga inicial, los niños van colocando una a una otras botellas. Con la sexta, la velocidad disminuye, con la séptima la velocidad cada vez es menor, con la octava, el tractor se detiene. Al observar tal efecto, nacen otras preguntas como: ¿por qué disminuye la velocidad cuando aumenta la carga?, ¿cuál es el mejor camino para llevar la carga más lejos?, ¿siempre la carga se detendrá cuando se ponga la octava botella?. Nuevo experimento, evitar obstáculos en el desplazamiento, iniciar el movimiento con 5 botellas y colocar una a una más botellas pero cuando la carga tiene mayor velocidad. Resultado, la carga se detiene cuando se pone la doceava botella. ¿Cómo es que el tractor no puede mover la carga si al inicio hay 6 y cuando ya está en movimiento puede cumplir su tarea hasta poner 12 botellas? Enigma. Asombro. Reto.

Los niños repiten el experimento con botellas de menos peso, con latas de conserva, usando la misma estrategia: diseñar, probar, comparar, analizar, conjeturar, etc.

El juego termina cuando la madre de uno de los niños llega, se acaba el experimento, se ordena el laberinto. La madre es profesora, ignora la actividad, el silencio cómplice oculta el alto valor educativo de lo realizado.

2.2. Reflexión: Existen valiosas lecciones dirigidas a los docentes de educación primaria para aprender de la experiencia de los niños para tratar temas científicos en el aula como: plantear objetivos, diseñar estrategias, experimentar, superar dificultades, modificar situaciones, preguntar, tener respuestas parciales, reflexionar sobre los resultados, comparar resultados, obtener conclusiones, razonar, probar la validez del razonamiento con los hechos, ampliar o aplicar la situación a nuevos casos, dialogar, debatir, trabajar en equipo, escuchar, enfrentar retos, hacer cosas con libertad, con alegría y emoción, etc. El desarrollo del acontecimiento es el germen vivo de la auténtica actividad científica, para aprender desde el espacio externo de la escuela.

2.3. Preguntas para la escuela: ¿La escuela promueve el pensamiento creativo, el desarrollo de la actividad científica, del experimento, de la pregunta, de la indagación?, ¿Qué otros experimentos e inventivas practican los niños en su vida cotidiana que la escuela tiene

ISBN 978-84-945722-3-4

el deber de insertarlos en el proceso educativo, para formalizar y guiar el desarrollo del pensamiento científico y matemático?

3. La matemática es parte de la cultura y la actividad productiva de los pueblos

3.1. Descripción del hecho: Una niña de 8 años ayuda a su madre a "urdir" la alforja.

Mamá e hija son expertas en el arte y la belleza de los tejidos, toman como referencia o guía a otros tejidos ya concluidos para escoger la misma labor (hacer las mismas figuras), a partir de hilos de diferentes colores elaborados de lana de oveja. Tejer es una actividad productiva de la familia rural andina. Consiste en poner tres filas de estacas, de tres varas cada fila, las estacas se distribuyen en medidas previstas usando la cuarta. Después de urdir el tejido, en un extremo se coloca la callua, la siquicha, la chana (madera fina envuelta con hilo ´trama´); en ambos extremos se pone el cungallpo. La alforja lleva muchas hillahuas para escoger la labor o la figura deseada.

Los hilos de colores son la principal materia, tienen la forma de un ovillo que se pesan en onzas. La niña cuenta el número de vueltas que son distribuidas con cautela y en orden, el conteo es por docenas, los colores se alternan hasta completar una secuencia de vueltas que en conjunto tengan un ancho y largo en medidas determinadas, según las reglas artesanales.

La tarea es diseñar las figuras en sus diferentes formas y tamaños. Es el arte de definir la altura y el ancho de las figuras, los espacios entre ellas, los colores. Se diseña el número de hillahuas distribuidas secuencialmente, cada figura es el resultado de varias hillahuas, que se hacen contando hilo por hilo para obtener las figuras. La madre y su hija realizan actividades matemáticas como: contar, ordenar, diseñar una a una las hillahuas, a la vez que prueban sus resultados. Para corregir errores, hilo por hilo, color por color, cuando se comprueba que está bien se continua con la segunda hillahua y así sucesivamente hasta tener la figura terminada. Un verdadero plan para resolver un problema altamente complejo exitosamente resuelto.

3.2. Reflexión: La niña de ocho años desde su ámbito sociocultural, se involucra en el trabajo y aprende a: ordenar, contar, distribuir los hilos, las hillahuas y las finas maderas; corrige errores, compara resultados según el diseño de tejido, prueba la resistencia del hilo, etc. Es un ciclo: (1) analizar la figura, decodificar su estructura, contar sus elementos; (2)

ISBN 978-84-945722-3-4

aplicar cada elemento de la figura al diseño de hillahuas para obtener cada elemento de la estructura; (3) experimentar si el diseño está bien hecho y corregir errores; (4) volver al paso (1) y seguir el proceso hasta obtener la figura prevista. Se aprende ha aprendido matemática como el peso de los hilos, la distribución de estacas, el conteo de las vueltas para conformar la matriz del tejido. Auténtica actividad científica que requiere concentración, planificación, orden, experimento, previsión, cuidado, etc.

3.3. Preguntas para la escuela: ¿La escuela promueve el pensamiento complejo que permita resolver problemas de alto nivel de complejidad como el descrito? ¿La escuela promueve el desarrollo de la actividad científica, del experimento, de la prueba, de la corrección de errores? ¿Existen otras actividades culturales y productivas que la escuela debería considerar como auténticos procesos de aprendizaje de la ciencia y de la matemática?

4. La matemática se aprende jugando

4.1. Descripción del hecho: niños que juegan a los "chanitos"

Retornando a casa, después de las labores escolares, 4 niños deciden jugar "chanitos" (pequeñas esferas de color negro que es el fruto de una planta llamada Choloque).

La primera actividad es trazar la mesa de juego con forma de figuras geométricas (triángulo, círculo, elipse, cuadrado, etc.). Esta vez se juega sobre un triángulo, en el cual tres niños colocan dos "chanitos" en cada esquina (vértice) del triángulo y el cuarto niño inserta dos "chanitos" en el centro de la mesa. Se traza la línea de saque a cierta distancia de la figura, cuya distancia es medida en cuartas, sesmas o pies. Cada jugador proyecta su tiracha a la mesa de juego para que se detenga lo más próxima al triángulo. Si la canica cae sobre el área de la región triangular, el dueño queda fuera de juego y pierde sus "chanitos". El saque de chanitos empieza con el niño que más se aproximó a la figura, en cada empate juega el que tiró primero. Al niño que le corresponde la jugada, primero ensaya su mejor "trinco", luego apunta a la canica y dispara con dirección y fuerza para que lo saque del triángulo, pudiendo ser el ganador, pero con una de las reglas de juego es que la canica negra quede fuera del triángulo, caso contrario ocurre "potra" y todo el juego vuelve a cero, en consecuencia, cada jugador devuelve las canicas ganadas, nadie gana ni pierde.

ISBN 978-84-945722-3-4

El niño que saque fuera del triángulo una canica en su primer intento, sigue jugando hasta que falle, para luego entrar en juego el siguiente niño con las mismas reglas. El juego se inicia desde donde quedó la tiracha, después del lanzamiento o de su jugada. Si uno de los niños que juegan a "los chanitos" ha sacado el último del triángulo, tiene derecho de "matar" a los rivales, empezando por el rival más cercano, en caso de perder tiene la opción a devolver los chanitos ganados. Si no consigue, el jugador siguiente tiene opción de "matar" a los rivales "vivos" hasta que el último jugador tenga opción de "matar" a quien queda vivo. Los niños con una actitud emocional positiva repiten varias veces el juego de "los chanitos", en la misma figura, con las mismas reglas y procedimientos.

4.2. Reflexiones: Es un juego de estrategia, con reglas previstas, lenguaje propio, uso de figuras geométricas, ejecución de medidas, diseño de estrategias para ganar, quedar cerca de la mesa, evitar ser matado, decidir si debe o no sacar chanitos, evitar los bloqueos de jugadas, volver todo el juego nulo, etc. El niño suma, resta, calcula, mide, compara, toma decisiones según la situación específica del juego. Cada niño "saca sus cuentas", ¿cuántos chanitos ganó?, ¿Cuántos chanitos perdió?, ¿Cuáles fueron sus mejores jugadas?, ¿cuáles fueron sus errores?, etc. Lo valioso de este juego es que es de alto nivel estratégico, de desempeño colectivo, de toma de decisiones según las circunstancias, de análisis de contexto, además del dominio de conocimientos matemáticos: conteo, operaciones combinadas, medidas de distancias con sus propias manos y dedos, de comparaciones, de ordenamiento, de figuras geométricas. Un juego de alto nivel reflexivo que se aprende bastantes elementos propios de la matemática y el modo de pensar matemático.

4.3. Preguntas para la escuela: ¿La escuela promueve el pensamiento estratégico que permite resolver problemas de alto nivel de complejidad como el descrito?, ¿Qué debemos hacer para que en la escuela se continúe con el desarrollo del pensamiento estratégico y resolver problemas que los niños enfrentan en la vida cotidiana y a partir de estas situaciones sea posible generar auténticos aprendizajes?

Conclusión

ISBN 978-84-945722-3-4

Los casos descritos en la investigación son vivos ejemplos que ayuda a repensar a la escuela acerca del grado y complejidad del dominio de elementos matemáticos que los niños de la zona rural utilizan para resolver situaciones cotidianas. Comprendiendo lo que ya saben los niños es posible mejorar el proceso educativo para un mejor aprendizaje de la matemática en estos contextos socioculturales.

Bibliografía

Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática, la educación matemática desde la perspectiva cultural.* Barcelona: Paidós.

Camacho, J., & Echeverría, O. (1995). *Etnoeducación: contenido, estructura y entorno en la enseñanza.* Revista Vínculos del Museo Nacional de Costa Rica, 20(1-2) 1-14.

D´Ambrosio, U. (2013). *Etnomatemáticas: entre las tradiciones y la modernidad*. Brasil: Belo Horizonte.

Gavarrete V., M. (2012). *Modelo de aplicación de etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica.* Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

Lerner, D. (2007). *Matemática en la escuela. Aquí y ahora.* Buenos Aires, Argentina: Aique Grupo Editor S. A.

Planas, N. et al. (2015). *Avances y realidades de la educación matemática.* Barcelona, España: GRAÓ, de IRIF, S.L.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-375

MODELO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA EL PROCESO EDUCATIVO EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS.

M. Cs. Idelso Alamiro Lozano Malca
idelozanom@hotmail.com
Universidad Privada del Norte, Perú

Dr. Jorge Nelson Tejada Campos
jtejada@unc.edu.pe
Universidad Nacional de Cajamarca, Perú

Núcleo temático: Formación del profesorado en Matemáticas.
Modalidad: Comunicación Breve (CB).
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras clave: Modelo, Educación Matemática, Competencia.

Resumen

El modelo considera tres ejes: (1) Procesos Internos (I), (emocionales y cognitivos): Manejo de actitudes, sistema heurístico y dominio de la matemática. (2) Procesos externos (E) observables: Comprensión, diseño de estrategias y ejecución. Cada proceso descrito es una tríada que se auto reproduce y auto organiza gracias al tercer eje: (3) Meta cognición (M) que vigila, orienta y regula integralmente el proceso educativo. Cada situación de aprendizaje $S_i(I,E,M)$ *es evaluable con una rúbrica de cuatro niveles de valoración; la situación* $S_1(1,1,1)$*, indica un avance deseado y óptimo en los tres ejes, incluyendo cada uno de sus elementos. La dinámica del modelo se expresa mediante el vector* $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{S_i} - \boldsymbol{S_{i'}}$*, lo óptimo es que en cada elemento de la terna del vector sea positivo.*

1. Introducción

El Ministerio de Educación de Perú (MINEDU, 2015), asume como propuesta central en el aprendizaje de las Matemáticas para la Educación Básica Regular (EBR) el enfoque de resolución de problemas planteados en el contexto de la vida real o el científico, sostiene que la matemática se enseña y se aprende resolviendo problemas; para que el alumno domine la competencia matemática (pensar y actuar matemáticamente) y sus capacidades fundamentales: Matematiza situaciones, comunica y representa ideas matemáticas, razona y argumenta generando ideas matemáticas, elabora y usa estrategias.

El objetivo del presente estudio consiste en diseñar un modelo didáctico que integra el aprendizaje de la competencia matemática y sus capacidades bajo el enfoque de resolución de problemas para la EBR.

2. Desarrollo

2.1. Contexto teórico

ISBN 978-84-945722-3-4

El objeto de estudio es la sesión de aprendizaje del área de matemáticas desde la perspectiva del pensamiento complejo (Velilla, 2002), el enfoque ontosemiótico de la enseñanza y el aprendizaje y la resolución de problemas como función ejecutiva; además, integra y complementa los aportes vigentes de la educación matemática, el constructivismo, de G. Polya, Miguel De Guzmán y otros científicos dedicados a la investigación en el aprendizaje de la matemática.

2.2.Explicación del modelo

El modelo integra en la sesión de aprendizaje tres elementos denominados ejes: (1) Procesos Externos y visibles de resolución de problemas (E), (2) Procesos Internos, cognitivos y afectivo-emocionales no visibles (I), (3) Meta cognición de procesos y los resultados (M). Los tres elementos debe manejarlo el alumno, con ayuda del docente, mientras aprende matemáticas.

2.2.1. **Eje de Procesos externos (E):** Se asume que los grandes procesos para resolver un problema son: Comprender el problema **(Cp)**, Diseñar estrategias de solución **(De)**, Ejecutar la mejor estrategia **(Ej)**, (Polya, 2002, Guzmán, 2006).

Evidenciar el aprendizaje implica el uso del lenguaje verbal y matemático, argumentar, representar, usar razonamiento lógico, usar algoritmos, operar, conjeturar, generalizar, particularizar, etc.

2.2.2. **Eje de Procesos Internos (I):** Considerar sólo los procesos externos es insuficiente para el aprendizaje. En el modelo se percibe al alumno en la situación del pensador original, que enfrenta una nueva situación problemática a resolver, debe construir nuevo conocimiento bajo la ayuda del docente y de sus compañeros, que aprenda la ruta del pensador original, creativo, inventor, experimentando camino del quehacer científico. Además, debe construir nuevos procedimientos, fortalecer actitudes y valores científicos, mientras resuelve un problema de matemáticas que para él es desconocido.

¿Cómo ayudar al alumno a construir los saberes teóricos, prácticos, fortalecer actitudes y valores, para que en la resolución de problemas aprenda a aprender matemáticas y desarrolle las capacidades que para el nivel de EBR propone el MINEDU?

La respuesta que se propone es que el alumno debería manejar conscientemente sus procesos cognitivos y afectivo-emocionales internos, tal como lo haría un científico al enfrentar un

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

problema nuevo, original. Se propone que el manejo de estos procesos el docente debe orientar al alumno para que asuma como propio los siguientes componentes:

a. Uso Consciente de Actitudes (A). Es el control y aprovechamiento del estado emocional mientras aprende y resuelve problemas. Durante el aprendizaje el alumno debe mantenerse alerta con preguntas como: ¿mis actitudes son positivas o negativas?, ¿por qué se presentan?, ¿cómo superar actitudes negativas o aprovechar actitudes positivas?

b. Aplicación de un Sistema de Preguntas (Heurística, P). Es el uso adecuado y pertinente del alumno de un repertorio de preguntas que regulan y orientan el aprendizaje y la resolución de problemas. La pregunta es el motor interior que marca los ritmos, las reflexiones, la dinámica. Preguntas centrales: ¿he comprendido el problema?, ¿qué conocimientos y procedimientos ya poseo o debo aprender?, ¿qué estrategia implemento?, ¿estoy evaluando procesos y resultados?, etc.

c. **Comprensión de contenidos (Contenidos, Ct).** Es el conjunto de conocimientos teóricos y prácticos o procedimentales que el alumno necesita y lo pone en juego en la resolución de problemas. Son los contenidos que ya sabe, (conocimientos previos) y el nuevo contenido que debe ser aprendido para resolver el problema. Este es un aspecto clave fundamental, es el momento de aprender y ampliar el dominio disciplinar de la matemática.

Activar los procesos internos implica combinar motivación y actividad racional, se logra mediante: actitudes favorables, heurística a la medida, aprendizaje y aplicación pertinente de contenidos matemáticos (conceptuales y procedimentales).

2.2.3. **Eje de Meta cognición de procesos y resultados (M).** Es el proceso mental que Vigila, Orienta y Regula todo el proceso educativo, mientras se va ejecutando. Es como portar la luz que alumbra el camino en plena construcción.

a. **Vigilar (V),** es el proceso de análisis permanente de los indicios relevantes emergentes de los procesos externos e internos.

b. **Orientar (O),** son las decisiones a tomar en el momento oportuno según la vigilancia y la regulación.

c. **Regular (R),** son los reajustes a realizar según los indicios identificados.

La Meta cognición es el semáforo que ayuda a tomar decisiones en el momento oportuno.

- Situación meta cognitiva **verde**, seguir adelante, el proceso es exitoso.

ISBN 978-84-945722-3-4

- Situación meta cognitiva **amarillo**, existen indicios inadecuados. Reflexionar a tiempo para seguir adelante.
- Situación meta cognitiva **rojo**, existen indicios de alto riesgo. Detener el proceso, rectificar, rehacer, aprender algo nuevo, etc. Superar la situación adversa para continuar el proceso.

2.3.Matriz integradora del modelo

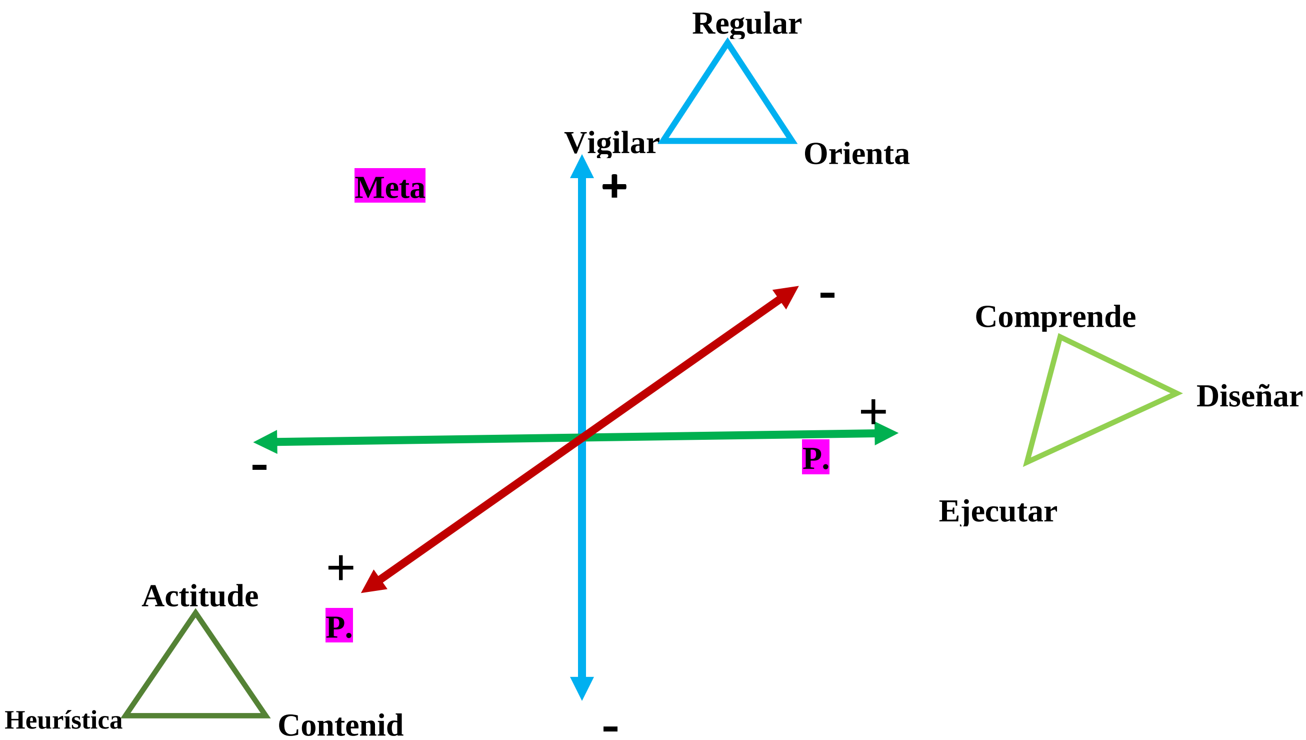
La siguiente matriz muestra la integración de los ejes considerados, la última fila y la última columna corresponden al eje de Meta cognición.

	Comprender (Cp)	Diseñar (De)	Ejecutar (Ej)	Meta cognición (M)
Actitudes. (A)	¿Actitud positiva?, ¿Actitud negativa?, ¿Cómo supero las actitudes negativas?, ¿Cómo aprovecho las actitudes positivas?			Preguntas sobre el estado afectivo emocional.
Heurística reguladora .(P)	¿Observación? ¿Representación? ¿Formalización? ¿Datos completos?	¿Estrategia progresiva, regresiva, combinada? ¿Analogía?, ¿Intuición? ¿Inducción?, ¿Deducción?	Preguntas que regulan y orientan actividades específicas, ¿qué tengo?, ¿qué hago?	Preguntas sobre procesos y resultados, para vigilar, orientar y regular.
Contenidos (Cn)	Conceptos, definiciones, propiedades, teoremas, teorías. Algoritmos, procedimientos.	Acciones mentales y prácticas para el nuevo aprendizaje teórico o de procedimientos	Acciones previstas en las estrategias que integran los contenidos teóricos y prácticos	Valorar: Comprensión teórica Eficacia de estrategias. Resultados de acciones específicas.
Meta Cognición (M)	¿Qué?, ¿cómo?, ¿para qué?, ¿dificultad encontrada?, ¿cómo superé la dificultad?, ¿nuevo conocimiento?, ¿nuevo procedimiento?			

2.4. **Presentación gráfica del modelo.** Una alternativa dinámica de presentar el modelo es tomando el espacio tridimensional, donde cada eje de coordenadas se corresponde con su respectivo eje del modelo. Esta representación, permite analizar la integración dinámica de los tres ejes y lo que podría ocurrir durante el proceso educativo.

ISBN 978-84-945722-3-4

Figura 1. Ejes del modelo de resolución de problemas.



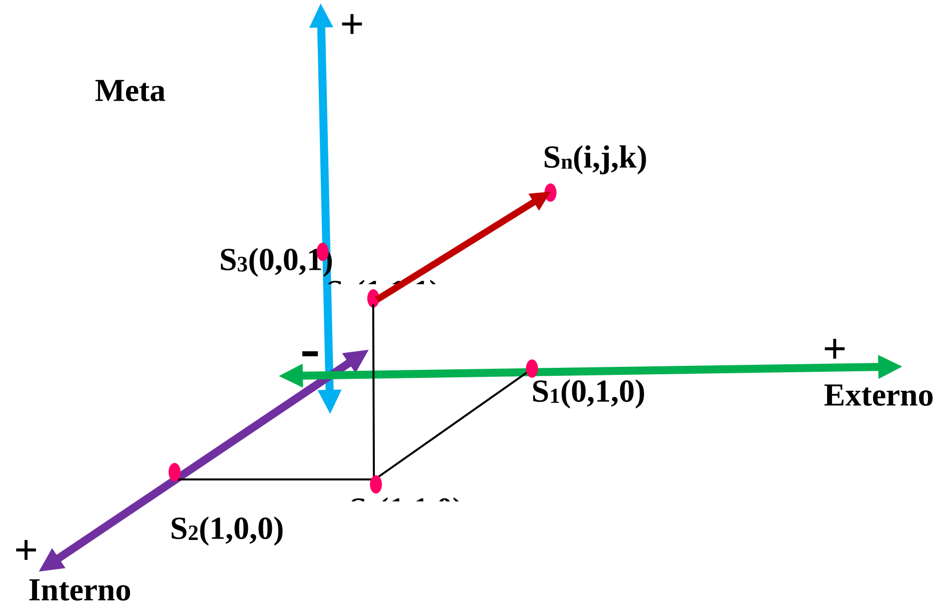
El primer aspecto consiste en superar indicios ubicados en las partes negativas de los ejes. Cada eje es resultado integrado de la tríada de sus elementos, que deberían mantenerse en equilibrio y desarrollo a la medida. Pues la evidencia negativa de algún eje, o de algunos de sus elementos, genera perturbación en el proceso educativo.

Es necesario el desarrollo sistemático y simultáneo de los tres ejes. Superando la visión lineal; generalmente centrada en los procesos externos, y dentro de sus elementos en la ejecución con alto énfasis en la memorización y mecanización de algoritmos.

El buen desarrollo de dos ejes es un avance importante, pero insuficiente: los pares (I, E) ; (I, M) ; (E, M); deben ser completados por el tercer eje ausente.

ISBN 978-84-945722-3-4

Figura 2. Dinámica del aprendizaje en el modelo propuesto.



Situaciones como $\mathbf{S_1}$ $\mathbf{S_2}$, $\mathbf{S_3}$, indican la presencia de un solo eje y ausencia de los demás. Es insuficiente, aunque se encuentren en la parte positiva de los ejes. Y cada S_i implique buena integración de sus elementos.

Situaciones como $\mathbf{S_4}$ indican que existen dos ejes interno y externo. Si esta situación se encuentra en la intersección positiva de ambos ejes, es un avance, pero insuficiente, no hay evaluación.

Situación como $\mathbf{S_5}$ sería la más esperada y exitosa, más aún si ocurre en el cuadrante positivo de los tres ejes. $\mathbf{S_5}$ detalla un momento específico del proceso educativo.

Para comprender la dinámica o desarrollo del aprendizaje, es necesario comparar situaciones específicas $\mathbf{S_5}$. Si $\mathbf{S_n(i,jk)}$ es una nueva situación específica que comparada con $\mathbf{S_5}$ obteniendo resultados favorables en los tres ejes, entonces existen indicadores de buen desarrollo del proceso educativo.

La dinámica $\mathbf{D = S_n - S_5}$ es el vector del desarrollo del proceso educativo. Lo óptimo es que en cada elemento de la terna del vector sea positivo.

ISBN 978-84-945722-3-4

Rúbrica de evaluación del aprendizaje aplicando el modelo

Se propone la rúbrica para evaluar la aplicación del modelo. Queda la tarea de adaptarlo al nivel educativo, al nivel de complejidad del problema.

ASPECTOS A EVALUAR	**NIVELES DE DOMINIO**			
	Muy Bueno (verde)	**Bueno (amarillo)**	**Regular (rojo)**	**Requiere mejorar (rojo)**
Comprensión del problema (Cp)	Identifica todos los datos. Usa el lenguaje con precisión. Precisa la respuesta.	Identifica la mayoría de datos con autonomía. Usa el lenguaje con algún error. Precisa la respuesta.	Identifica la mayoría de datos con ayuda. Usa el lenguaje con varios errores Requiere ayuda	Identifica pocos datos o ninguno. No usa el lenguaje matemático. Siempre requiere ayuda
Diseño de estrategias (De)	Diseña estrategias sin errores y con autonomía.	Describe una estrategia con dificultad	Describe la mayor parte de su estrategia con ayuda	No describe su estrategia o lo hace siempre con ayuda
Ejecución del plan (Ej)	Ejecuta algoritmos con autonomía y sin errores	Ejecuta los algoritmos con cierta ayuda y algunos errores	Gran parte de algoritmos los hace con dificultad y ayuda constante.	No ejecuta algoritmos, o lo hace ayuda permanente
Sistema de preguntas (P)	Aplica su sistema de preguntas en todo el proceso.	Su sistema de preguntas es insuficiente.	A veces utiliza preguntas de ayuda.	No utiliza un sistema de preguntas.
Dominio de contenidos (Cn)	Comprende y usa los contenidos. Buen uso del lenguaje formal.	Comprende y usa la mayoría de contenidos. Usa el lenguaje formal con dificultad	Comprende y usa con errores pocos contenidos. Usa el lenguaje formal con varios errores.	No comprende, no usa los contenidos. No usa el lenguaje formal
Uso de actitudes (A)	Siempre evidencia actitudes positivas	Evidencia alguna actitud negativa	Evidencia varias actitudes negativas	Evidencia siempre actitudes negativas
Meta Cognición (M)	Siempre reflexiona y valora su desempeño	A veces reflexiona y valora su desempeño	Casi nunca reflexiona y valora su desempeño.	No reflexiona, no valora su desempeño.

3. Conclusiones

ISBN 978-84-945722-3-4

El modelo propuesto combina la teoría con la práctica, integra los aportes de diversas teorías generales de la enseñanza y el aprendizaje y de teorías específicas del campo de la educación matemática, bajo el enfoque del pensamiento complejo; a la vez, con la práctica desarrollada con docentes en talleres de capacitación.

El Modelo combina procesos externos visibles (comprensión, diseño de estrategias, ejecución) con procesos cognitivos y afectivo- emocionales internos (actitudes, heurística, contenidos), y meta cognición (vigilar, orientar, regular). Tal que orientados adecuadamente durante la clase preparan al alumno en las competencias, capacidades, conocimientos, habilidades y valores de la actividad científica, la creatividad y la generación del conocimiento de la matemática.

El modelo es una alternativa viable para integrar la competencia con sus capacidades, es un proceso razonable, accesible y aplicable en la preparación de los docentes para el desarrollo del proceso educativo del área de la matemática en la EBR del Perú.

La combinación de la teoría y la práctica, permite comprender los aspectos menos familiares del modelo, también se perfilan las dificultades durante los talleres, con docentes en ejercicio. Por lo que es un modelo en construcción y mejora continua**.**

4. Referencias Bibliográficas

Gómez, I. (2008). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje de la matemática.* Madrid: Narcea S.A.

Chavarría, J. (2006). *Teoría de las situaciones didácticas*. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. Año 1. Número 2.

Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado*. Argentina: AIQUE.

De Guzmán, M. (2006). *Aventuras matemáticas. Una ventana hacia el caos y otros episodios.* Madrid: Pirámide.

Godino, J. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros.* Granada. España: GAMI, S.L.

Ministerio de Educación. (2015). *Rutas del aprendizaje. Fascículo general 2*. Lima: Corporación Gráfica Navarrete S.A.

ISBN 978-84-945722-3-4

Polya, G. (2002). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Tobón, S. (2008). *Formación integral y competencias. Pensamiento complejo, currículo, didáctica y evaluación. La formación basada en competencias: El enfoque complejo*. 3° Edición. Bogotá: Ecoe Ediciones Ltda.

Velilla, M. (2002). *Manual para la iniciación del pensamiento complejo.* Corporación para el desarrollo Complexus. UNESCO.

Vigotsky, L. (1977). *Pensamiento y lenguaje. Teoría del desarrollo cultural de las funciones psíquicas*. Buenos Aires: La Pléyade.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-379

PRACTICANDO MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE LA EDUCACIÓN FÍSICA

Loreto Chihuailaf- Andrea Cruz - María Reyes
mreyeses@gmail.com[1]- anddrea25@correo.ugr.es[1] - loretochihuailaf@gmail.com[2]
Universidad de Granada[1] - Universidad Autónoma de Madrid[2]

Núcleo temático: Matemáticas y su integración con otras áreas
Modalidad: Comunicación Breve (CB)
Nivel educativo: Primario
Palabras Clave: Matemática, juegos, articulación, propuesta metodológica

Resumen

En este trabajo se muestra una propuesta metodológica entre matemática y educación física que se sustenta en una mirada de escuela interdisciplinar, donde estas áreas del conocimiento se unen para entregar un significado al aprendizaje. Como una manera de equilibrar ambos sectores de aprendizaje, se articulan objetivos y actitudes de las bases curriculares (2012), con el fin de dar cumplimiento al currículo y motivar a los estudiantes. En este sentido, es que se propone la aplicación de una experiencia de aula para el desarrollo de la comprensión del significado de la adición y la sustracción de números naturales a través del juego en actividades para la educación física, lo que generaría un desarrollo cognitivo, motriz, afectivo y social, siendo éstas, habilidades fundamentales para la educación primaria. Por lo que, esta propuesta se fundamenta en Maturana y Trujillo (1998), quienes afirman que la emoción y el afecto están ligados al desarrollo de los procesos cognitivos, es decir, la estimulación de áreas que despierten la atención del alumnado deben potenciarse en aquellas que no lo sean tanto; y que, para esto es necesario generar metodologías innovadoras e interdisciplinares que originen satisfacción y como consecuencia aprendizaje en los estudiantes.

Introducción

La educación que se entrega hoy a los alumnos por subsectores de aprendizajes parcelados no promueve una educación integral, el tipo de metodología utilizada en educación no está siendo efectiva entre los estudiantes ya que las mediciones externas a nivel internacional así lo demuestran.

La motivación que nos lleva a realizar esta propuesta metodológica es el cuestionamiento y la crítica que hacemos al sistema específicamente al sector de aprendizaje de matemática, en donde se detecta mayor desmotivación y fracaso escolar a diferencia del subsector de educación física que es el más amigable y cercano al alumnado. Entonces, como una manera

ISBN 978-84-945722-3-4

de equilibrar ambos sectores de aprendizaje y que la matemática resulte cercana, adquiera sentido y sea mejor internalizada, es que proponemos juegos para realizar operaciones de la estructura aditiva.

Marco Teórico

Estimular el potencial matemático desde experiencias motrices concretas, es el principal objetivo de esta propuesta metodológica, distendiendo los procesos de enseñanza-aprendizaje por medio del juego motor. La matemática escolar genera bases de entendimiento y reconstrucciones, donde lo abstracto encuentra un carácter funcional en las actividades prácticas (Cordero, 2003).

Las Bases Curriculares de Matemáticas de educación básica en Chile (MINEDUC, 2012), expresan que la matemática instruye a los alumnos para resolver problemas y analizar situaciones concretas, sin embargo, el cálculo y las respuestas a problemas propuestos, usando un repertorio específico de técnicas probadas, exige explorar y experimentar, descubriendo patrones, configuraciones, estructuras y dinámicas. Se trata de una disciplina creativa, multifacética en sus aspectos cognitivos, afectivos y sociales. Por esta razón creemos en la necesidad de generar propuestas educativas desde una mirada holística.

Es significativo, mencionar la propuesta de Escribano (2007) quien argumenta que en el contexto escolar el cuerpo es silenciado, pues se exige atender a las explicaciones del maestro, participar en las conversaciones de grupo, ejecutar tareas de lectura, escritura y cálculo etc. El cuerpo parece estar libre en los recreos o en las sesiones de educación física.

La educación física desde enfoques constructivistas, se sitúa en horizontes y disputas de contenidos y metodologías diversas que tratan de responder eficazmente a los problemas del entorno social (Brasó & Torrebadella, 2016) y la matemática se expresa como un conjunto de conocimientos de gran interés formativo y de notable aplicación práctica, es así, que establecemos un enfoque educativo interdisciplinar que se sustente una de la otra disciplina.

Sabemos que la matemática es un área del conocimiento con más tradición y peso en la escuela, pero también puede provocar retraso académico, deserción escolar y exclusión social (Rivas, 2005). Este argumento generó una propuesta interdisciplinar entre educación física y matemáticas (Fortes, 2016) como medio de estimulación para el desarrollo lógico matemático, pues la emoción y el afecto, están ligados al desarrollo de los procesos

ISBN 978-84-945722-3-4

cognitivos (Maturana & Trujillo, 1998), es decir, la estimulación de áreas que despierten la atención del alumnado deben potenciarse en aquellas que no lo sean, generando de esta manera, metodologías innovadoras e interdisciplinares que originen satisfacción y como consecuencia aprendizaje en los estudiantes.

Desarrollo

Dentro de las bases curriculares establecidas por el Mineduc (2012) podemos articular algunos objetivos, contenidos y actitudes en una propuesta medológica que involucra en dos clases distintas actividades en función de matemática y educación física a través del juego que resulte entretenida y amigable.

En el National Council of Teachers of Mathematics (2000), por medio de los Principios y Estándares, se pretende "describir las características particulares de una educación matemática de gran calidad" como también, "describir los contenidos y procesos matemáticos que deberían aprender los estudiantes". En el Estándar Números y Operaciones se menciona que los programas de enseñanza de todas las etapas deberían capacitar a todos los estudiantes para:

-Comprender los significados de las operaciones y como se relacionan unas con otras.

-Comprender distintos significados de la adición y sustracción de números naturales y la relación entre ambas operaciones.

-Comprender los efectos de sumar y restar números naturales.

Las clases se planifican de acuerdo a los objetivos, contenidos, habilidades, actitudes que establecen las bases curriculares.

Tomando en cuenta los estándares y las bases curriculares se elaboró una propuesta metodológica con dos clases, basadas en nuestra experiencia, articulando actividades hacia el subsector de matemática desde las experiencias exitosas del subsector de educación física. Se plantea para tercer año básico o tercero de primaria cuyas edades fluctúan entre 8 a 11 años de edad por las características sociales de los/as alumnas. A continuación, se presentan las dos clases y su evaluación.

1.- Primera clase: La primera clase se desarrolla en estaciones tal como se indica en la siguiente tabla.

ISBN 978-84-945722-3-4

Tabla 1

Curso: **Tercer año básico**	Asignatura: Matemática y Educación Física
Objetivos	Demostrar que comprenden la adición y sustracción de números del 0 al 1000 practicando actividades físicas mediante un juego.
Contenidos	Realizan estrategias de cálculo mediante habilidades motrices y juegos colectivos para entender operaciones de suma y resta.
Actitudes	Manifestar una actitud positiva y demostrar disposición a trabajar en equipo.

Actividades

Inicio: calentamiento de 5 minutos, las/os alumnas/os corren en la cancha y a un estímulo sonoro de cantidad se agrupan de 2, 4, 6, 8 y 10. Es importante que la/el docente considere al inicio de la actividad dividir a su curso en grupos equitativos de acuerdo al número.

Cuando terminen de jugar y estén establecidos cuatro grupos se dirigen a las estaciones ubicadas en cada vértice o esquina de la cancha.

Desarrollo: Los alumnos participan en forma simultánea en distintas estaciones de trabajo de 20 a 25 minutos.

a) Primera estación “El sembrador” en esta actividad el grupo se divide en dos equipos de igual cantidad (Equipo A y equipo B), se establece un espacio delimitado por metros de 4 x4, en donde identifiquen los vértices.

Luego el equipo A tiene 10 minutos para permanecer al interior del cuadrado, y el equipo B fuera del perímetro, el equipo A tiene que defender el cuadrado de los elementos (pelotas, cintas, cajas, botellas) que lanza el equipo B al cuadrado, pueden lanzar fuera del cuadrado los elementos con manos o pies. Luego hay cambio de equipo para la defensa del cuadrado.

Otra variabilidad es que los alumnos traten de atrapar los elementos que se lanzan entre ellos el equipo contrario y los mantengan en su cuadrado.

Cada uno de los elementos tiene un color que representa una cantidad o número asignado, por lo tanto, al término de los diez minutos se contabiliza los elementos que quedan adentro y la cantidad de puntaje de cada uno de ellos. Gana el equipo que tenga menor cantidad de elementos.

ISBN 978-84-945722-3-4

b) Segunda estación “Saltando en el luche” (salto en un pie): Se dibuja un rectángulo en el piso con números establecidos en orden de complejidad unidad de mil, centena, decena y unidad. Antes de comenzar el luche saltando cada integrante saca una tarjeta con una cantidad y a medida que salta va sumando los números a su cantidad asignada

Se juntan dos personas una del equipo A y una del equipo B. La persona que juega al luche va sumando y la otra corrobora si el resultado es correcto, si es correcto es punto para la persona que está saltando, luego cambian de lugar.

Modificaciones al salto con un pie, matemáticamente se puede ir sumando en una dirección y devolverse restando, corporalmente se puede saltar con un pie, devolverse con el otro o avanzar con saltos a pies juntos.

Gana el equipo que tenga más resultados matemáticamente correctos.

c) Tercera estación “Transporte de elementos” esta actividad se realiza en parejas del mismo equipo los cuales transportan los elementos entre dos personas que tienen asociada una cantidad o número.

Espalda con espalda: Los alumnos se juntan por la espalda entrelazando sus brazos colocando el elemento entre sus espaldas y caminan con el elemento sin que este se caiga, tienen que transportar la mayor cantidad de elementos gana el equipo que tenga el mayor puntaje.

Modificaciones al transporte de elementos, las parejas pueden trasladar los elementos en forma frontal afirmando con sus abdómenes, en la posición de la carretilla, o a horcajadas en la espalda del otro.

Cierre: Para llevar a los alumnos a una reflexión, se implementa una actividad con menor rango de intensidad, “la gallinita ciega”. Los /las alumnas se sientan formando un circulo, un representante de cada equipo participa de la actividad, se venda los ojos y sus compañeros de equipo reciben un cartel con letreros numéricos, la gallinita va atrapando dentro de un espacio limitado y los/ las alumnas van realizando las sumas, gana el equipo que haya realizado una mayor cantidad.

Se puede realizar la contabilidad total del equipo dentro de una tabla, pueden realizar gráficos por cada grupo, y luego se presenta al curso

2.-Segunda clase: La segunda clase presenta actividades con una mayor intensidad física tal como lo muestra la tabla 2.

ISBN 978-84-945722-3-4

Tabla 2

Curso: **Tercer año básico**	Asignatura: Matemáticas y educación Física
Objetivos	Demostrar que comprenden la adición y sustracción de números del 0 al 1000 practicando actividades físicas mediante un juego
Contenidos	Realizan estrategias de cálculo mediante habilidades motrices y juegos colectivos para entender operaciones de suma y resta.
Actitudes	Manifestar una actitud positiva y demostrar disposición a trabajar en equipo.

Actividades

Inicio: Se explica en cinco minutos las actividades a realizar, se modelan las actividades y como se contabilizará el puntaje de cada una.

El trencito musical acá todos los jugadores portan un número en su espalda, van todos cogidos de la cintura al avanzando y bailando al ritmo de una música, al detenerse la música se indica que se agrupen de acuerdo a: orden descendente, ascendente, números pares, números impares, compuestos primos, múltiplos. Otra variante es que se agrupen dos o más números que representan los estudiantes y mostrará el símbolo de sustracción o adición (+, -) los elegidos deberán realizar la operación, si resuelve bien la operación el juego continúa y el tren avanza.

Desarrollo: Los alumnos se dividen en dos grupos y participan en el juego "Quitarse las cintas de la cintura" de 20 a 25 minutos.

Todos los estudiantes entran a un campo de juego portando cada uno cintas ubicadas en la "colita" cerca del trasero, se inicia el juego y cada jugador intentará quitar cintas a sus otros compañeros, sumando más cinta o de lo contario las perderán restando sus cintas o también pueden proteger sus 7 cintas. Tienen 5 a 7 minutos para realizar la actividad con descansos, ganan los jugadores que tengan más cintas.

Otra variante del juego es que en una primera etapa sean cintas de un color, luego se combinan con otros colores, pero cada color representa un valor posicional: verde la unidad, azul la decena, rojo la centena y así según se requiera.

Por lo tanto, se puede realizar en distintos niveles también se pueden agrupar por equipos y se contabilizan de un u otro equipo para una mayor amplitud del ámbito numérico.

ISBN 978-84-945722-3-4

Cierre: Para llevar a los alumnos a una reflexión, se implementa una actividad con menor rango de intensidad "Avanzo si se sumar o restar".

Se separan dos equipos de 7 a 10 personas, el objetivo del juego es que los equipos deben invadir al otro, se inicia el juego. Cada integrante sacará de un mazo una simple operación matemática de sustracción o adición, los primeros jugadores corren y se encuentran en el centro del campo de juego se dicen rápidamente la operación matemática, la respuesta correcta avanza al otro equipo, la respuesta incorrecta permanece en su equipo, cada integrante del grupo participa, de la misma manera en la actividad.

Otra modalidad es con las tablas de multiplicar se puede realizar con tarjetas los factores y el producto al reverso de la tarjeta o de manera oral.

Gana el equipo que tenga mayor puntaje y los estudiantes encargados de cálculo pueden ir anotando las puntuaciones de cada equipo.

3.-Evaluación: Para ambas clases se puede evaluar a través de una lista de cotejo en donde se observen indicadores de actitudes, de objetivos o de los procedimientos establecidos. Algunos indicadores de evaluación pueden ser a modo de ejemplo:

-Demostrar una disposición favorable a la realización de las actividades, por medio de la participación y la implicación en éstas.

-Conocer y comparar números naturales, aplicando su significado a la práctica, en las actividades.

-Ordenar números naturales de manera creciente o decreciente, con un sentido práctico.

-Ejecutar diferentes habilidades motrices como la carrera, el salto, los lanzamientos y recepciones de objetos móviles.

-Realizar operaciones de suma y resta de números naturales con uno o dos dígitos, analizando el sentido práctico de la operación.

-Apreciar la práctica regular de actividades o juegos como fuente de bienestar, recreación y crecimiento en lo personal y social.

-Promover la participación de todos/todas en las actividades, valorando la diversidad de las personas, sin discriminar por características personales, fomentando el respeto y la tolerancia.

Conclusión

ISBN 978-84-945722-3-4

Se considera que el eje de números y operaciones es uno de los objetivos que se puede trabajar de una manera concreta porque se encuentra presente en la vida cotidiana, es útil porque se aplica realmente en todas las actividades humanas, por lo tanto, es indispensable que la base quede bien afianzada en este nivel.

Esta es una propuesta de referencia para todos aquellos docentes que deseen estimular la aplicación del cálculo matemático desde una estrategia diferente. Con ello esperamos contribuir a que un número menor de estudiantes tenga aversión al mundo de las matemáticas.

Bibliografía

Brasó, J., & Torrebadella, X. (2016). Investigación-acción y método de proyectos en educación física: organización de un torneo de marro. *Estudios pedagogicos ,XLII(2), 21-37*.

Cordero, F. (2003). Lo social en el conocimiento matemático: reconstrucción de argumentos y significados . *Centro de investigación y estudios avanzados del IPN* , 73-78.

Escribano, M. (2007). Un proyecto para una escuela con cuerpo y en movimiento. *Ágora para la EF y el deporte* , 91-110.

Fortes, A. (2016). Educación física y matemáticas, aprender jugando; Propuesta de innovación globalizada. *Publicaciones didácticas* , 141-181.

Maturana, H., & Trujillo, J. (1998). *Trabajo en equipo, una propuesta para los procesos de enseñanza.* IV Congreso RIBIE, Brasilia.

Ministerio de Educación (2012) Bases Curriculares. Unidad de Currículum y Evaluación. Santiago de Chile; Autor.

MINEDUC. (2012). *Bases Curriculares de educación matemática.* Santiago: MINEDUC.

National Council of the Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: The Council.

Rivas, P. (2005). La educación matemática como factor de deserción escolar y exclusión social. *Educere, artículos arbitrados, 9(29),165-170*

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-380

DIMENSIÓN FRACTAL EN EL AULA CON OBRAS DEL MUSEO THYSSEN-BORNEMISZA

Joaquín Comas Roqueta - Ana Pérez-Nieto Mercader
jcmages@gmail.com - anapereznieto@hotmail.com
IES Mar Menor - IES Sierra Minera; España

Núcleo temático: Matemáticas y su integración con otras áreas
Modalidad: CB
Nivel educativo: Medio o Secundario, Terciario o Bachillerato
Palabras clave: dimensión fractal, cuadro, investigación, interdisciplinaridad

Resumen

A través de distintas actividades, hemos comprobado que los fractales son siempre una potente herramienta de motivación en el aula. Mostramos una novedosa investigación realizada con alumnos de 2º de ESO en la que se relaciona el concepto de dimensión fractal con las líneas presentes en un cuadro, en este caso en obras seleccionadas del Museo Thyssen-Bornemisza. Tras una presentación de los conceptos de fractal y de dimensión fractal, se muestra una propuesta de trabajo en la que cada alumno selecciona una obra y realiza los pasos diseñados para estimar la dimensión fractal de la obra. Presentamos el método de trabajo y los resultados obtenidos con la finalidad de comparar la "cantidad de líneas" en las obras estudiadas.

Introducción

Son numerosas las actividades que los autores de esta comunicación han realizado relacionando la Educación Plástica y las Matemáticas durante sus años de docencia. No es una labor complicada teniendo en cuenta la experiencia adquirida colaborando con otros compañeros en la elaboración y desarrollo de varias Semanas Matemáticas, en las que se trabajan las matemáticas desde todas las áreas. Cada uno en su aula, la búsqueda de nuevas experiencias educativas y metodologías ha sido una constante. Este trabajo es el resultado de dos de estas experiencias diseñadas para los alumnos.

Los fractales han sido un elemento de motivación para el autor y sus alumnos. Sobre ellos se realizó la VIII Semana Matemática, y una investigación junto con la profesora Mª Jesús Herrera sobre la dimensión fractal de las localidades donde residen nuestros alumnos.

Por otra parte, en el aula de Plástica, la autora colabora con la comunidad Musaraña, gestionada por Educathyssen (Departamento de Educación del Museo Thyssen-Bornemisza). Diariamente utiliza las obras del museo para crear experiencias con las que los alumnos aprenden contenidos de esta área.

ISBN 978-84-945722-3-4

"*Marrón y Plata I*", obra de Jackson Pollock (1951. Museo Thyssen Madrid) es el punto de partida de esta experiencia ya que está directamente relacionada con los fractales. Los alumnos participaron en una actividad previa con esta obra como protagonista, "Reinterpretando a Pollock". En ella pudieron experimentar con nuevas técnicas pictóricas como el dripping (utilizada por Pollock en esta obra) y nuevos conceptos matemáticos, todo esto mediante el juego.

Objetivo de la experiencia

Teniendo en cuenta el interés mostrado por los alumnos hacia el tema, mostramos una novedosa investigación realizada con alumnos de 2º de ESO. Son dos los objetivos principales de la investigación: poder calcular la rugosidad de las líneas presentes en un cuadro (consideramos dichas líneas como un fractal aleatorio o estadístico), aplicando técnicas de geometría fractal, en particular estimaciones de la dimensión fractal de las líneas presentes en un cuadro. Y dar a conocer el comportamiento y utilidad de los fractales, mediante un trabajo de investigación, ayudando a reforzar la presencia de las matemáticas y el arte en nuestra sociedad, entendiéndolos, respetándolos y valorándolos

Conceptos previos necesarios

Antes de poder realizar la investigación, los alumnos debían familiarizarse con varios conceptos matemáticos y plásticos.

Por un lado tratamos de dar a conocer a nuestros alumnos los conceptos de fractal y de dimensión fractal; para ello apoyamos nuestras explicaciones con varios vídeos y páginas web.

Por otro lado, para la obtención de las líneas debíamos clarificar lo que se considera línea en el cuadro. Fue necesario presentar diversos ejemplos para que los alumnos entendiesen lo que se podía o no considerar línea.

Investigación paso a paso

Se seleccionaron veintiséis obras de veintitrés autores. Todas las obras pertenecen a la colección expuesta en el Museo Thyssen Bornemisza de Madrid, más concretamente obras contemporáneas pertenecientes al cubismo, surrealismo, abstracción…

Las obras seleccionadas para este trabajo están cercanas a este último movimiento artístico por dos motivos. El primero de ellos es que en estas obras, es donde se pueden identificar mejor los elementos del lenguaje visual, y con ello la línea en sus distintas aplicaciones. El otro motivo por el cual hemos elegido estas obras es meramente motivacional. Los alumnos se encuentran más cómodos trabajando con obras más "cercanas".

ISBN 978-84-945722-3-4

Comenzamos el trabajo directo con los alumnos explicándoles durante una sesión los conceptos matemáticos y plásticos básicos para entender el trabajo.

En la segunda sesión se les invitó a “apadrinar” una de las obras seleccionadas del Museo Thyssen-Bornemisza, con el objetivo de conocer al autor, la obra y obtener su dimensión fractal. Cada alumno escogió una obra y se mostraron varios ejemplos para tener un mismo criterio de lo que se puede o no considerar línea.


Figuras 1 y 2: alumnos y profesores marcando las líneas de las obras

Durante las tres siguientes sesiones cada alumno fue calcando las líneas de la obra apadrinada sobre una hoja de papel vegetal. En este tipo de análisis se encuentran problemas usuales de definición para determinar lo que es o no es línea. Para ello es necesario aplicar ciertos conceptos plásticos. Y es que cada artista utiliza los elementos visuales según sus necesidades a la hora de plasmar su realidad. Es por tanto de entender la complicación a la hora de diferenciar la línea en las distintas obras. Así, el punto más delicado fue tener un criterio unificado en esta fase de la investigación, pues como hemos explicado anteriormente el uso del lenguaje visual cambia en cada obra. Para ello determinamos que ante cualquier duda se seguiría el criterio de la profesora de Plástica.


Figuras 3 y 4: explicación e indicaciones de la profesora de Plástica

Conviene recordar que los elementos conceptuales no son visibles. No existen de hecho, sino que parecen estar presentes. Cuando se materializan, se hacen visibles en forma de elementos visuales: forma, medida, color y textura. Cada artista utiliza los elementos según sus

ISBN 978-84-945722-3-4

necesidades a la hora de plasmar su realidad. Crean su propio lenguaje, común en algunos casos al de otros artistas de la misma época, surgiendo así (entre otras causas) los distintos movimientos artísticos, de la misma manera en que surgen los distintos idiomas que utilizan el mismo alfabeto. Por todo esto es de entender la complicación a la hora de diferenciar la línea en las distintas obras.

Primero hay que conocer a cada artista en la época correspondiente a la obra a estudiar, e identificar cual es su lenguaje y como lo utiliza. Teniendo siempre en cuenta que un artista puede atravesar distintas etapas creativas, con lo que podemos encontrarnos obras del mismo autor con distintos "idiomas".

Por todo esto los alumnos, en su recorrido por el estudio de los fractales aprenden sobre arte, el lenguaje visual y los procesos y métodos de creación artística.

Posteriormente se escanearon las láminas de papel vegetal con las líneas de cada obra pasando la imagen a formato TIFF o BMP. A continuación, procedimos a calcular computacionalmente una estimación de la dimensión fractal de la curva obtenida para cada obra mediante el método de Conteo de Cajas (Box Counting), utilizando para ello el programa Fractalyse desarrollado por el Research centre Théna (CNRS-Université de Franche-Comté) y que se puede descargar gratuitamente desde su página.

Cabe observar que para poder comparar la rugosidad debemos fijarnos en las centésimas y milésimas de los valores numéricos de las dimensiones fractales.

Con los datos obtenidos podemos afirmar que hay una correlación entre dimensión fractal de cada obra y la cantidad de líneas presentes. Entre las obras estudiadas, "*Marrón y Plata I*" de Jackson Pollock es la que tiene una mayor dimensión fractal (1'700) seguida de la obra "*Apuro*" de Francis Picabia (1'597), mientras que "*Composición de ocho lados*", de Kurt Schwitters tiene la menor (1'279).

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

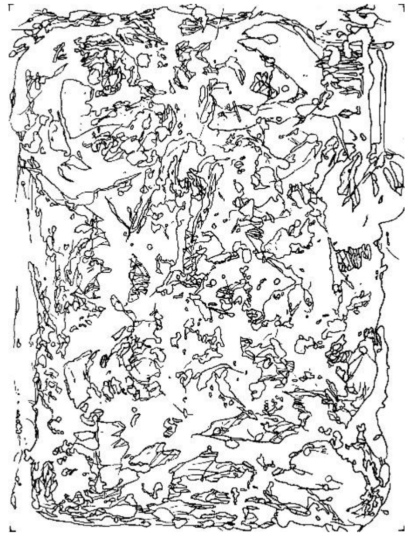
 

Figura 5: *Marrón y Plata I*, de Jackson Pollock y Figura 6: Líneas presentes en la obra

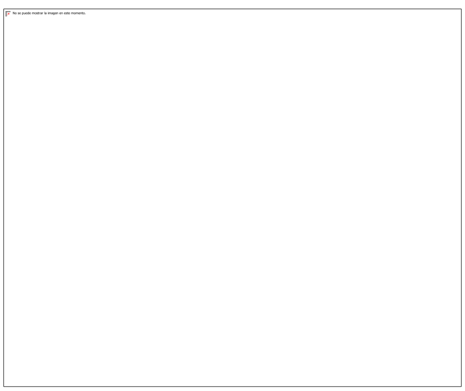
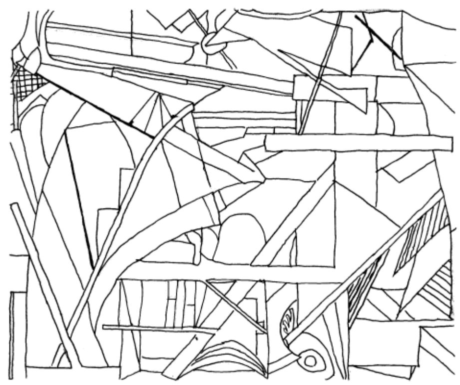
 

Figura 7: *Apuro*, de Francis Picabia y Figura 8: Líneas presentes en la obra

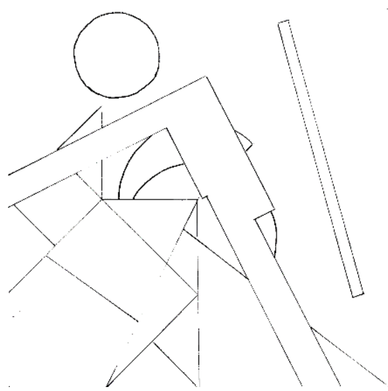
 

Figura 9: *Composición de ocho lados*, de Kurt Schwitters y Figura 10: Líneas presentes en la obra

ISBN 978-84-945722-3-4

Conclusiones

Nuestro principal objetivo ha sido dar a conocer el comportamiento y utilidad de los fractales, mediante un trabajo de investigación, ayudando a reforzar la presencia de las matemáticas y el arte en nuestra sociedad, entendiéndolos, respetándolos y valorándolos.

Consideramos, que la estimación de la dimensión fractal de una obra de arte puede ser una buena actividad motivadora para sumergir a los alumnos en los fascinantes mundos del arte y los fractales, así como para comprobar las múltiples aplicaciones de estos últimos. Los alumnos descubren que las distintas disciplinas no están aisladas, sino que están conectadas y que la aparición de estas en el tiempo coinciden y no de forma casual.

La experiencia y los resultados así lo corroboran y esperamos que otros alumnos puedan comprobar su potencial para realizar investigaciones en matemáticas.

Referencias bibliográficas

Alix, J. y Sawin, M. (2000) *Surrealistas en el exilio y los inicios de la Escuela de Nueva York*, catálogo de la exposición. MNCARS. Madrid.

Arnheim, R. (2005) *Arte y percepción visual: psicología del ojo creador*. Alianza Editorial.

Comas, J. y Herrera, M. J. (2010). Cálculo de la dimensión fractal del contorno de una ciudad como trabajo de investigación en secundaria. Suma, 65, 23-32.

Comas, J. y Pérez-Nieto, A.M. (2017). Trabajando la dimensión fractal en el aula con obras del museo Thyssen-Bornemisza. Suma, 84, (en maquetación).

Mandelbrot, B. B. (1977). *La Geometría Fractal de la Naturaleza*. Traducción Josp Llosa. Tusquets Editores. Barcelona.

Martín, M. A., Morán, M., Reyes, M. (1995). *Iniciación al caos.* Editorial Síntesis. Colección Educación Matemática en Secundaria.

Mayer, R. (1993) *Materiales y técnicas del arte*. Tursen-Hermann Blume.

O´Hara, F. (1959) *Jackson Pollock.* Braziller. Nueva York.

Sandler, I. (1996) *El triunfo de la pintura norteamericana. Historia del expresionismo abstracto.* Alianza Forma. Madrid.

De Mates…¿Ná? (2000). Página web realizada por los alumnos de las asignaturas de Matemáticas del IES Sierra Minera (La Unión, Murcia, España), con investigaciones y

ISBN 978-84-945722-3-4

curiosidades matemáticas. http://dematesna-macroideas.rhcloud.com/ Consultado 09/04/2017

Obras del Museo Thyssen-Bornemisza. http://www.museothyssen.org/thyssen/home Consultado 09/04/2017

Programa Fractalyse. http://www.fractalyse.org/ Consultado 09/04/2017

ISBN 978-84-945722-3-4

JOGOS COOPERATIVOS: UMA EXPERIÊNCIA LÚDICA DE CONVIVER JUNTO NA EDUCAÇÃO INFANTIL

Ana Brauna Souza Barroso – Antônio Villar Marques de Sá
anabraunab@yahoo.com.br – villar@unb.br
Secretaria de Educação do Distrito Federal / Universidade de Brasília, Brasil

Núcleo temático: recursos para o ensino e aprendizagem das matemáticas
Modalidade: CB
Nível educativo: inicial
Palavras-chave: Jogos cooperativos. Ludicidade. Aprendizagem lúdica. Educação Infantil.

Resumo

O presente trabalho tem a finalidade de analisar os comportamentos manifestados nas relações entre os educandos da educação infantil a partir da aplicação de jogos cooperativos, no contexto de uma escola pública do Brasil. Para isso, foi necessário esclarecer o significado desses jogos e explicar que os processos de aprendizagens matemáticas podem ser mais prazerosos com uma abordagem lúdica. A metodologia adotada foi de cunho qualitativo, fundamentando-se nos princípios da pesquisa-ação e foram utilizadas observações participantes, rodas de conversas guiadas por grupo focal e jogos cooperativos como fonte de dados para essa pesquisa. Os resultados evidenciaram que a maioria dos sujeitos demonstrou satisfação em participar dos jogos e vivenciou relações sociais significativas, como a amizade, cooperação e competição. Nesses processos de interação, foi perceptível também a presença de conflitos e desentendimentos que atrapalhavam o andamento de certos momentos lúdicos e que provocaram sensações e sentimentos de tristeza entre os envolvidos. Apesar das dificuldades, foram identificadas possibilidades nessa ação educativa lúdica para a integração entre as crianças e para a promoção de novas experiências e aprendizagens afetivas, sociais, cognitivas e metacognitivas, colaborando para uma adequada formação pessoal e social do ser humano.

Introdução

A educação tem o papel de propiciar o desenvolvimento integral do ser humano em todos os aspectos: cognitivo, afetivo, psicomotor, social, éticos e estéticos. Contudo, a escola, muitas vezes sem perceber, está se preocupando muito mais com o ensino do que com a educação. Assim, os aspectos sociais e o trabalho de valores são deixados de lado em favor dos conteúdos escolares. Isso é reflexo da própria visão atual de sociedade, que tem como propósito o individualismo, a riqueza material, o acúmulo de informações e uma maior produtividade.

Os jogos cooperativos, ao estimularem outro tipo de relação entre as pessoas baseado na capacidade de cooperar, podem vir a ser uma valiosa ferramenta na formação do ser humano. Em vez de o indivíduo estar todo tempo competindo com os seus semelhantes, ele poderá

ISBN 978-84-945722-3-4

desenvolver uma nova forma de interagir com o outro. Isso implica, necessariamente, pesquisar, conhecer, aplicar e introduzir esses jogos dentro de sala de aula, trazendo-os para o cotidiano da prática pedagógica e fazendo-os presentes nas reflexões, nas atitudes e nos métodos educacionais.

De acordo com Barreto (2000) e Brotto (1999), os jogos cooperativos são jogos em que todos trabalham em conjunto, conseguindo alcançar objetivos, e ganham juntos também. Além disso, representam uma oportunidade para que processos de aprendizagens matemáticas possam ser realizados com significado uma vez que, segundo Kishimoto (2011), utilizar jogos favorece a exploração e construção de conhecimentos pela motivação interna do aspecto lúdico, contudo exigindo do trabalho pedagógico uma oferta de estímulos externos bem como a sistematização de conteúdos em outras situações.

Diante dos fatos mencionados, esse artigo traz um recorte de uma pesquisa de mestrado intitulada "Jogos cooperativos na educação infantil e suas implicações para o espaço da sala de aula" e tem como objetivo investigar os comportamentos manifestados nas relações entre as crianças durante o desenvolvimento dos jogos cooperativos (BARROSO, 2016).

O jogar na educação

Para conhecer os jogos cooperativos, é importante que se entenda anteriormente a questão do jogo e a sua ação que é o jogar. Assim, Huizinga (2014) mencionou que o jogo representa um elemento da cultura e é "[...] uma atividade voluntária, exercida dentro de certos limites de tempo e espaço, segundo regras livremente consentidas, mas absolutamente obrigatórias, dotado de um fim em si mesmo [...]". Percebe-se que o jogar é um fenômeno cultural com diversos significados que variam de acordo com o tempo e com a cultura. Além disso, possui algumas características consideradas importantes que, conforme Huizinga (2014), se referem à questão do caráter não sério da ação, do prazer pelo jogador, da liberdade do jogo, da existência de regras, da limitação no tempo e no espaço, do caráter fictício ou representativo, da separação dos fenômenos do cotidiano. Para esse autor, o aspecto da não seriedade não significa que o jogar deixa de ser sério, porque, quando a criança joga, ela o realiza de forma concentrada. Essa questão está relacionada ao aspecto do riso e do cômico que está em oposição ao aspecto do trabalho considerado algo sério. Além disso, há a questão das regras que podem ser tanto explícitas quanto implícitas, dando uma condução para a atividade. Por fim, segundo Huizinga (2014), o fenômeno de separação do cotidiano representa a parte do mundo imaginário em que a criança se distancia da vida real quando participa do ato de jogar.

As características mencionadas do jogo, como a liberdade, a existência de tempo e espaço e a questão das regras, são elementos defendidos também por Caillois (1990) que ainda acrescentou mais dois aspectos para o jogo que se referem à incerteza acerca dos procedimentos e resultados, como também ao aspecto da improdutividade. O que importa é o processo e não a aquisição de conhecimentos, pois no jogar a criança não está preocupada

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

em adquirir alguma coisa ou desenvolver alguma habilidade. Todavia, esta comunicação considera que o ato de jogar é algo produtivo, que vai enriquecer o participante em vários níveis. Enfim, todas essas características favorecem o conhecimento dos fenômenos que ocorrem no jogo e evidenciam que essa atividade é relevante na formação do ser humano em sua cultura.

No jogar, as crianças compreendem regras, vivenciam situações que se repetem, assimilam conhecimentos sobre si e sobre os outros. Dentro de um jogo, há infinitas possibilidades de se resolver um problema, permitindo que os participantes formulem e reformulem hipóteses. Nessa prática, eles se tornam mais livres.

Ainda por cima, jogando com os outros, os seres humanos reforçam a convivência e aprimoram as relações interpessoais. De acordo com Brougère (1998), uma das motivações dessa ação de jogar é estar junto com o outro, interagir, fazer parte de, sendo o jogo um caminho para a interação, desempenhando uma função social explícita. Além disso, o jogo pode ser educativo se bem explorado, sendo um gerador de experiências com esses fins. Confirmando essas ideias, Moura (2011, p. 89) afirmou que o jogo é importante aliado para o ensino da matemática ao ser utilizado nas práticas escolares, por ser um promotor da aprendizagem e do desenvolvimento, uma vez que "colocar o aluno diante de situações de jogo pode ser uma boa estratégia para aproximá-lo dos conteúdos culturais a serem veiculados na escola, além de poder estar promovendo o desenvolvimento de novas estruturas cognitivas".

E como a educação infantil é um espaço onde os jogos estão presentes no seu dia a dia e é a fase mais importante da infância, porque a criança está aprendendo a viver, é uma etapa ideal para se utilizar o recurso do jogo como ferramenta de trabalho pedagógico, se tiver o estímulo correto.

Os significados e as características dos jogos cooperativos

Após a explanação sobre o jogo e sua relevância para a educação, o que vêm a ser os jogos cooperativos? Segundo Orlick (1989), os jogos cooperativos são jogos em que os participantes cooperam entre si e todos ganham. Para alcançar esse objetivo, as pessoas precisam jogar umas com as outras e não contra as outras para superar um desafio. Nessa superação, a participação efetiva de todos torna-se muito importante. Dessa forma, é fácil identificar que esses jogos se caracterizam por apresentar metas coletivas em vez de metas individuais. Em consequência dessa proposta, a diversão e a união entre as pessoas passam a ser a finalidade principal do jogo em vez do ganhar ou perder.

Essa finalidade dos jogos cooperativos pode ser confirmada pelas ideias de Almeida (2011, p. 37), ao dizer que eles representam uma atividade "[...] em que as regras não são o mais importante, o que importa de fato é o relacionamento, a criação coletiva e a integração entre os membros do jogo. As regras existem para ajudar o processo e não para provocar conflitos ou atitudes competitivas". Todavia, é possível que ocorra embates e até conflitos entre os participantes em razão dos processos a serem desencadeados por esse exercício cooperativo.

Essas características indicam que a experiência cooperativa é um processo de interação e de socialização no qual o objetivo torna-se comum para se ultrapassar um obstáculo ou um desafio, o compartilhamento de tarefas passa a ser exercido e os benefícios são distribuídos a todos os sujeitos. Entretanto, nos dias de hoje, a maioria ainda não está acostumada com essa atividade cooperativa, sendo desafiadora, conflituosa, confusa e até desinteressante. Logo, "não podemos esperar que os jogos cooperativos sejam incorporados e aceitos de

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

pronto ou de imediato” (CORREIA, 2006, p. 155). Contudo, não há a necessidade de preocupação, porque a cooperação pode ser exercitada por diversas formas e em diferentes graus conforme Orlick (1989), propôs em sua divisão de jogos cooperativos em categorias: jogos cooperativos sem perdedores, jogos de resultado coletivo, jogos de inversão e jogos semicooperativos.

Metodologia

Para esse estudo, de abordagem qualitativa, fundamentou-se na perspectiva da pesquisa-ação que é “realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo” (THIOLLENT, 2011, p. 20).

Essa investigação foi desenvolvida em uma escola pública do Distrito Federal, no Brasil. Teve como participantes a professora e uma turma de 14 crianças da educação infantil, na faixa etária de cinco anos que foram escolhidas devido à aceitação da profissional e dos educandos em participar da experiência com os jogos cooperativos.

A observação participante foi adotada como instrumento metodológico para conhecer e entender o ambiente onde estavam inseridos, ocorrendo ao longo de duas semanas. Além do mais, essa observação se fez pertinente durante todo o desenvolvimento dos jogos cooperativos a fim de compreender as relações estabelecidas entre os jogadores nessas vivências cooperativas.

Os momentos lúdicos se concretizaram em dez encontros que tiveram duração média de 25 a 45 minutos por encontro, sendo aplicados dois por semana. Os dez jogos cooperativos selecionados são nomeados da seguinte forma: achados e perdidos, dado bola, jogos de criação de estórias, eco-nome, famílias, duas pessoas e uma bexiga, cada macaco no seu galho, “Hoot Owl Hoot”, “Max” e “Princess”. Esses recursos se basearam no livro” Manual dos Jogos Cooperativos” do autor Jim Deacove (2004) e “Jogos cooperativos na Educação Infantil” do autor Reinaldo Soler (2006). Além disso, utilizaram-se três jogos cooperativos de tabuleiro das marcas Family Pastimes e da Peaceable Kingdom que não estão disponíveis no mercado brasileiro.

A roda de conversa foi utilizada para evidenciar as percepções das crianças sobre os momentos vividos no desenvolvimento dos jogos cooperativos. Essa conversa se baseou na técnica de grupo focal que, de acordo com Morgan (1997), é um procedimento de coleta de dados por meio das interações grupais em que se discute um tema sugerido pelo pesquisador. Assim, era usada a cada aplicação de jogo com todos os participantes presentes, a fim de que relatassem suas impressões e sentimentos a partir dessa prática lúdica, fazendo uma avaliação dos momentos (O que acharam? Gostaram ou não? etc.).

Análise e interpretação dos resultados

Para fazer a análise dos dados obtidos, evidenciou-se a necessidade de fazer uma adaptação da proposta da Análise de Conteúdo de Bardin (2011, p. 44) que tem a finalidade de estabelecer inferências de conhecimentos relacionados às condições de produção e de recepção de mensagens.

Os educandos destacaram em suas respostas as seguintes ideias sobre os jogos cooperativos: os jogos foram muito interessantes porque tinham amigos para brincar.

ISBN 978-84-945722-3-4

Assim, percebe-se que os amigos eram importantes nos momentos lúdicos, uma vez que os alunos sabiam que podiam contar com essas pessoas para as suas participações no ato de jogar e, consequentemente, eles oportunizaram instantes agradáveis durante os jogos. Essas ideias podem ser corroboradas com os estudos de Winnicott (2013), ao destacar que a brincadeira permite que as relações emocionais sejam organizadas e, dessa forma, possibilita que os contatos sociais sejam desenvolvidos. Assim, os educandos iniciam seus círculos de amizades e reforçam esses laços por meio do ato de brincar e de jogar onde há trocas de afetos e de sentimentos entre si.

As crianças relataram também que o jogo cooperativo se mostrou divertido e empolgante porque proporcionou que todos estivessem presentes naquele momento lúdico, representando uma possibilidade de estar em contato com colegas, vivenciando situações de trocas e descobertas no processo de socialização entre elas.

Percebe-se que estar com o outro é um fator determinante para que o jogo faça sentido e um grande incentivo para a sua realização, uma vez que o ser humano é um ser essencialmente social, precisando do outro para se sentir pertencente a um grupo. Isso vai ao encontro dos pressupostos de Brougère (1998), que também foram citados nos estudos de Muniz (2016) ao evidenciar que a grande motivação do jogo consiste em relacionar-se e "estar com", sendo que essa atividade lúdica favorece a interação e a aprendizagem conforme as estruturas ofertadas.

Pelos relatos verbais, as crianças mencionaram ainda que o jogo cooperativo se tornou algo divertido e fácil de jogar, porque todos estavam ajudando no jogo. E estar todo mundo colaborando e cooperando nessa ação significa que o jogo pode ser realizado e vivenciado de forma agradável, visto que todos estão fazendo parte de um mesmo grupo que trabalha em conjunto para a concretização de uma ação.

Foi possível evidenciar pelas ações e pelas falas dos pesquisados, que a competição também se mostrou presente nos momentos dos jogos cooperativos ao considerarem que só um jogador ganhou e os outros colegas perderam em razão de conhecerem que há poucos vencedores ou só um ganhou no final.

Observou-se ainda desentendimentos, atitudes individualistas e ações de atrapalhar o colega com verbalizações negativas como, por exemplo, "vai perder" ou "perde, perde" ao longo da prática dos jogos cooperativos. Assim, alguns jogadores mostraram-se tristes e insatisfeitos em determinados jogos e acabaram fazendo uma associação dessas experiências negativas com o fato do jogo ter sido chato.

Diante do exposto, fica claro que a relação social de competição fez parte de momentos dos jogos cooperativos, visto que cooperar é mais difícil que competir e, principalmente, para o grupo pesquisado, essa ação não fazia parte do cotidiano deles. Entretanto, ela não é impossível de ser exercitada e requer prática, pois segundo Brown (1994), já se sabe competir, sendo necessária a vivência cooperativa como uma forma de se enfrentar as situações e buscar soluções juntos.

Portanto, os jogos requerem alguns cuidados para o educador, incluindo que esse também se faça presente em alguns momentos do jogar, envolvendo-se junto com o grupo, o que possibilitará à atividade lúdica ser atraente, bem orientada e favorável ao desenvolvimento infantil, conforme novas investigações apontaram (SÁ; NOGUEIRA; JESUS, 2017).

Considerações finais

Em virtude dos fatos mencionados, conclui-se que a maioria das crianças gostaram de ter participado da vivência dos jogos cooperativos. No que se refere às relações estabelecidas,

ISBN 978-84-945722-3-4

percebeu-se que houve a construção de vínculos entre os envolvidos, em que se estabeleciam parcerias nos momentos dos jogos. Os processos de interação social foram intensificados nas vivências lúdicas cooperativas em que se exercitavam a participação mútua, o incentivo positivo, a comunicação, a argumentação, a confiança no outro, a cooperação e a aprendizagem de regras.

As informações produzidas e analisadas também apontaram a relação de fluir nos jogos em que as crianças jogavam sem a preocupação de serem excluídas e sem ênfase demasiada de quem seria a vencedora no final, favorecendo um bom relacionamento e maior integração entre elas.

Enfim, pode-se dizer que os jogos, e, em especial, os jogos cooperativos, são também relevantes para se trabalhar com as crianças, podendo exercer uma função pedagógica no espaço escolar. Logo, esses jogos puderam desenvolver habilidades intelectuais (imaginar, perguntar, decidir e adivinhar) como também solucionar situações problemas importantes para a construção do conhecimento matemático. Além disso, estimularam as habilidades interpessoais, linguísticas, motoras e o desenvolvimento da autonomia.

Referências

Almeida, M. T. P. de. (2011). *Jogos cooperativos: aprendizagens, métodos e práticas*. Várzea Paulista, SP: Fontoura.

Bardin, L. (2011). *Análise de conteúdo* (2a ed.). São Paulo: Edições 70.

Barreto, A. V. D. B. (2000). *Jogos cooperativos*: *metodologia do trabalho popular*. [s.l: s.n]. www.paulofreire.org/forum_resumo.htm./ Consultado 01/09/2016.

Barroso, A. B. S. (2016). *Jogos cooperativos na educação infantil e suas implicações para o espaço da sala de aula*. 179 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de Brasília. http://repositorio.unb.br/handle/10482/20028 Consultado 24/04/2017.

Brotto, F. O. (1999). *Jogos cooperativos*: *o jogo e o esporte como um exercício de convivência.* 209 f. Dissertação (Mestrado em Educação Física) - Universidade Estadual de Campinas. www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?down=vtls000202203. Consultado 10/04/2016.

Brougère, G. (1998). *Jogo e educação* (P. C. Ramos, Trad.). Porto Alegre: Artes Médicas. (Obra original publicada em 1988).

Brown, G. (1994). *Jogos cooperativos: teoria e prática* (4a ed.). (R. J. Brender, Trad.). São Leopoldo, RS: Sindonal. (Obra original publicada em 1987).

Caillois, R. (1990). *Os jogos e os homens: a máscara e a vertigem*. Lisboa: Cotovia.

Correia, M. M. (2006). Jogos cooperativos: perspectivas, possibilidades e desafios na Educação Física escolar. *Revista Brasileira de Ciências e Esporte*, *27*(2), 149-164. http:// *revista.cbce.org.br/index.php/RBCE/article/view/99.* Consultado 05/01/2017.

Deacove, J. (2004). *Manual de jogos cooperativos* (2a ed.). (A. F. Freire, Trad.). Santos: Projeto Cooperação. (Obra original publicada em 1974).

ISBN 978-84-945722-3-4

Huizinga, J. (2014). *Homo Ludens: o jogo como elemento da cultura* (8a ed.). (J. P. Monteiro, Trad.). São Paulo: Perspectiva. (Obra original publicada em 1938).

Kishimoto, T. M. (2011). O jogo e a educação infantil (14a ed.). In: ______. (Org.) *Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação*. Capítulo 1, pp. 15-48. São Paulo: Cortez.

Morgan, D. (1997). Focus group as qualitatives research. *Qualitatives Research Methods Series*, *16*(4), 32-46, http://studysites.uk.sagepub.com/gray3e/study/chapter18/Book%20chapters/Planning_and_designing_focus_groups.pdf. Consultado 28/03/2017.

Moura, M. O. de. (2011). A séria busca no jogo: do lúdico na matemática. In: T. M. Kishimoto, T. M. (Org.). *Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação* (14a. ed.), Capítulo 4, pp. 81-97. São Paulo: Cortez.

Muniz, C. A. (2016). Educação lúdica da matemática, educação matemática lúdica. In: A. J. D. Silva e H. S. Teixeira (Orgs.), *Ludicidade, formação de professores e Educação matemática em diálogo*, Capítulo 1, pp. 17-45. Curitiba: Appris.

Orlick, T. (1989). *Vencendo a competição* (F. J. G. Martins, Trad.). São Paulo: Círculo do Livro. (Obra original publicada em 1978).

Sá, A. V. M. de; Nogueira, C. A.; Jesus, B. G. de. (2017). *Anais do II Encontro de Aprendizagem Lúdica*. Brasília: Universidade de Brasília. http://repositorio.unb.br/handle/10482/23065 Consultado 24/04/2017.

Soler, R. (2006). *Jogos cooperativos para educação infantil*. Rio de Janeiro: Sprint.

Thiollent, M. (2011). *Metodologia da pesquisa-ação* (18a ed.). São Paulo: Cortez.

Winnicott, D. W. (2013). Por que as crianças brincam. In: ______. *A criança e seu mundo* (6a ed.). (A. Cabral, Trad.). Capítulo 22, pp. 161-165. Rio de Janeiro: LTC. (Obra original publicada em 1964).

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-388

DISEÑO Y DESARROLLO DE UN CLUB DE MATEMÁTICAS

Joaquín Comas Roqueta - Antonio Jurado Martínez - Alicia Martínez Henarejos - Ana Pérez-Nieto Mercader - Isabel Salas Vizcaíno
jcmages@gmail.com - ant_jurado@hotmail.com - matematicas.alicia@yahoo.es - anapereznieto@hotmail.com - isv70@hotmail.com
IES Mar Menor - IES Sierra Minera - IES Dos Mares- IES Sierra Minera- IES Sierra Minera; España

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas
Modalidad: CB
Nivel educativo: Medio o Secundario
Palabras clave: Club, lúdico, investigación, interdisciplinaridad

Resumen
Con esta comunicación queremos mostrar la experiencia de diseñar y llevar a cabo un Club de Matemáticas en nuestros centros durante un recreo semanal con la participación voluntaria de los alumnos a lo largo del curso. En el Club pretendemos resaltar el carácter lúdico e integrador de las matemáticas en un entorno distendido, tratando de redescubrir las matemáticas al realizar investigaciones y actividades atractivas para los alumnos. El hecho de compartir nuestras vivencias matemáticas puede ayudarnos a motivarlos y que compartan sus experiencias matemáticas con otras personas. La experiencia es plenamente satisfactoria para todos nosotros (alumnos y profesores implicados). Presentamos la estructura del Club y la experiencia de su realización.

¿CÓMO SURGE LA IDEA?

Desde hace varios años los autores hemos venido realizando numerosas actividades relacionadas con las matemáticas dentro de un amplio proyecto denominado Semana Matemática. Este proyecto surgió en el año 2000, año que fue declarado por la UNESCO «Año mundial de las matemáticas» y nos ha permitido conocer y desarrollar numerosas experiencias que nos han ayudado a dinamizar nuestras clases.

En el día a día de nuestras clases no siempre disponemos del tiempo suficiente para compartir aquellas vivencias matemáticas que creemos que pueden ayudarnos a dinamizar las clases para que nuestros alumnos estén más motivados y compartan sus experiencias con otros compañeros.

Esta falta de tiempo material nos puede llegar a ocasionar cierto desasosiego al ver pasar el curso sin que se puedan realizar algunas actividades que podrían ser altamente motivadoras para los alumnos.

ISBN 978-84-945722-3-4

Es por ello que durante el curso 2015-2016 decidimos en el Departamento de Matemáticas del IES Sierra Minera (La Unión, Murcia, España) llevar a cabo un Club de Matemáticas semanal durante los recreos.

Diseño y preparación

Una vez que decidimos llevar el Club adelante tuvimos que buscar respuesta a, entre otras, las siguientes preguntas: ¿por qué?, ¿a quién?, ¿cómo?, ¿cuándo? y ¿dónde?

Respecto al por qué lo íbamos a llevar adelante, nuestro principal interés era realizar investigaciones y actividades que permitieran a los alumnos redescubrir las matemáticas. Buscábamos motivar a los alumnos y promover que compartiesen sus experiencias matemáticas con otras personas, resaltando el carácter lúdico e integrador de las matemáticas.

Se tanteó en las clases si había alumnos interesados y vimos que la mayoría pertenecían a grupos de 1º, 2º y 3º ESO, por lo que tendríamos que adaptar las actividades que quisiésemos realizar a alumnos con edades de entre doce y quince años, si bien el Club estaría abierto a alumnos de cualquier edad y profesores interesados de otras asignaturas.

En cuanto al cómo, pensamos en realizar una variedad de actividades con las que trabajar de forma lúdica diferentes aspectos matemáticos. Para ello era necesario planificar su diseño y desarrollo a lo largo del curso. Algunas actividades podrían realizarse durante una sesión mientras que otras podrían llevarse a cabo en varias sesiones. Se decidió realizarlo una vez a la semana durante los treinta minutos del recreo de los miércoles.

Establecimos que la ubicación sería el aula-materia del Departamento, lo que facilitaría la disposición de materiales y herramientas necesarias para su realización.

A continuación, se programó un calendario aproximado de actividades a realizar, se compraron los materiales necesarios y se prepararon las actividades a llevar a cabo.

Seguidamente realizamos una campaña de difusión del Club explicando con más detalle su funcionamiento en las clases y colocando carteles por el centro.

El Club empezaba a tomar forma…

Realización

Un elemento que consideramos sumamente importante es que el Club estuviera abierto a todo alumno o profesor interesado en pasar un buen rato con las matemáticas. A los participantes se les pide que traten de ser puntuales dado el escaso tiempo disponible, que

ISBN 978-84-945722-3-4

sigan las instrucciones de los profesores y que no ensucien la clase (normalmente los alumnos toman su bocadillo pues estamos en el recreo).

Durante los treinta minutos que dura cada sesión hay que preparar los materiales en el aula, recibir a los participantes, explicarles la actividad que se va a realizar, llevarla a cabo y finalmente recoger todo antes de que termine el recreo…¡Una carrera contra reloj! Para ello, los profesores encargados de organizar la sesión debemos coordinarnos previamente y durante ella, para aprovechar al máximo el poco tiempo del que disponemos.

Aunque no es necesario, es recomendable que los participantes acudan todas las semanas al Club para entender mejor aquellas actividades que tengan una duración de más de una sesión, si bien tratamos de adaptar las experiencias a los alumnos que se incorporan a una actividad que se ha iniciado en alguna sesión anterior. La mayoría de actividades son de una, dos o tres sesiones, para facilitar la incorporación de nuevos miembros del Club.

Al final de cada trimestre, y como elemento motivador, el alumno con mayor participación recibe como premio un juego matemático. La forma de acumular puntos en este particular ranking es mediante la asistencia (en cada sesión los participantes se apuntan en un listado y consiguen un punto) junto con la creatividad y la realización de trabajos extra (por ejemplo, si estamos trabajando con fractales, el alumno puede crear en su casa un original fractal de papel y obtener uno o más puntos). Este elemento motivador potencia que los alumnos puedan sentirse verdaderos investigadores o buscadores de elementos matemáticos.

Durante el curso 2016-2017 la actividad se ha desarrollado, con algunas variaciones, en el IES Mar Menor (Santiago de la Ribera, Murcia, España). Se ha seguido básicamente la misma estructura aunque con algunas novedades. Algunas son organizativas como, por ejemplo, la ubicación del Club en un aula próxima al Departamento para poder llevar y recoger lo más rápidamente los materiales necesarios en cada sesión de treinta minutos. Otra interesante novedad ha sido la necesidad de ampliar a dos recreos el Club, uno durante los viernes en la modalidad que hemos denominado *Junior* (1º, 2º y 3º de la ESO) y otro los miércoles en la modalidad *Senior* (4º ESO y Bachillerato). Esto conlleva el doble de organización pero también de satisfacciones. Ambas modalidades tienen una estrecha relación, pues se trata de ver los mismos temas pero a diferente profundidad según la edad y conocimientos matemáticos de los participantes. Además algunos de los alumnos de la modalidad *Senior* participan como monitores en la modalidad *Junior* ayudando a los profesores, lo que ha supuesto una buena experiencia para todos.

Ejemplos de actividades

Presentamos algunas de las actividades que hemos ido desarrollando en el Club.

ISBN 978-84-945722-3-4

- El mundo de los fractales

Los fractales son un medio fantástico para que los alumnos compartan sus descubrimientos en un mundo apasionante lleno de sorpresas y curiosidades, trabajando con matemáticas “de última generación” de una forma interdisciplinar con asignaturas como Plástica.

La variedad de actividades que se pueden realizar son una muestra de las muchas posibilidades que los fractales pueden ofrecer para que nuestros alumnos descubran un emocionante mundo lleno de sorpresas y curiosidades, ideales para compartir con los demás.

Podemos destacar la construcción del Triángulo de Sierpinski bien con tacos de madera o bien a partir de un triángulo en una hoja de papel que hay que dividir y colorear para luego integrarlo en un triángulo mayor. También se puede trabajar sobre fractales presentes en la naturaleza o sobre fractales obtenidos mediante programas informáticos, papiroflexia…

Figura 1: Miembros del Club montando un triángulo de Sierpinski con tacos de madera

Figura 2: Fractal de Sierpinski Colaborativo expuesto en los pasillos del Centro

- Juegos de lógica y estrategia

Es gratificante manejar este tipo de juegos, pues a través de ellos podemos trabajar las estrategias de resolución de problemas y se puede ayudar en el proceso de aprendizaje de los alumnos.

ISBN 978-84-945722-3-4

En cierto sentido, disfrutar con un buen juego o puzzle es lo más próximo a hacer matemáticas; a menudo requiere del mismo tipo de estrategias pues los juegos no precisan de introducciones sistemáticas antes de llegar a algo interesante y además sitúan inicialmente a los participantes en situación de igualdad, en la que no hay mucho que dependa de los logros y conocimientos anteriores. Este tipo de juegos alimentan la ingeniosidad, la imaginación, la fantasía, la experimentación, la manipulación….

La gran mayoría de los juegos con los que se trabaja no tienen un nivel curricular determinado sino que pueden adaptarse a los diferentes alumnos y niveles llegando a razonamientos más o menos elaborados y muy cercanos al que-hacer matemático. Algunos de estos juegos son los clásicos “Tangram”, “Torres de Hanoi”, “Cruzar el río” o “Atascos”. Los alumnos pueden trabajarlos de forma manual, en su versión digital a través de un CD con una selección o directamente desde Internet, y han de entender en profundidad las reglas del juego y las estrategias a utilizar para que puedan compartir su experiencia con otros jugadores.

Figura 3: Miembros del Club jugando a “Atascos”

- Cálculo de la dimensión fractal de una obra de arte

Como ya hemos comentado, los fractales son siempre una potente herramienta de motivación en el aula. Esta actividad es una novedosa investigación realizada en el Club en la que se relaciona el concepto de dimensión fractal con las líneas presentes en un cuadro, en este caso en obras seleccionadas del Museo Thyssen-Bornemisza. Tras realizar una presentación de los conceptos de fractal y de dimensión fractal, cada alumno seleccionó una obra de arte y realizó los pasos que diseñamos para estimar la dimensión fractal de la obra. Los alumnos y profesores nos sentimos verdaderos investigadores matemáticos durante la experiencia.

ISBN 978-84-945722-3-4

Figura 4: Miembros del Club resaltando las líneas de varias obras de arte

- Actividades relacionadas con Escher

Maurits Cornelis Escher (1898-1972) es considerado por muchos como el artista que mejor ha reflejado gráficamente el pensamiento matemático moderno. Aún sin ser matemático sus obras muestran un interés y una profunda comprensión de conceptos geométricos como la partición periódica del plano o los poliedros. Sus obras además de bellas nos permiten hacer numerosas inmersiones en conceptos matemáticos presentes en la educación secundaria.

Actualmente podemos encontrar gran cantidad de información y material sobre la obra de Escher en libros, páginas web, documentales, cortometrajes, programas informáticos, material publicitario… por lo que es relativamente sencillo acceder a materiales que podamos usar en nuestras clases.

Son numerosas las actividades que se pueden realizar con los alumnos. Estas experiencias tienen como principales temas las teselaciones, los poliedros, el paso de dos a tres dimensiones, la banda de Möbius, el infinito, las figuras Imposibles y el propio Escher.

Un buen ejemplo de este tipo de actividades es la elaboración de anamorfosis cilíndricas. Para ello se explican este tipo de deformaciones, se ven varios ejemplos y seguidamente los participantes deben realizar figuras anamórficas a partir de plantillas de distintos niveles de dificultad.

ISBN 978-84-945722-3-4

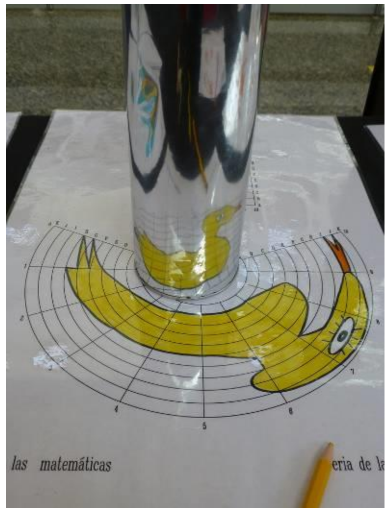


Figura 5: Anamorfosis cilíndrica de un pato

- El número áureo en el cuerpo humano

Esta es una de esas actividades que siempre despierta curiosidad entre los alumnos. Comenzamos visualizando diversos vídeos sobre el número áureo y su presencia en la naturaleza y el arte, para pasar a comprobar, por parejas, si nuestro cuerpo cumple hasta en cinco ocasiones esta divina proporción.

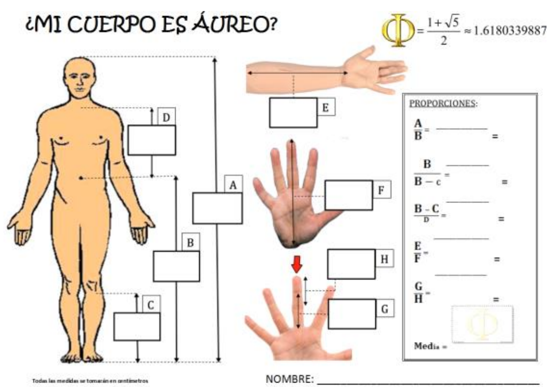


Figura 6: Plantilla para comprobar si nuestro cuerpo es áureo

ISBN 978-84-945722-3-4

Figura 6: Miembros del Club montando comprobando si tienen un cuerpo áureo

Conclusiones

Estos dos cursos académicos llevando adelante un Club de Matemáticas nos ha dado una gran oportunidad para resaltar el carácter lúdico e integrador de las matemáticas en un entorno distendido, tratando de redescubrir las matemáticas al realizar investigaciones y actividades atractivas para los alumnos. El hecho de compartir estas experiencias hace que los alumnos del Club se motiven y compartan sus vivencias con otros chicos y chicas que quizá no participen directamente en las actividades.

Estamos totalmente seguros de que la experiencia de diseñar y llevar a cabo un Club de Matemáticas en nuestros centros durante los recreos con la participación voluntaria de alumnos es plenamente satisfactoria tanto para los profesores implicados como para los alumnos que participan en él..

El esfuerzo ha sido grande y ha habido muchos retos a los que nos hemos ido enfrentando y aunque sabemos que se seguirán presentando estamos convencidos que merece la pena y es por eso que continuaremos realizándolo, pues la participación en el Club nos está ayudando a dinamizar las clases y a que nuestros alumnos vean las matemáticas de una manera diferente más atractiva.

Referencias bibliográficas

Comas, J., Gimeno, B., Herrera, M.J., Momblona, C. (2002): *Matemáticas en Plástica y Tecnología. Interdisciplinaridad en Secundaria*. Diego Marín Librero Editor, S.L. Murcia: España.

Comas, J; Herrera, M.J. (2005): De mates… ¿Ná? Una web por y para alumnos de matemáticas. Suma, 50, 19-26.

ISBN 978-84-945722-3-4

Comas, J., Peñalver, P, Pérez-Nieto, A., Salas, I. (2008). Realización de una Semana Matemática. Revista Unión, 15, 105-123.

De Mates…¿Ná? (2000). Página web realizada por los alumnos de las asignaturas de Matemáticas del IES Sierra Minera (La Unión, Murcia, España), con investigaciones y curiosidades matemáticas. http://dematesna-macroideas.rhcloud.com/ Consultado 09/04/2017

Linda Matemática (2016). Página web para alumnos de Matemáticas. https://sites.google.com/site/weblindamatematica/ Consultado 09/04/2017

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-389

Coherencia o alineamiento de Demanda Cognitiva entre Estándares Educativos y Pruebas de Evaluación del bloque de álgebra en noveno grado de Honduras

Luis Armando Ramos Palacios[28] y Luis Manuel Casas García
luramosp@alumnos.unex.es (Honduras) y luisma@unex.es (España)
Facultad de Educación, Universidad de Extremadura (España)

Núcleo temático: VII Investigación en Educación Matemática
Modalidad: Comunicación Breve (CB)
Nivel educativo: Educación Secundaria

Resumen

En este trabajo se analiza el alineamiento o coherencia, a nivel de demanda cognitiva, entre los estándares educativos y las preguntas de las pruebas de evaluación correspondientes al bloque de álgebra en el noveno grado del tercer ciclo de la educación básica de Honduras.
Con la ayuda de docentes, especialistas en matemáticas con amplia experiencia en este grado y aplicando los criterios del modelo de Webb se clasificaron, según el nivel de demanda cognitiva, las preguntas y los estándares correspondientes, para luego evaluar el grado de alineamiento entre estos dos elementos curriculares.
La demanda cognitiva o profundidad de conocimiento conocido en inglés como Depth-of-Knowledge o por sus siglas DOK, constituye una forma de clasificar el aprendizaje por niveles de profundidad de conocimiento, integra criterios sobre los niveles de pensamiento de Bloom: memoria, comprensión, aplicación, análisis, síntesis, evaluación y creatividad.
El concepto de alineamiento ganó más prominencia en la década de 1990 con el advenimiento de los estándares y los movimientos de reformas educativas en Estados Unidos de América (Webb, 2002).
Para este grado el nivel de alineamiento no es el más adecuado y es un punto de partida para sugerir reformas curriculares a nivel de estándares y de pruebas de evaluación en el sistema educativo hondureño.

Palabras Clave: alineamiento, estándares educativos, evaluación, demanda cognitiva, álgebra

Introducción

El Currículo Nacional Básico (CNB) en el sistema educativo hondureño define tres niveles: Educación Pre básica, con una duración de tres años (niños de 3 a 6 años de edad), Educación Básica (de 7 a 15 años), organizada en tres ciclos de tres años cada uno e incluye los grados de 1º a 9º y Educación Media que se refiere a los Bachilleratos (jóvenes de 16 a 18 años).

[28] Estudiante de Doctorado en Innovación y formación del Profesorado de la facultad de educación en la Universidad de Extremadura, Badajoz, España. El trabajo presentado es una pequeña parte de la tesis doctoral en desarrollo.

ISBN 978-84-945722-3-4

En el año 2005 se inicia un proceso encaminado a diseñar, socializar e implementar el documento de Estándares Educativos Nacionales con la idea de hacer efectiva la implementación del CNB. Estos Estándares Educativos se definen como objetivos educativos que señalan, con claridad, lo que los alumnos tienen que aprender y ser capaces de saber y saber hacer (Educación 2005, 2011).

Con el propósito de valorar los logros en español y en matemáticas de 1º a 9º grado se han desarrollado procesos de evaluación a escala nacional centrada en estándares.

El objetivo principal de este trabajo es: evaluar el grado de coherencia o alineamiento, a nivel de demanda cognitiva, entre los estándares educativos y las preguntas de las evaluaciones del bloque de álgebra en noveno grado de la educación básica de Honduras.

Para lograrlo es necesario conocer los aspectos que se evalúan con dichas pruebas, los aspectos importantes sobre el álgebra, así como los métodos o procedimientos utilizados para hacer este tipo de comparaciones.

La enseñanza del álgebra en la educación básica

El estudio del álgebra es esencial con múltiples aplicaciones en todas las ramas de las matemáticas. El National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), establece que la competencia algebraica es importante en la vida adulta, tanto para el trabajo como para la educación postsecundaria y remarca que todos los estudiantes deberían aprender álgebra (NCTM, 2000).

Para Kieran (2004), el pensamiento algebraico puede ser interpretado como un acercamiento a situaciones cuantitativas que enfatiza los aspectos relacionales generales con herramientas que no son necesariamente letras o símbolos, pero que en última instancia puede utilizarse como apoyo cognitivo para introducir y sostener el discurso más tradicional del álgebra escolar.

El pensamiento algebraico en los primeros grados implica el desarrollo de modos de pensar dentro de las actividades para las cuales el álgebra simbólica puede ser usada como una herramienta pero que no son exclusivas del álgebra y que podrían ser utilizadas sin usar ninguna simbología algebraica de letras o variables, analizando las relaciones entre las cantidades, estudiar el cambio, generalizar, resolver problemas, modelar, justificar, probar y predecir (Kieran, 2004).

ISBN 978-84-945722-3-4

El documento de estándares educativos para la enseñanza de las matemáticas en Honduras considera el álgebra como un bloque transversal de 1º a 9º grado, define 5 bloques: Números y operaciones, Geometría, Álgebra, Medidas y Probabilidad y estadística y cada bloque tiene sus correspondientes componentes.

Así, por ejemplo, el bloque de Álgebra lo forman los componentes de Comparación y Orden, Ecuaciones y Desigualdades, Posición, Expresiones Algebraicas, Razones y Proporciones y Funciones.

Cada uno de estos componentes es evaluado en función de sus propios estándares. En el bloque de álgebra, el componente de Ecuaciones y Desigualdades para noveno grado se establecen algunos estándares:

- Encuentran la solución de ecuaciones cuadráticas en una sola variable.
- Resuelven problemas de la vida cotidiana que impliquen ecuaciones cuadráticas en una sola variable.

La evaluación se realiza de forma anual a una muestra nacional mediante la aplicación de pruebas escritas formadas por ítems de opción múltiple con 4 alternativas, dichas pruebas se fundamentan en una serie de etapas técnicamente estructuradas siguiendo procesos psicométricos que utiliza para su construcción y análisis la Teoría de Respuesta al Ítem.

En noveno grado se evalúan estándares de matemáticas de los 5 bloques con 90 preguntas, distribuidas en tres formas o cuadernillos de pruebas; 45 de estas preguntas corresponden al bloque de álgebra.

Para nuestro estudio utilizamos las preguntas o ítems de las pruebas aplicadas, de manera censal, en el año 2014 en la educación básica de Honduras las cuales son equivalentes a las aplicadas en años anteriores y posteriores.

Resultados destacados de la evaluación en matemáticas de 9º grado

Los informes de Rendimiento Académico, generados de tales evaluaciones nacionales, hacen referencia a los Estándares de desempeño que indican cuánto de los conocimientos, habilidades y destrezas declarados en los estándares de contenido, dominan los estudiantes al finalizar cada grado, para clasificarlos en un nivel de desempeño determinado (Educación, 2013, 2014, 2015, 2016) y para su interpretación ha establecido los siguientes niveles: Avanzado, Satisfactorio, Debe Mejorar e Insatisfactorio.

ISBN 978-84-945722-3-4

Los resultados obtenidos destacan un bajo y alarmante nivel en matemáticas, de 5º a 9º grado ya que del 33% al 45% de los estudiantes están en el nivel Insatisfactorio y entre el 4% y 12% están en los niveles deseables (Satisfactorio y Avanzado) (Educación, 2016).

En el caso específico de 9º grado a nivel de porcentaje de respuestas correctas los resultados a nivel de componente son los siguientes:

Tabla 1: Rendimiento porcentual de componentes evaluados Álgebra 9º

Componentes	Cantidad de estándares	Porcentaje de Rendimiento
Ecuaciones y desigualdades	7	28%
Razones y Proporciones	1	41%
Funciones	4	44%

(Educación, 2016)

Nivel de demanda cognitiva y alineamiento

Por demanda cognitiva de una tarea se entiende la clase y nivel de pensamiento que su resolución exige a los alumnos (Penalva & Llinares, 2011).

Para Smith, Henningsen, & Silver (2009), la demanda cognitiva de una tarea es el tipo y nivel de pensamiento requerido de los estudiantes para poder participar en la tarea y resolverla con éxito.

Valorar la demanda cognitiva de una tarea y de los respectivos estándares educativos es una etapa del proceso de evaluación del alineamiento que existe entre ellos.

El modelo de Norman L. Webb, conocido como modelo Webb se ha utilizado para valorar la alineación entre los estándares y las evaluaciones en distintas áreas curriculares como lenguaje, matemáticas, estudios sociales y ciencias, en muchos distritos escolares en Estados Unidos y es considerado como uno de los pioneros en los trabajos de alineamiento entre currículo y evaluación (Herman, Webb, & Zuniga, 2005).

Para López (2013), el concepto de alineamiento, entre estándares y evaluación, está intrínsecamente relacionado con el concepto de validez. En los procesos de evaluación la validez no debe ser únicamente cuestión de un índice, como el alfa de Crombach.

La información proporcionada al hacer el análisis de alineamiento utilizando el método de Webb es usada típicamente por los responsables de las políticas educativas estatales para la modificación de las evaluaciones, la revisión de los estándares de contenido, y verificar el logro de políticas educativas orientadas a valorar los avances en las expectativas de aprendizaje (Andrew, Niebling, & Kurz, 2008).

ISBN 978-84-945722-3-4

A criterio de Webb (1997), los maestros estarán más dispuestos a desarrollar de mejor manera los estándares con sus estudiantes si están seguros de que esos estándares se reflejarán en las evaluaciones y que les dará información sobre el grado en que sus estudiantes los han logrado.

Los niveles de la demanda cognitiva(DOK) utilizados por Webb y orientados al área de las matemáticas se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 2: Niveles de Demanda Cognitiva (DOK) (Webb, 1997)

DESCRIPCIONES POR NIVEL	*Actividades Matemáticas relacionadas*
NIVEL 1 (N1) **Recordar y reproducir** Pensamiento Memorístico: demuestra conocimiento en forma igual o casi igual a como lo aprendido.	Recuerda o reconoce hechos, definiciones o términos. Aplica un algoritmo o una fórmula. Identifica una figura de dos o tres dimensiones. Lleva a cabo un procedimiento establecido. Evalúa una expresión. Resuelve un problema verbal de un paso.
NIVEL 2 (N2) **Habilidades y conceptos** Pensamiento de Procesamiento: demuestra conocimiento que requiere algún razonamiento mental básico de ideas, conceptos y destrezas, más allá de la memoria.	Interpreta información de una gráfica. Utiliza modelos para representar conceptos matemáticos. Resuelve un problema rutinario que requiera varios pasos o la aplicación de múltiples conceptos. Requiere procesos mentales más allá de una respuesta habitual
NIVEL 3 (N3) **Pensamiento estratégico** Demuestra conocimiento basado en demanda cognoscitiva compleja y abstracta. Requiere el razonamiento, la planificación, el uso de pruebas, y un mayor nivel de pensar.	Interpreta información de una gráfica compleja. Explica su razonamiento cuando más de una solución es posible. Establece y/o justifica una conjetura. Desarrolla argumentos lógicos para un concepto. Utiliza conceptos e ideas para resolver problemas. Lleva a cabo un procedimiento con múltiples pasos y que requieren toma de decisiones. Generaliza un patrón.
NIVEL 4 (N4) **Pensamiento extendido** Extiende su conocimiento a contextos más amplios. Requiere el razonamiento complejo, la planificación, el desarrollo, y el pensamiento. Implica hacer conexiones entre ideas y conceptos, escoger entre varias alternativas para resolver un problema, o aplicar los resultados de un experimento en otros contextos.	Relaciona los conceptos matemáticos con otras áreas de contenido. Relaciona los conceptos matemáticos con aplicaciones del mundo real. Aplica un modelo matemático a una situación o problema. Conduce una investigación que especifica un problema, identifica sus pasos.

De acuerdo al modelo, este criterio de alineamiento referido a la demanda cognitiva busca determinar si lo que se les solicita a los estudiantes en las evaluaciones es tan exigente, cognitivamente, como lo declarado en los estándares.

El modelo propone los siguientes criterios de alineamiento:

ISBN 978-84-945722-3-4

Tabla 3: Criterio de alineamiento con base en demanda cognitiva

% de preguntas que coinciden con el nivel cognitivo del estándar	Criterio de alineamiento
50% o más	Fuerte
40% - 50%	Débil
Menos de 40%	Inadecuado

El 50% es un punto de corte conservador, se basa en la suposición de que una puntuación mínima de aprobación para cualquier estándar requeriría que el estudiante responda correctamente algunos ítems sobre el nivel cognitivo del estándar correspondiente (Webb, 2005).

Metodología:

La utilización del modelo de Webb para evaluar el grado de alineamiento entre estándares educativos y evaluación supone un estudio de tipo cuantitativo (Martone & Sireci, 2009) que busca, a través de indicadores numéricos, determinar el grado de alineamiento de las cuatro categorías o criterios que requiere dicho modelo, siendo una de ellas la: Demanda Cognitiva. Con la ayuda de 20 docentes de matemáticas, con grado de licenciatura y con amplia experiencia en la enseñanza de las matemáticas en este grado, se clasificaron, según el nivel DOK que requieren (N1, N2, N3 o N4), los estándares de contenido, así como sus correspondientes ítems.

Resultados encontrados

Estándares e Ítems por Nivel de Demanda Cognitiva

Los 12 estándares correspondientes al bloque de álgebra de 9º grado según el nivel DOK al que pertenecen fueron clasificados como se muestra a continuación:

Tabla 4 Cantidad de estándares por Nivel de Demanda Cognitiva

Componente	Nivel de Demanda Cognitiva			
	N1	N2	N3	N4
Ecuaciones y Desigualdades	0	5	2	0
Razones y Proporciones	0	0	1	0
Funciones	0	3	1	0

De igual manera los 45 ítems fueron clasificados así:

ISBN 978-84-945722-3-4

Tabla 5 Cantidad de ítems por Nivel de Demanda Cognitiva

Componente	Nivel de Demanda Cognitiva			
	N1	N2	N3	N4
Ecuaciones y Desigualdades	6	14	5	0
Razones y Proporciones	1	3	0	0
Funciones	1	13	2	0

Alineamiento entre estándares y evaluación

Según el modelo, para que exista un alineamiento fuerte entre estándares y evaluación como mínimo el 50% de las preguntas o ítems de la prueba deben de coincidir con el nivel cognitivo del estándar, en este caso con el nivel cognitivo del componente correspondiente a los estándares.

Tabla 6 Alineamiento con base en demanda cognitiva, 9º grado

Componente	Número de estándares	Número de preguntas relacionadas	NIVEL DE LAS PREGUNTAS CON RELACIÓN A LOS ESTÁNDARES			CRITERIO DE ALINEAMIENTO DEMANDA COGNITIVA
			PROM. MENOR	PROM. IGUAL	PROM. MAYOR	
Ecuaciones y Desigualdades	7	25	24%	56%	20%	Fuerte
Razones y Proporciones	1	4	100%	0%	0%	Inadecuado
Funciones	4	16	6%	81%	13%	Fuerte

Conclusiones

Con la información obtenida se puede afirmar que en el bloque de Álgebra en noveno grado de la educación básica hondureña se promueve el razonamiento mental básico de ideas, muy poco se trasciende al nivel 3 que implica Pensamiento Estratégico y la habilidad para demandas cognitivas más complejas y abstractas y no existen elementos orientados a razonamiento complejo de los conceptos algebraicos, es decir nivel 4.

A nivel de demanda cognitiva, el estudio refleja que en 9º grado el nivel de alineamiento es fuerte en dos de los tres componentes evaluados y es inadecuado en el componente de Razones y Proporciones.

ISBN 978-84-945722-3-4

El alineamiento entre estándares y evaluación utilizando el criterio de demanda cognitiva no significa que, necesariamente, el porcentaje de estándares y el de ítems deban coincidir en cada nivel de demanda cognitiva. Este alineamiento se mide con el porcentaje de ítems que coinciden o superan el nivel cognitivo del estándar y como ya se dijo anteriormente este alineamiento no se cumple en todos los componentes del bloque de álgebra en los tres grados del tercer ciclo.

El componente de Razones y proporciones tiene un alineamiento inadecuado, el estándar de este componente lo clasifican en un nivel DOK superior al de sus preguntas lo que supone hacer una revisión exhaustiva de las tareas que se proponen en los libros de texto, de las actividades realizadas por los docentes en las aulas de clases, así como de las preguntas que se presentarán en las futuras evaluaciones.

El estudio realizado a nivel de demanda cognitiva nos indica que no hay ningún estándar ni pregunta de la prueba que corresponda al nivel de demanda cognitiva más alto, el nivel 4, referido a pensamiento extendido, este nivel requiere preguntas de razonamiento complejo, que permitan al estudiante hacer conexiones entre ideas y conceptos matemáticos.

REFERENCIAS

Andrew, R., Niebling, B., & Kurz, A. (2008). *Evaluating the Alignment Among Curriculum, Instruction, and Assessments: Implications and Applications for Research and Practice . Wiley InterScience,* 158 - 176.

Carr, J., & Harris, D. (2001). *Succedin With Standars, Linking Curriculum, Assessment, and action Planning.* Alexandria, Virginia, USA: Association for Supervision & Curriculum Deve; Edition Unstated edition.

Educación, Secretaría (2005). *Estándares Educativos Nacionales Español y Matemáticas 1ro a 6to grado.* Tegucigalpa, Honduras.

Educación, Secretaría (2011). *Estándares Educativos Nacionales Español y Matemáticas 1ro a 11mo grado.* Tegucigalpa, Honduras.

Educación, Secretaría (2013). *Informe de Rendimiento Académico Español y Matemáticas 1ro a 9no grado 2012.* Tegucigalpa, Honduras.

Educación, Secretaría (2014). *Informe de Rendimiento Académico Español y Matemáticas 1ro a 9no grado 2013.* Tegucigalpa, Honduras.

Educación, Secretaría (2015). *Informe de Rendimiento Académico Español y Matemáticas 1ro a 9no grado 2014.* Tegucigalpa, Honduras.

Educación, Secretaría (2016). *Informe Nacional de Rendimiento Académico 2015, Español y Matemáticas 1ro a 9no grado.* Tegucigalpa, Honduras.

Herman, J., Webb, N., & Zuniga, S. (2005). *Measurement Issues in the Alignment of Standards and Assessments: A Case Study.* Los Angeles, LA: Center for the Study of

ISBN 978-84-945722-3-4

Evaluation National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing Graduate School of Education & Information Studies University of California.
Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It? *The Mathematics Educator, Vol. 8, No. 1*, 139 - 151.
Kolen, M., & Brennan, R. (2004). *Test Equating, Scaling, and Linking: Methods and Practices.* New York: Springer Science.
López, A. (2013). Alineación entre las evaluaciones externas y los estándares académicos: El Caso de la Prueba Saber de Matemáticas en Colombia. Revista ELectrónica de Investigación y EValuación Educativa, RELIEVE, 19.
Martone, A., & Sireci, S. (2009). Evaluating Alignment Between Curriculum, Assessment, and Instruction. *Review of Educational Research, 79,* 1332 - 1361.
NCTM. (2000). *Principios y Estándares para la Educación Matemática.* Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
NCTM. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all.* VA: NCTM.
Penalva, M., & Llinares, S. (2011). Tareas matemáticas en la educación secundaria. En J. Goñi(Coord.), *Didáctica de las Matemáticas* (págs. 27 - 52). Barcelona: GRAO.
Smith, M., Henningsen, M., & Silver, E. (2009). *Implementing standards-based mathematics instruction: a casebook for professional development.* Nueva York: Teacher College Press.
Webb, N. (1997). *Criteria for alignment of expectations and assessments in mathematics and science education. Council of Chief State School Officers and National Institute for Science Education.* Madisson, WI: Wisconsin Center for Education Research, University of Wisconsin.
Webb, N. (2002). *An Analysis of the Alignment Between Mathematics Standards and Assessments for Three States.* Madison: Wisconsin Center for Education Research.
Webb, N. (2005). *Web Alignment Tool, Training Manual.* Wisconsin: Wisconsing Center for Education Research.
Webb, N. (2007). *Issues Related to Judging the Alignment of Curriculum Standards and Assessments.* Madison, WI: Wisconsin Center for Education Research University of Wisconsin–Madison.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-390

UMA ANÁLISE DA PRODUÇÃO BRASILEIRA REALIZADA NO ÂMBITO DOS MESTRADOS PROFISSIONAIS DE 2001 A 2012 SOBRE O PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA

Ana Cristina Ferreira – Ana Teresa de Carvalho Correa de Oliveira – Cirléia Pereira Barbosa – Flavia Cristina Figueiredo Coura
anacf@iceb.ufop.br – anateresa@fe.ufrj.br – cirleia.barbosa@ifmg.edu.br – flaviacoura@ufsj.edu.br
Universidade Federal de Ouro Preto, Brasil - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil – Instituto Federal de Minas Gerais, Brasil - Universidade Federal de São João del Rei, Brasil.

Núcleo temático: IV. Formación del profesorado en Matemáticas
Modalidad: CB
Nivel educativo: 5. Formación y actualización docente
Palabras clave: Mapeamento, professores que ensinam Matemática, Mestrado Profissional.

Resumo

Apresentamos aqui um mapeamento da produção brasileira realizada no âmbito dos mestrados profissionais de 2001 a 2012 sobre o professor que ensina Matemática. Seu propósito é compreender como o pesquisador, que é um professor, percebe e se relaciona com os participantes de seu estudo. O corpus da pesquisa é composto por 96 dissertações produzidas nos mestrados profissionais da área de Ensino da CAPES. A metodologia adotada, qualitativa, envolveu a leitura das pesquisas e uma organização sistemática das principais informações contidas nas mesmas, para a partir disso proceder à análise. A análise se estruturou por meio das seguintes categorias: perfil do professor pesquisador e dos participantes das pesquisas; motivação e foco das pesquisas; e relação pesquisador-participantes. Os resultados evidenciam que, em muitos estudos, o professor (ou futuro professor), participante da pesquisa, é percebido como um aprendiz, mais que como um parceiro ou colaborador. Isso sugere um distanciamento entre ambos que não condiz com o fato de pelo menos metade dos estudos mencionar que sua motivação advém das próprias trajetórias profissionais dos investigadores. Além disso, poucas pesquisas analisam a própria prática do pesquisador ou trazem reflexões acerca de sua aprendizagem profissional ao realizar seu estudo.

Introdução

O presente estudo nasce de um recorte de um projeto maior[29] desenvolvido em âmbito nacional, cujo propósito era mapear, descrever, sistematizar as pesquisas brasileiras produzidas no âmbito dos programas

---

[29] O projeto se intitula: "Mapeamento e estado da arte da pesquisa brasileira sobre o professor que ensina Matemática" e foi aprovado no Edital de Chamada Universal MCTI/ CNPq nº 014/2014.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

brasileiros de Pós-Graduação stricto sensu das áreas de Educação e Ensino e que têm como foco de estudo o professor que ensina Matemática. Nele, investigamos a produção dos mestrados profissionais[30] das áreas de Ensino e Educação da Capes, procurando compreender como o mestrando dessa modalidade, que é um professor aprendendo a pesquisar, percebe e se relaciona com os participantes de seu estudo, que também são professores (ou futuros professores). Mais especificamente, nos debruçamos sobre a seguinte questão: "como o professor que ensina Matemática é percebido nos estudos desenvolvidos no âmbito dos Mestrados Profissionais e que relação é estabelecida entre ele e o professor pesquisador? ".

No presente artigo, dadas as limitações de espaço, situaremos brevemente a metodologia adotada e em seguida apresentaremos os resultados do estudo.

Metodologia

Tendo em vista a natureza do objeto de estudo, optamos por realizar um estudo exploratório em uma perspectiva qualitativa. Os dados são documentos (dissertações de Mestrado Profissional); o pesquisador é o instrumento fundamental da pesquisa; as informações são organizadas em categorias que refletem tanto aspectos definidos a priori (pela própria questão de investigação) quanto aspectos que emergiram dos dados. Nosso corpus reúne 96 dissertações de mestrado profissional. Ele compreende estudos produzidos entre 2001 e 2012 cujo foco é professor que ensina Matemática. Tais pesquisas estão presentes em todas as regiões do Brasil, exceto no Centro-Oeste. A maior produção se concentra no estado de São Paulo.

Resultados e análise

A análise do corpus deste estudo foi estruturada em três categorias: a) os professores pesquisadores e o professor/futuros professores participantes do estudo; b) motivação e propósito dos estudos; e, c) relação pesquisador-participantes do estudo.

Os professores pesquisadores e os professores/futuros professores participantes dos estudos

[30] O Mestrado Profissional, criado em 1998, nasce da "necessidade da formação de profissionais pós-graduados aptos a elaborar novas técnicas e processos, com desempenho diferenciado de egressos dos cursos de mestrado que visem preferencialmente um aprofundamento de conhecimentos ou técnicas de pesquisa científica, tecnológica ou artística" (Portaria nº 80, de 16 de dezembro de 1997). Seu foco é a pesquisa aplicada voltada para a prática docente, a sala de aula de Matemática ou da formação e professores que ensinam Matemática. Para saber mais, leia o texto de Moreira, 2004.

ISBN 978-84-945722-3-4

Predominam os estudos realizados por professores de Matemática da Escola Básica e por docentes do Ensino Superior. Em apenas um dos trabalhos analisados, o pesquisador é um docente dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Em 18 pesquisas não há menção à formação/atuação do pesquisador.

Na grande maioria dos casos, o pesquisador investiga a formação e a prática de professores ou futuros professores, por vezes na própria escola em que atua ou em disciplinas nas quais ministram aulas em cursos de formação ou pós-graduação.

Oliveira, D´Ambrósio e Grando (2015) apresentam em seu artigo ideias que vão ao encontro desse quadro que observamos em nosso levantamento, quando refletem sobre “a necessidade de que as pesquisas em práticas escolares possam ser entendidas tanto como aquelas que são realizadas com a inserção do pesquisador diretamente NO ambiente da pesquisa, na escola ou junto com a escola, como as que são realizadas SOBRE a prática escolar” (p.427). Em muitas pesquisas pertencentes ao corpus em estudo, embora o professor pesquisador realize sua investigação no contexto da sala de aula e participe ativamente, sua análise focaliza exclusivamente os docentes participantes, deixando de incluí-lo na prática que analisa.

Em 27 trabalhos, o professor pesquisador atua em cursos superiores, de modo particular, na licenciatura em Matemática. Na maioria desses estudos, os participantes são futuros professores, alunos do próprio professor pesquisador. Em um destes estudos (Rodrigues, 2011), o professor pesquisador atua em um curso de licenciatura em Matemática, porém, os participantes do estudo são seus pares, colegas de instituição, formadores de professores.

Em alguns trabalhos, o professor pesquisador ministra uma disciplina (ou parte dela) em um curso de licenciatura em Matemática. Em outros, ele coleta dados junto a alunos deste curso em turmas de outros docentes (ex. Gomes, 2012; Gonçalvez, 2012; Alves, 2010; Dutra, 2011; Esteves, 2010).

Os professores de escola básica são pesquisadores em 48 trabalhos. Na maioria dos casos são professores de Matemática que realizam estudos envolvendo seus pares (ex. Souza, 2009; Meconi, 2010; Melo, 2008; Maziero, 2011; Maroja, 2007; Alencar, 2012), mas também encontramos alguns estudos nos quais professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental (em sua maioria, pedagogos), investigam seus colegas (ex. Lima, 2010). Em diversos casos, observamos que o contexto é a escola na qual atuam professores pesquisadores e professores participantes dos estudos.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Também encontramos estudos nos quais o pesquisador é um professor de Matemática que investiga questões associadas à formação ou prática docente de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental (Nobre, 2006; Bagé, 2008; Barbosa, 2011; Silva, 2009; Santos, 2008, Rodrigues, 2006).

Outro cenário recorrente é o pesquisador ser um professor de Matemática da Educação Básica que realiza sua pesquisa com estudantes de cursos de Licenciatura em Matemática (ex. Lasso, 2007; Guidini, 2010; Moreno, 2010; Pereira, 2005; Perentelli, 2008) ou Pedagogia (ex. Amaral, 2007; Magalhães, 2008), ou ainda, formadores de professores e/ou coordenadores de cursos de licenciatura (Ferreira, 2005; Silva, 2008; Oliveira, 2008).

Em alguns poucos casos, o pesquisador atua no Ensino Superior e investiga questões relacionadas a estudantes de cursos de Licenciatura em Matemática e em Pedagogia (ex. Souza, 2010). Também encontramos um estudo no qual o pesquisador tem formação em Matemática e Pedagogia, experiência em ambos os níveis de ensino e os participantes de seu estudo são professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental e professores de Matemática (Sant'anna, 2012).

O pesquisador da própria prática praticamente não aparece nos trabalhos analisados. Apenas em duas pesquisas encontramos uma clara menção ao fato de o estudo se desenvolver na própria classe do professor pesquisador, sendo por ele nomeada como pesquisa sobre a própria prática (Felix, 2007; Carvalho, 2011). Localizamos ainda dois estudos que analisam documentos (Maroja, 2007 e Nobre, 2006).

Destacam-se como sujeitos das pesquisas em nosso conjunto de trabalhos, os alunos de cursos de licenciatura em Matemática e em Pedagogia (34 estudos) e os professores da escola básica (32 estudos), em alguns casos, colegas de escola dos pesquisadores. De forma geral, os alunos das licenciaturas são investigados nas pesquisas em que os pesquisadores são docentes nesses cursos ou em cursos de formação continuada ou oficinas. Encontramos, também, outros tipos de sujeitos, como alunos de EJA, tutores, formadores, etc., em quantidade menor de trabalhos.

Em alguns estudos, participam professores e futuros professores (Magalhães, 2008; Miranda, 2008), professores de Matemática e pesquisadores (Melo, 2008) e, em um caso, futuros professores de Matemática e professores de Matemática e mestrandos (Calil, 2011).

ISBN 978-84-945722-3-4

Motivação e propósitos dos estudos

De modo geral, podemos dividir as pesquisas em dois grupos: a) as que iniciam com uma apresentação da trajetória acadêmica e profissional do autor, e, b) as que não abordam claramente a origem do interesse pelo tema nem discutem a motivação para investigá-lo.

No primeiro grupo, encontramos tanto estudos que dedicam um capítulo à apresentação da trajetória acadêmica e profissional dos professores pesquisadores (ex. Silva, 2008), quanto, o que é mais comum, estudos que apresentam com maior ou menor detalhe o que poderíamos denominar de memorial acadêmico profissional (ex. Souza, 2010; Souza, 2009; Silva, 2009; Santos, 2008; Rodrigues, 2006; Perentelli, 2008; Pereira, 2005, etc.).

No segundo grupo, encontramos estudos cuja motivação não é claramente apresentada ou não está vinculada à experiência profissional ou acadêmica do pesquisador (ex. Queiroz, 2007; Melo, 2008; Veras, 2010, Moreno, 2010). Em alguns casos, não há informação sobre o pesquisador (se atuava como docente na época do estudo, em que nível, etc.) nem reflexões que indiquem que realizar a pesquisa contribuiu de alguma maneira para sua própria prática docente. Em outros, a motivação associa-se à participação em um grupo de pesquisa (ex. Veras, 2010; Costa, 2011) ou projeto maior do qual seu estudo é parte (Costa, 2010; Moreno, 2010).

Nem sempre as motivações justificam a escolha pelo mestrado profissional, mas esclarecem a escolha dos temas, ou questões de pesquisa.

Com incidência significativa, a experiência (tanto acadêmica quanto profissional) aparece como a grande motivação, tanto para a escolha pelo mestrado profissional, como para a escolha do objeto de pesquisa, nas dissertações. Nesse âmbito, incluem-se experiências como docentes de ensino superior envolvendo cursos presenciais ou a distância, como docentes de escola básica, experiências como alunos da escola básica, em projetos ou tutorias, em cursos de formação continuada. Geralmente, essas experiências trazem para a discussão dos pesquisadores a constatação de lacunas de formação, ou dificuldades de aprendizagem da parte de alunos, o que os leva a pesquisar caminhos que gerem contribuições para a formação de professores e a prática docente, ou para a aprendizagem matemática dos alunos.

Relação pesquisador-participantes do estudo

ISBN 978-84-945722-3-4

Nesta categoria, investigamos o ‘lugar’ ocupado pelo professor que ensina Matemática nas pesquisas analisadas. Para isso, procuramos respostas para as seguintes questões: Como o pesquisador trata o professor/futuro professor participante da pesquisa? Ele é visto como colaborador, um parceiro ou um objeto de estudo? Ele tem voz ou apenas ‘ouve’ o que lhe é dito? Ou, ele praticamente não aparece, apenas cede sua sala de aula para a aplicação de uma proposta de ensino? Também buscamos identificar pesquisas sobre a própria prática. Se existissem, trariam tais pesquisas reflexões sobre a própria formação/desenvolvimento profissional do pesquisador e/ou do professor/futuro professor participante? Por último, procuramos, em alguma medida, identificar a visão de formação subjacente às pesquisas analisadas.

Em linhas gerais, podemos afirmar que no Mestrado Profissional (em Ensino ou Educação) temos um professor aprendendo a pesquisar que realiza seu estudo <u>SOBRE</u> a sala de aula de Matemática ou <u>SOBRE</u> processos de formação inicial e continuada de professores.

Apesar dessa proximidade ou até sobreposição de papeis, não verificamos na grande maioria dos estudos uma maior consideração[31] pelos participantes. Salvo exceções (ex. Veras, 2010; Barbosa, 2011; Miranda, 2008; Sant’Anna, 2012), encontramos que, nas pesquisas analisadas, o professor ou futuro professor não é um colaborador ou parceiro, mas uma fonte de dados. Em vários casos (Gonçalvez, 2012; Rangel, 2011; Alencar, 2012; Magalhães, 2008; Costa, 2006; Costa, 2010), nos pareceu que o participante do estudo, seja professor ou futuro professor, era percebido como um aprendiz, como alguém que deveria ser ensinado (a trabalhar com um software ou usar uma TIC, como ensinar determinados tópicos de Matemática, etc.).

É preciso ter em mente, contudo, as condições de produção da maioria destas pesquisas. São produzidas por professores aprendendo a pesquisar, sem financiamento, na maioria dos casos, levando-os a necessitarem trabalhar enquanto cursam o Mestrado.

Nosso levantamento nos possibilitou constatar que, em muitos trabalhos, os sujeitos, professores já na prática ou ainda em formação, são entendidos como “aprendizes”. Nessa perspectiva, os professores pesquisadores estão no lugar de quem, com sua proposta de

[31] Referimo-nos a *consideração* no sentido do verbo considerar, levar em conta. Assim, não observamos que as demandas, ideias, modo de pensar, possíveis críticas, etc. dos professores e futuros professores participantes dos estudos tenham sido levados em consideração na maioria deles.

ISBN 978-84-945722-3-4

pesquisa, pretendem contribuir para a melhoria das condições de ensino da parte desses professores, a partir da investigação (intervenção) que realizam.

Considerações Finais

A análise das 96 dissertações de mestrado profissional brasileiras nos possibilitou identificar algumas características que parecem marcar essa produção no período considerado, ou seja, de 2001 a 2012.

Raras são as pesquisas sobre a própria prática ou que analisem as aprendizagens profissionais do pesquisador com a realização da investigação. As análises, geralmente, focalizam os participantes dos estudos.

Os pesquisadores mais presentes nesse conjunto de trabalhos são os professores de escola básica e os professores de cursos de licenciatura. Os participantes mais frequentes são os alunos de licenciatura e os professores de escola básica.

Em muitos trabalhos, os participantes dos estudos, professores em exercício ou ainda em formação, são entendidos como "aprendizes". Nessa perspectiva, os pesquisadores, embora sejam professores, se colocam na posição de quem "sabe" o que necessita ser melhorado na prática ou na formação desses professores ou futuros professores. Nesses casos, não se verifica uma consulta aos participantes sobre suas demandas, nem são tratados como parceiros em uma proposta em construção.

Na maioria das pesquisas, encontramos uma análise que coloca a sua ênfase em questões que dizem respeito à dimensão instrucional ou pedagógica das práticas escolares. É claro que, e em boa medida, isso pode ser associado às características e demandas próprias do mestrado profissional. Contudo, estranha o fato de os professores pesquisadores assumirem, em uma parte significativa dos estudos analisados, a postura de quem "sabe" o que é preciso ser feito e "leva" até os professores (ou futuros professores), essa "verdade".

Contudo, também é preciso destacar que, embora em número muito reduzido, existem pesquisas que consideram o professor como parceiro, que promovem a constituição de grupos de estudo (ex. Rodrigues, 2006; Santos, 2008; Barbosa, 2011).

Em síntese, precisamos avançar no sentido de que mais mestrandos, professores pesquisadores, ao investigarem o professor que ensina Matemática (ou futuro professor), realizem "pesquisas engajadas" no sentido atribuído por Gatti (2014). Ou seja, que suas

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

pesquisas, desenvolvidas no âmbito de mestrados profissionais, tomem “a realidade empírica como ponto de partida e de chegada” de modo a “evidenciar fatos específicos, pela compreensão de situações localizadas, buscando soluções e propondo alternativas” (André, 2016, p. 34).

Para isso, como André (2016, p. 36), também defendemos que os mestrandos professores tenham, em seus cursos de mestrado profissional, a oportunidade de vivenciar disciplinas e atividades que lhes permitam

> situar-se frente ao seu contexto profissional, problematizar a situação vivida, aprender a localizar fontes de consulta e a selecioná-las; a formular questões orientadoras; a conhecer procedimentos metodológicos como observação, entrevista, análise documental, registro de áudio e vídeo; a construir instrumentos de coleta de dados; a analisar dados e relatar os achados.

Referências

André, M. (2016). A Formação do Pesquisador da Prática Pedagógica. *PLURAIS - Revista Multidisciplinar*, 1 (1), 30-41.

________________ (1995). *Etnografia da prática escolar*. Campinas: Papirus Editora.

Gatti, B. A. (2014, março). A Pesquisa em Mestrados Profissionais. *Apresentação no FOMPE – Fórum de Mestrados Profissionais em Educação*, UNEB, Salvador, Brasil, 1.

Moreira, M. A. (2004). O mestrado (profissional) em ensino. *RBPG – Revista Brasileira de Pós-Graduação*, 1(1), 131-142.

Oliveira, A. T. C. C., D´Ambrósio, B. S. & Grando, R. C. (2015). A Pesquisa em Práticas Escolares em Educação Matemática: reflexões e desafios. *Educação Matemática Pesquisa*, 17 (3), 425-440.

Anexo – Pesquisas que compõem o corpus do presente estudo

ALENCAR, S. V. (2012). *A gênese instrumental na interação com o GeoGebra:* proposta de uma oficina para professores de matemática (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

ALVES, D. O. (2010). *Ensino de Funções, Limites e Continuidade em Ambientes Educacionais Informatizados:* Uma proposta para cursos de Introdução ao Cálculo (Dissertação de Mestrado).ICEB, UFOP, Ouro Preto.

ISBN 978-84-945722-3-4

AMARAL, M. H. (2007). *A estatística e a formação inicial com alunos de um curso de pedagogia:* reflexões sobre uma sequência didática (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

BAGÉ, I. B. (2008). *Proposta para a prática do professor do ensino fundamental I de noções básicas de geometria com o uso de tecnologias* (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

BARBOSA, C. P. (2011). *O pensamento geométrico em movimento:* um estudo com professores que lecionam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG) (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

CALIL, A. M. (2011). *Caracterização da utilização das TICs por professores de matemática e diretrizes para ampliação do uso* (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora.

CARVALHO, V. G. (2011). *Resolução de situações-problema interdisciplinares:* um caminho na formação e prática do professor dos Anos Iniciais da Educação Básica (Dissertação de Mestrado). Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, Rio de Janeiro.

COSTA, C. H. de J. (2006). *Uso das novas tecnologias na educação matemática:* o professor e a webcast (Dissertação de Mestrado). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.

COSTA, M. L. C. (2011). *Colaboração e grupo de estudos:* perspectivas para o desenvolvimento profissional de professores de Matemática no uso de tecnologia (Dissertação de Mestrado). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande.

COSTA, R. C. (2010). *A formação de professores de matemática para uso das tecnologias de informação e comunicação:* uma abordagem baseada no ensino de funções polinomiais de primeiro e segundo graus (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

DUTRA, D. S. A. (2011). *Resolução de problemas em ambientes virtuais de aprendizagem num curso de Licenciatura em Matemática na modalidade EaD* (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

ESTEVES, F. R. (2010). *Discutindo o papel das tecnologias informacionais e comunicacionais na formação de professores de Matemática:* uma proposta para um curso de licenciatura em Matemática na modalidade EaD (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

FELIX, T. F. (2007). *Pesquisando a melhoria de aulas de Matemática segundo a proposta curricular do estado de São Paulo, com a metodologia da Pesquisa de Aulas (Lesson Study)* (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.

ISBN 978-84-945722-3-4

FERREIRA, T. F. (2005). *A disciplina História da Matemática:* Um estudo sobre as concepções do professor do Ensino Superior (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

GOMES, M. I. L. M. (2012). *Avaliação de um Curso de Licenciatura em Matemática, modalidade a distância, de uma Universidade Pública* (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

GONÇALVES, D. C. (2012). *Aplicações das Derivadas no Cálculo I:* Atividades Investigativas utilizando o GeoGebra (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

GUIDINI, S. A. (2010). *O futuro professor de matemática e o processo de identificação com a profissão docente:* estudo sobre as contribuições da prática como componente curricular (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

LASSO, A. A. (2007). *Expectativas de futuros professores de matemática sobre a prática docente* (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

LIMA, W. C. (2010). *Crenças de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental com relação à Matemática e seu ensino e influência prática* (Dissertação de Mestrado). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.

MAGALHÃES, P. D. (2008). *Desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática:* o método estudo e planejamento de lições nos contextos de escola e de ensino (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte.

MAROJA, M. (2007). *Necessidades de formação continuada de professores de matemática e as mudanças provocadas nos sujeitos e nas suas práticas a partir do Programa Teia do Saber* (Dissertação de Mestrado). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.

MAZIERO, L. M. (2011). *Quadriláteros:* construções geométricas com o uso de régua e compasso (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

MECONI JÚNIOR, R. (2010). *Estratégias pedagógicas com uso de tecnologias na formação de professores:* matrizes e determinantes (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

MELO, A. R. F. (2008). *A prática do professor de Matemática permeada pela utilização da calculadora* (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

ISBN 978-84-945722-3-4

MIRANDA, A. O. de. (2008). *Formação de professores para o ensino de geometria em ambientes informatizados:* possibilidades de um trabalho cooperativo (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade católica de Minas Gerais, Belo Horizonte.

MORENO, M. M. B. (2010). *Ensino e aprendizagem de estatística com ênfase na variabilidade:* um estudo com alunos de um curso de Licenciatura em Matemática (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

NOBRE, J. C. (2006). *Estudo sobre propostas de formação de professores para ensinar matemática a crianças das séries iniciais* (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

OLIVEIRA, I. de M. (2008). *Formação de professores de matemática:* um olhar sobre o estágio curricular supervisionado (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

PEREIRA, M. D. (2005). *Um estudo sobre equações:* identificando conhecimentos de alunos de um curso de formação de professores de Matemática (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

PERENTELLI, L. F. (2008). *A prática como componente curricular:* um estudo em cursos de Licenciatura em Matemática (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

QUEIROZ, J. C. G. (2007). *As fontes de saber matemático de professores dos anos iniciais* (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

RANGEL, W. S. A. (2011). *Projetos de Modelagem Matemática e Sistemas Lineares:* Contribuições para a formação de Professores de Matemática (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

RODRIGUES, F. C. (2011). *Laboratório de educação matemática:* descobrindo as potencialidades do seu uso em um curso de formação de professores (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte.

RODRIGUES, I. C. (2006). *Resolução de problemas em aulas de Matemática para alunos de 1ª a 4ª séries do Ensino Fundamental* (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SANT'ANNA, A. (2012). *O uso do lúdico na formação dos professores que ensinam Matemática* (Dissertação de Mestrado). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.

SANTOS, L. dos. (2008). *Mudanças na prática docente:* um desafio da formação continuada de professores polivalentes para ensinar Matemática (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

ISBN 978-84-945722-3-4

SILVA, S. da. (2009). *Professores das séries iniciais em início de carreira:* dificuldades, dilemas e saberes em relação ao ensino da matemática (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SOUZA, A. J. S. (2009*). Dilemas e dificuldades dos professores de Matemática do Ensino Fundamental II em início de carreira* (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SOUZA, L. O. (2010). *Motivações para a escolha da Licenciatura em Matemática e Pedagogia:* um estudo com alunos da PUC/SP E UFMT (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

VERAS, C. M. (2010). *A estatística nas séries iniciais:* uma experiência de formação com um grupo colaborativo com professores polivalentes (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Obs. Mais informações sobre o Projeto desenvolvido em âmbito nacional, bem como a listagem completa das pesquisas que compõem o mapeamento realizado encontram-se disponíveis no E-book "Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina Matemática: período 2001 – 2012", organizado por Fiorentini, Passos e Lima, e publicado em 2016. Disponível em <https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/pf/subportais/biblioteca/fev-2017/e-book-mapeamento-pesquisa-pem.pdf>

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-392

DESCRIÇÃO DAS OBRAS DIDÁTICAS DE ANDRÉ PEREZ Y MARIN

Adriana de Bortoli
adrianadebortoli1@hotmail.com
Faculdade de Tecnologia de Lins, Prof. Antonio Seabra (FATEC-Lins)-BRASIL

Modalidade: CB
Nível Educativo: 3 Medio o Secundario
Núcleo Temático: VIII-Historia social de La educación Matemática em iberoamérica
Palavras-chave: Colégio Culto à Ciência. Livros didáticos. Ensino Secundário. Saberes Escolares.

Resumo
Esta comunicação tem o objetivo de apresentar alguns dos resultados da análise das obras de André Perez y Marin, que fizeram parte dos estudos de doutorado, com o intuito de entender tendências e propostas de ensino que possam ter deixado contribuições para a Educação Matemática brasileira. Dessa forma, investigamos quais os métodos usados pelo autor para a escrita dessas obras. A pesquisa teve como fonte os livros didáticos do referido autor, principalmente, e, decretos, portarias e leis normalizadores do ensino brasileiro. Assim, valendo-se de estudos históricos, apresentamos uma descrição dessas obras no que tange a seleção, distribuição e forma de abordagem de conteúdos. Tal fato nos ajudou a construir conjecturas a respeito da postura do referido autor diante das escolhas assumidas na escrita dos livros didáticos de matemática. Pode-se afirmar que André Perez y Marin, em seus livros, apresentou alguns conceitos matemáticos que não estavam nos programas de ensino vigentes à época, como alguns elementos do cálculo diferencial e integral. Além disso, seus textos apresentam a seleção de alguns conceitos matemáticos que não foram abordados em livros de autores contemporâneos, como o conceito função, por exemplo.

Introdução

Na nossa Tese de doutorado intitulada "Uma Análise Dos Livros De André Perez y Marin: Um Momento Da História Da Matemática Escolar Brasileira No Início Do Século XX" examinamos um conjunto de obras didáticas do referido autor com propósito de entender tendências e propostas de ensino que possam ter deixado contribuições para a Educação Matemática no Brasil. Assim, a análise iniciou-se pela descrição de algumas obras, comparação com decretos e programas de ensino do período, e teve uma extensão com a criação de algumas categorias, a saber: estratégias editoriais, métodos de organização do conhecimento.

ISBN 978-84-945722-3-4

Na primeira categoria, “Estratégias Editoriais”, foram considerados os paratextos editoriais, bem como a produção editorial e políticas de vendagem das obras. Na segunda, “Métodos de organização do conhecimento”, foram caracterizados os métodos analítico e sintético, além de ter sido feita uma comparação dos métodos propostos por Marin com um livro que no período foi considerado preconizador da modernização, *Lições de Aritmética* de Euclides Roxo. Ademais, abordamos os elementos históricos usados e indicados nas obras de André Perez y Marin.

Neste texto, apresentamos um conjunto de obras escritas pelo professor André Perez y Marin, quais sejam: *Aritmética Teorico-Prática*, *Elementos de Álgebra* e, em colaboração com Carlos Francisco de Paula, *Elementos de Geometria,* cuja descrição deu-se pelas escolhas do autor sobre a seleção dos conteúdos, distribuição e forma de abordagem. Esses foram alguns dos itens que usamos para compor a análise de tais obras. Além disso, verificamos se os conteúdos abordados nos referidos livros estavam em conformidade com os programas de ensino e com as reformas ocorridas no período em estudo.

O autor, André Perez y Marin foi um professor de matemática espanhol que exerceu a docência por 52 anos, dos quais 35 foram ministrados no Brasil. Destes, ressalta-se quase a totalidade dedicada ao Ginásio de Campinas (1901-1928), atual Escola Estadual Culto à Ciência, em Campinas (SP), Brasil.

Os livros analisados

O autor publicou dez livros. Seus títulos são*: Elementos de Álgebra*, *Lições de Algebra, Soluções Algebricas*, *Aritmética Teorico-Prática*, *Lições de Aritmética 1ª Parte*, *Lições de Aritmética 2ª Parte, Soluções Arithméticas, Lições de Mecanica e Astronomia* e em colaboração com Carlos Francisco de Paula: *Elementos de Trigonometria Rectilínea e Elementos de Geometria*, cuja descrição, de alguns, será feita a seguir.

Aritmética Teorico-Prática

Essa obra consta da 10ª edição publicada, em 1939, pela Editora Escolas Profissionais Salesianas.

Pelo índice verificamos os seguintes conteúdos: Preliminares, Numeração Decimal; Operações Fundamentais, Sistemas de Numeração; Divisibilidade e Restos, Máximo Divisor Comum e Mínimo Múltiplo Comum, Número Primos; Frações Ordinárias, Cálculo Numérico dos Radicais, Frações Periódicas e Contínuas; Sistemas Metrológicos, Números Complexos; Razões e Proporções, Regra de Três e outras que dela derivam; Números Aproximados e Operações Abreviadas.

Ao observar o índice notamos um critério de organização. Verifica-se uma intenção de avançar o grau de dificuldade a cada parte mencionada. Podemos notar a introdução do conceito numérico, seguido dos tipos de números e toda a descrição do ramo aritmética, algoritmo para depois seguir com as operações numéricas.

Semelhantemente essa constatação foi observada na sequência dos capítulos. Em geral, o texto inicia-se com preliminares do assunto e depois vai avançando, o mesmo

ISBN 978-84-945722-3-4

ocorre com os exercícios. Ademais, começa com exercícios de aplicação do algoritmo e depois apresenta os problemas.
Quanto à abordagem dos conteúdos, observamos que o conceito de número está associado ao conceito de grandeza. O autor define grandeza como sendo tudo que é suscetível de aumento ou de diminuição, quantidade como toda grandeza mensurável que pode ser de dois tipos: contínua, que consta de partes intimamente ligadas entre si e descontínuas agregado de partes distintas.

Abordou as operações fundamentais com apenas um enfoque que foram reunidas em dois grupos, considerados inversos um do outro: o grupo da adição (que chamou de "composição") e o grupo da subtração (que chamou de "decomposição"). Tais operações foram assim agrupadas, pois para o autor, a potenciação pode ser vista como multiplicação de fatores iguais e multiplicação como soma de parcelas iguais. Analogamente, radiciação como divisão de fatores iguais e divisão como subtração de partes iguais.

Inferimos uma preocupação didático-pedagógica do autor, que, apesar de mencionar as operações compostas por seus algoritmos, segui com exemplos que contemplam a ideia intuitiva das operações, pois os números escolhidos para efetuarem as operações, aparecem relacionados a algum objeto. Por fim, consideramos que seu texto não priorizava o uso da memória, embora ele valorize a repetição de exercícios similares.

Elementos de Algebra

A obra analisada é a primeira edição, datada de 1909. Igualmente à obra *Aritmética Teorico-Prática* no que tange à distribuição de conteúdos, temos que esta é dividida em 5 partes, cada parte é divida em capítulos, que possuem itens e subitens.

Assim como verificamos pelo índice de *Aritmética Terico-Prática*, o índice de *Elementos de Algebra* também nos remete a um critério de organização. Nota-se uma intenção de avançar o grau de dificuldade a cada parte mencionada. Essa mesma constatação foi observada na evolução dos capítulos. A obra apresenta, na maioria das vezes, um início com preliminares do assunto e depois vai avançando, o mesmo ocorre com os exercícios. Além disso, inicia com exercícios de aplicação do algoritmo e depois apresenta os problemas.

Considerando a seleção de conteúdos, é possível afirmar que a obra contemplava os conteúdos exigidos pelos programas dos exames, além de dois elementos do cálculo: limites e derivadas.

O cálculo infinitesimal foi recomendado no programa de 1897 (Beltrame, 2000) e havia sido excluído do programa de 1899. Como o livro foi escrito num período em que o programa de referência constava da versão elaborada em 1899, temos que, esses assuntos estavam além da recomendação dos programas vigentes à época, uma vez que o autor selecionou esse conteúdo mesmo sem a obrigatoriedade indicada nos programas oficiais.

Apontando as questões metodológicas podemos perceber uma intenção do autor em assemelhar a escrita da obra *Elementos de Algebra* com o seu primeiro trabalho *Aritmética Teorico-Prática*.

Percebe-se a predominância de abordagem dos conceitos e problemas de forma dedutiva, com uma preocupação em ensinar regras e técnicas. É de se considerar um nível de abstração e formalização elevado. As definições e notações são apresentadas

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

essencialmente logo no início do texto: equação, função, fórmula, notação algébrica, quantidades negativas, expressões algébricas seguidas de seus termos.

Notamos no período em estudo que o conceito de função não era comumente tratado pelos autores de livros de Álgebra, conforme considerado no trabalho de doutorado de Bruno Alves Dassie (2008), em que o autor analisa os livros didáticos de matemática para a escola secundária na primeira metade do século XX e, nos livros anteriores a 1929, ele não menciona a abordagem do conceito de Função, em nenhum dos textos por ele analisados. Dassie (2008, p.151) afirma que, "*problemas de máximo e mínimo* podem ser considerados como aplicações dos conteúdos tratados. Em alguns livros, nesta parte, alguns problemas propostos são contextualizados e outros articulados com a geometria".

Assim sendo, traçamos um paralelo com a obra de Perez y Marin (1909) que também versava sobre esses problemas de máximos e mínimos e que também aventou uma relação com a geometria, mesmo sem exibir gráfico. Inferimos que Perez y Marin abordou tal assunto em decorrência de sua crença no cientificismo advinda de uma herança da Reforma Benjamin Constant, de 1890, que introduziu o item função, além de outros elementos do Cálculo Diferencial e Integral.

Finalmente, segundo Longen (2007), o assunto matemático Função representou, no início do século XX, o tópico por meio do qual seria possível a unificação dos vários ramos da Matemática, ou seja, a ideia de que tal conceito poderia estar presente nas várias partes do currículo de Matemática. Ressaltamos que essa não foi uma opção metodológica do autor. A ideia unificadora de que, pelo assunto Função, iria perpassar os diferentes ramos da matemática não foi por Perez y Marin trabalhada. De qualquer maneira, chamamos a atenção para a seleção do conceito no livro de Perez y Marin, uma vez que este assunto não constava em vários livros didáticos do período.

Elementos de Geometria

Esse livro é uma publicação de André Perez y Marin com um colega de profissão, também professor do Colégio Culto à Ciência, Carlos Francisco de Paula.

Considerando as características de seleção e distribuição, a obra está dividida em Geometria Plana e Geometria Espacial. Em Geometria Plana, há três partes e cada parte de três capítulos. Já em Geometria Espacial, também há três partes, mas cada uma apresenta dois capítulos.

Pela observação do índice, há um critério de seleção e de organização dos conteúdos que inclusive foram considerados pelos autores no prefácio da obra. Nota-se uma intenção de avançar o grau de dificuldade a cada parte mencionada, além de seguirem uma ordem que foi por eles considerada mais racional, qual seja: em Geometria Plana apresentam primeiramente as figuras rectilineas e, posteriormente as figuras circulares e, analogamente, em Geometria Espacial, escreveram o texto apresentando os corpos terminados por superfícies planas e depois corpos redondos.

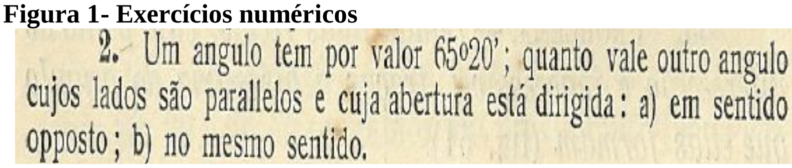
Uma vez mais, considerando o aspecto metodológico, segundo Almeida (2008), a obra apresenta inovações no texto escolar diante da comparação que a autora fez com obras contemporâneas. Tais inovações estão pautadas em notas explicativas e históricas e também na introdução de exercícios que, segundo a mesma autora, a referida obra é uma das primeiras a ter essa abordagem, no que tange ao período analisado.

ISBN 978-84-945722-3-4

Sobre as notas históricas, aparecem em maior quantidade em relação às notas explicativas, e, em sua maioria, apresentam uma característica informativa com a associação de nomes, fatos e datas.

Valente (1999) afirma que a matemática escolar se modifica e, aos poucos, a lição vai dando lugar também ao exercício dentro dos textos didáticos de matemática. Essa mudança diz respeito aos aspectos didáticos do texto e pode ser notada no livro *Elementos de Geometria*, de Perez y Marin e Carlos Francisco de Paula, publicado em 1912 que, ao final de cada capítulo, apresenta uma lista de exercícios com três vieses: Teoremas a demonstrar, problemas a resolver e exercícios numéricos, conforme exemplo a seguir:

Figura 1- Exercícios numéricos


2. Um angulo tem por valor 65º20'; quanto vale outro angulo cujos lados são parallelos e cuja abertura está dirigida: a) em sentido opposto; b) no mesmo sentido.

Fonte: *Elementos de Geometria*, p.34

Com isso, percebemos aspectos do livro com características que vão ao encontro de um saber destinado a alunos, uma vez que desde o início do século XX, os livros didáticos passam, em sua maioria, a incluir os exercícios junto da teoria escolar.

Verifica-se que os autores, nesse livro, apresentam uma estrutura teorema-problema, estrutura dedutiva e, segundo Almeida (2008), esse formato possui um caráter mais esquematizado em relação a outros livros da época, pois apresenta a estrutura: hipótese, tese e demonstração, características que, segundo Almeida, só apareceram em livros bem mais recentes, dos anos 90. Em sua Tese, a autora constatou que alguns autores apresentavam apenas a etapa Hipótese, como O Marquês de Paranaguá; outros, apenas a etapa These, como Timotheo Pereira, por exemplo.

Embora os autores tenham apresentado suas grandes preocupações com o método de ensino, também foi possível observar o objetivo de não deixar o texto aquém em relação às obras, internacionalmente produzidas, de acordo com a seguinte afirmação: "[...] nos foi preciso vencer grandes obstáculos para que este trabalho não ficasse inferior em sua feição material aos melhores que deste gênero se publicam no estrangeiro[32]" (Perez y Marin; Paula, 1912, prefácio).

[32] Sublinhado nossos.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Apesar de não termos acesso a essas publicações, podemos inferir que os autores tinham conhecimento das obras didáticas que estavam sendo publicadas em outros países.

No que tange à abordagem de conteúdos, Perez y Marin e Paula (1912), utilizam desde o início do livro a seguinte sequência: teorema, seguido de suas demonstrações e corolários. Percebe-se uma forte preocupação com o rigor matemático, ou seja, nesse livro não há nenhum apelo à intuição geométrica, tão pouco tem como objetivo o ensino de geometria ligado à sua finalidade prática; e revela seus fundamentos num modelo euclidiano de teorema-problema[33], baseado numa forma axiomática-dedutiva. Esse formato segundo Fiorentini, Miguel e Miorim (1992) está assim organizado desde o século III a.C. e inspirada nos *Elementos* de Euclides.

Comentários finais

O exame dos três livros indica uma organização com a intenção de avançar o grau de dificuldade tanto com relação à exposição da teoria quanto à proposta de exercícios.

Verifica-se também, que os conceitos foram abordados predominantemente de forma dedutiva. Houve uma preocupação em ensinar regras e técnicas, observa-se um nível de formalização e abstração elevado. Contudo, houve também uma preocupação em introduzir exercícios que fizessem parte do cotidiano dos alunos.

É possível afirmar, quanto à seleção dos conteúdos, que as obras contemplavam as recomendações oficiais que foram propostas no período. Mas, alguns conceitos foram publicados nas obras de Marin, mesmo sem fazer parte dos programas, como exemplo, alguns elementos do cálculo[34].

Embora não conhecemos as razões que Perez y Marin teve para a introdução desses conceitos matemáticos, destacamos a seleção desses conteúdos que, em geral, era sempre a mesma recomendada pelos programas oficiais de ensino.

Sobre o conceito função, sabemos que representou no início do século XX, o tópico por meio do qual seria possível a unificação dos vários ramos da Matemática e que esta foi uma das grandes transformações no ensino secundário brasileiro no que tange à Matemática, por essa razão, destacamos a obra de Perez y Marin por apresentar um assunto de tamanha relevância. Contudo, a abordagem desse tema pelo autor não foi feita como um elemento unificador, apesar de ele ter feito uma articulação entre os ramos da matemática como: aritmética e álgebra, geometria e álgebra, com outros conceitos matemáticos, fato que também não era muito praticado pelos autores de livros didáticos daquela época.

Finalmente consideramos que, em suas obras verificamos notas explicativas e também elementos da história da matemática, que em sua maioria deu-se pelo formato de notas de rodapé que constam de observações ou de comentários acerca de temas e de personagens da história da matemática. Ademais, sobre o aspecto metodológico, temos inovações no texto escolar, conforme apresentamos na descrição da obra de geometria, que

[33] Essa terminologia "teorema-problema" foi usada por Almeida (2008) em sua tese de doutorado no capítulo em que trata "A Demonstração no ensino brasileiro: os *elementos de geometria*".

[34] Atualmente chamado de Cálculo Diferencial e Integral.

ISBN 978-84-945722-3-4

apresentou a introdução de exercícios, considerada Almeida (2008), uma das primeiras a ter essa abordagem, no que tange ao período analisado.

Referências

Almeida, R.C.M. (2008). *Análise de demonstrações em geometria plana em livros-texto no Brasil a partir do século XIX*. Tese de doutorado em Educação – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Beltrame, J. (2000). *Os programas de ensino de matemática do Colégio Pedro II: 1837-1932*. Dissertação de mestrado em Matemática – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Dassie, B. A. (2008). *Euclides Roxo e a constituição da Educação Matemática no Brasil.* Tese de doutorado em Matemática – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Fiorentini, D. Miguel, A. Miorin, A. (1992). Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo?. *Pro-posições.* Vol 3, nº1. Recuperado de http://www.proposicoes.fe.unicamp.br/~proposicoes/textos/7-artigo-miguela.pdf. Consultado 04/04/ 2014.

Longen, A. (2007). *Livros didáticos de Algacyr Munhoz Maeder sob um olhar da Educação Matemática.* **T**ese de doutorado em Educação – Departamento de Educação, Universidade Federal do Paraná.

Perez y Marin, A. (1939). *Aritmética Teorico-Prática.* (1a ed.). São Paulo: Escolas Profissionais do Lyceu Coração de Jesus.

__________________. (1909). *Elementos de Algebra.* (1a ed.). São Paulo: Escolas Profissionais Salesianas.

Perez y Marin, A; Paula, C.F. (1912). *Elementos de Geometria.* São Paulo/Rio de Janeiro: Editores Proprietários Weiszflog Irmãos.

Valente, W. R. (1999). *Uma história da matemática escolar no Brasil (1730 –1930).* (1a ed.). São Paulo: Annablume, FAPESP.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-394

IMPLICAÇÕES DAS POLÍTICAS DE AVALIAÇÃO EXTERNA PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Bruno Damien da Costa Paes Jürgensen – Mara Regina Lemes De Sordi
brunojurgensen@gmail.com – maradesordi@uol.com.br
Universidade Estadual de Campinas - Brasil

Núcleo temático: Investigação em Educação Matemática
Modalidade: CB
Nível educativo: Médio ou secundário (12 a 15 anos)
Palavras chave: Reformas Educacionais; Avaliação Externa; Educação Matemática.

Resumo

A partir da década de 1990, no Brasil, diversas reformas educacionais foram levadas a cabo, com viés empresarial e neoliberal, subvertendo-se os fins da educação para favorecer a ação do capital em oposição à formação para a emancipação humana. Essas reformas intensificaram os mecanismos de controle sobre as escolas e tem usado a avaliação em larga escala como mecanismo indutor de qualidade, entendida como atributo universalmente aceito; ranqueamentos se sucedem e tem gerado formas de responsabilizar cada vez mais os atores escolares (Freitas, 2012; Ravitch, 2011). Como consequência, currículos têm sido delineados a partir das matrizes de referência dos testes padronizados, práticas têm sido conformadas para treinar estudantes para os testes, há aberturas para fraudes em exames, competições entre escolas e docentes entre outros (Freitas, 2012; Ravitch, 2011). Este trabalho visa discutir as implicações do modelo de avaliação em larga escala ora hegemônico para a educação matemática, tendo em vista os percalços acima citados. Tais repercussões não são apenas tangentes à educação matemática, pois nesse cenário, práticas alternativas e preocupadas com uma educação matemática socialmente relevante e emancipatória do indivíduo (Skovsmose, 2014) também podem estar afetadas esmaecendo os mecanismos de luta por uma formação humana.

O objetivo deste trabalho é realizar uma discussão, no campo teórico, sobre as repercussões que as políticas de avaliação externa podem ter sobre a educação matemática.

Existe um falso consenso sobre a necessidade de avaliações em larga escala, cujos resultados podem ser comparados. Esse consenso foi construído, sobretudo, por alguns organismos multilaterais internacionais, como a Organização Para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE) e o Banco Mundial, que introduziram, por meio de seus discursos sobre o papel central da educação no desenvolvimento econômico e na

ISBN 978-84-945722-3-4

democratização, tal necessidade (Pettersson, Popkewitz & Lindblad, 2016). Observa-se, no entanto, que tais avaliações estão relacionadas com o intuito de reformar os sistemas de ensino, pois seus resultados são utilizados para estimular e induzir o sentido destas.

Sobre as reformas educacionais, Popkewitz (1997) alerta que elas não devem ser entendidas como, necessariamente, melhoria ou mudança positiva da educação, como muitas vezes seus propagadores querem fazer acreditar. Ao contrário, para esse autor, a reforma educacional é vista como um meio para a regulação social, através do ajuste das práticas pedagógicas às demandas sociais, políticas e econômicas de uma sociedade em constante transformação.

No caso da educação brasileira, desde a década de 1990, as reformas têm sido encabeçadas por setores conservadores e do mundo dos negócios - os reformadores empresariais (Ravitch, 2011), aliados ao Estado - que têm despendido esforços para que haja maior ênfase nos processos de gerenciamento, com controle do processo e foco nos resultados, valendo-se da avaliação em larga escala como instrumento por excelência para esse fim (Freitas, 2012).

Nesse sentido, os reformadores têm mobilizado os objetivos educacionais na direção da prevalência do mercado como balizador das relações sociais. Sendo assim, o controle do processo incide sobre os sujeitos, que tornam-se cada vez mais disciplinados, competitivos e eficientes. Existe, enfim, uma subversão da relação entre meios e fins da educação, que faz emergir como objetivo final das reformas, estratégias educacionais para a eficiência e qualidade da aprendizagem (Popkewitz, 1997).

Cabe ressaltar que, nesse contexto, a ideia de qualidade está relacionada às ideias e valores neoliberais e de mercado, que são distintos dos presentes na organização de serviços sociais ou educacionais (Sousa, 2003). Posto isto, as avaliações tendem a realçar a noção de qualidade almejada pelo campo econômico, dispondo de parâmetros de comparabilidade por meio de testes, hierarquizações e estandardizações (Silva, 2009).

Como nas sociedades contemporâneas as diferenças não podem mais ser justificadas e legitimadas com base em características do indivíduo ou condições prévias de sua trajetória de vida - como condições socioeconômicas, de raça e de gênero, por exemplo - , Pettersson, Popkewitz e Lindblad (2016) afirmam que, dentro de uma sociedade liberal, os ideais

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

meritocráticos surgiram exatamente para preencher essa lacuna; a hierarquiação de indivíduos é feita de acordo com seu mérito individual.

Desse modo, a meritocracia é respaldada no meio educacional pelos dados gerados a partir da performance dos indivíduos em avaliações, posto que, pela lógica liberal, basta que exista a igualdade de oportunidades e de acesso à educação. Entretanto, há registros (Freitas, 2012; Dalben, 2012) de que igualdade de acesso não implica em igualdade de resutados, além de que certas caracteristicas prévias dos estudantes, como o nível socioeconômico e seu capital cultural, contribuem, de fato, com o desempenho escolar, sobretudo nas disciplinas que são alvo das avaliações, como língua portuguesa e matemática.

O desempenho individual nos exames, é utilizado, posteriormente, para materializar índices de qualidade da educação. Eles são a ferramenta por excelência utilizada pelo discurso meritocrático liberal, pois são vistos como fruto de mecanismos objetivos e neutros - excluindo da discussão questionamentos acerca dos interesses de quem realiza a medição, o que deve ser medido, etc. (Petterson, Popkewitz & Lindblad, 2016). É uma forma segura de camuflar os interesses subjacentes aos mecanismos de testagem e de reforma da educação.

Mas, para que as avaliações em larga escala ganhem força, legitimidade e ainda sirvam como instrumento regulador do ensino, é necessário que haja a uniformização do currículo, materializada por meio do estabelecimento de um currículo comum (Apple, 2013).

Essa estratégia possibilita "a criação de um procedimento que pode supostamente dar aos consumidores escolas com *selos de qualidade* para que as *forças de livre mercado* possam operar em sua máxima abrangência" (Apple, 2013, p. 88).

Não por acaso, a matemática encontra um lugar de destaque nos currículos escolares, pois essa disciplina é considerada de *alto padrão*, essencial para o progresso científico, tecnológico e, consequentemente econômico (Apple, 2013). Sendo assim, como o conhecimento matemático é utilizado em outras ciêncas e possibilita o progresso científico e tecnológico, os fins da educação matemática podem estar perpassados pelos ideias citados anteriormente, atrelando a "boa" educação matemática ao desenvolvimento econômico de uma nação. Desse modo, não causa estranhamento o fato de ela ser um dos principais alvos de avaliação nas diversas provas existentes.

As primeiras avaliações em larga escala, concebidas e realizadas durantes as décadas de 1950 e 1960 pela *International Association for the Evaluation of Educational Achievement*

ISBN 978-84-945722-3-4

(IEA), incidiam justamente sobre a disciplina de matemática, no âmbito do *First International Mathematic Study (FIMS)*, cujo objetivo era medir a eficiência e produtividade de diferentes práticas e sistemas de ensino (Bloom, 1969).

Desde então, vários países têm adotado mecanismos de avaliação da qualidade da educação, dentre eles o Brasil, que conta com um sistema de avaliação nacional - o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) - e mecanismos de avaliação descentralizados, realizados por estados e municípios, como é o caso do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP).

O SAEB é considerado uma avaliação de caráter diagnóstico da educação nacional, cujos resultados não trazem consequências mais diretas para as escolas e atores sociais envolvidos com o processo de ensino e aprendizagem. No caso do estado de São Paulo, entretanto, a partir de 2008, o processo de reforma educacional trouxe consigo uma nova proposta curricular, materiais de apoio para professores e alunos, além de uma política de bonificação com base nos resultados obtidos pelos estudantes nos testes de língua portuguesa e matemática.

Ravitch (2011) e Freitas (2012), já alertaram para os riscos que a educação pública como um todo corre sob esse tipo de polítca de responsabilização verticalizada. Sendo assim, pode-se afirmar que há também consequências para o ensino de matemática, que serão discutidas a seguir.

A primeira delas, seria a *padronização de currículos e práticas de ensino*. Esta consequência é mais direta, pois a construção de um currículo padronizado é essencial para que se operem os mecanismos de testagem. Tem-se como exemplo, o caso do estado de São Paulo citado acima. Garantir um currículo comum, tem sua importância, por um lado, visto que é possível assegurar que os estudantes adquiram conhecimentos que foram historicamente construídos; que são úteis para o seu cotidiano e para o trabalho; que podem contribuir para o desenvolvimento de funções psicológicas e até mesmo, para compreender e criticar o funcionamento da sociedade (Greer, 2009; Atweh, 2009).

No entanto, tendo em vista que a elaboração de um currículo não é um processo neutro e desinteressado, é preciso cuidar para que não se criem currículos mínimos, que relegam à população - em geral mais carente - o aprendizado do *básico* (Freitas, 2012). É necessário questionar a qual *básico* se refere e que tipo de pessoa se deseja formar. Na ótica

ISBN 978-84-945722-3-4

dos reformadores empresariais da educação, o *básico*, em geral, é o necessário para compor a mão de obra que o mercado suscita.

Outras consequências seriam a *desqualificação do professor* e *o adestramento de estudantes*. Num cenário em que os testes são imperativos e seus resultados podem assegurar bonificações ou sanções, Ravitch (2011) aponta para uma prática que se configura dentro das escolas denominada de *ensino para o teste*. Do modo como são concebidas e colocadas em prática, as avaliações externas tendem a submeter o ensino de matematica à lógica dos exames e das provas objetivas, tomando a aferição como modelo para o desenvolvimento de habilidades, de modo a treinar o raciocínio e a destreza do aluno para a solução destas questões (Santos, 2009).

Decorrem dessa situação, um empobrecimento das experiências matemáticas de estudantes e a desqualificação do trabalho do professor, pois este, além de ter seus saberes e vivências descartados do processo educacional, é colocado numa condição de "preparador dos alunos para os exames, de espectador do processo avaliativo, que passa a ser realizado fora do âmbito de suas práticas didático-pedagógicas" (Valente, 2012, p. 37).

Essa estratégia ganha corpo como um mecanismo de defesa perante a constante responsabilização por maus resultados. Alguns estudos (Corrêa, 2008; Pinto, 2011; Rodrigues, 2011; Catanzaro, 2012; Menegão, 2015) apontam que os professores sentem-se pressionados para adestrar os alunos, defrontando-se com dificuldades para encontrar alternativas para o cumprimento das metas propostas pelos organismos oficiais. Além disso, apesar dos altos investimentos, os programas para o enfrentamento das dificuldades das escolas necessitam de maior apoio e responsabilização compartilhada com o Estado, no sentido de favorecer espaços para que o coletivo escolar estabeleça metas mais compatíveis com as realidades e necessidades das escolas e comunidades.

A padronização de currículos e práticas, e o adestramento dos estudantes, estão relacionados com outra consequência: o *favorecimento do ensino tradicional de matemática*. Visto que o adestramento dos estudantes, tem também como finalidade prepará-los para seguir regras e normas de conduta sociais (Popkewitz, 2004; Pais, 2009), Skovsmose (2014) alerta que tal propósito é atingido por meio do ensino tradicional de matemática. Neste modelo de ensino, segundo o autor, há uma hipertrofia das práticas que se apoiam sobre a execução de exercícios que limitam a criatividade e a capacidade de crítica do estudante,

ISBN 978-84-945722-3-4

servindo como mecanismo de controle, já que não é possível discutir soluções e meios para encontrá-las; "toda a informação está à disposição, e os alunos podem permanecer quietos em suas carteiras resolvendo exercícios" (Skovsmose, 2014, p. 17).

Essa ideia, corroborada por Popkewitz (2004), reitera uma concepção de que "saber" matemática significa "saber fazer" matemática, deslocando o foco do ensino dessa disciplina, do processo de descoberta e reconstrução da lógica matemática para a aplicação de seus procedimentos, reduzindo o espaço destinado às investigações.

Ademais vários outros questionamentos são apresentados por Skovsmose (2014) acerca dos interesses por trás do fortalecimento de um ensino tradicional de matemática:

> Será que o ensino de matemática tradicional contribui para embutir nos alunos uma obediência cega que os habilita a participar de processos de produção em que a execução de ordens sem questionamento é um requisito essencial? Será que tal obediência é uma condição necessária para o funcionamento de tantos postos de trabalhos existentes, e o papel do ensino de matemática tradicional na sociedade é justamente ajudar a estabelecer essa condição? Será que uma obediência cega, da qual faz parte certa submissão ao regime de verdades, alimenta a apatia social e política que tanto é apreciada pelas forças do mercado de trabalho? Será que esse tipo de obediência contempla perfeitamente as prioridades do mercado neoliberal, em que a produção sem questionamento atende às demandas econômicas? (Skovsmose, 2014, p. 17)

Esses questionamentos fazem sentido frente às reformas que têm sido colocadas em andamento, no Brasil e em outros países. Greer (2009) evidencia essa tendência mundial, ao dizer que existe uma ênfase cada vez maior no "treinamento matemático" dos estudantes, para que estes façam parte de um cenário economicamente competitivo cada vez maior.

Por fim, têm-se a *acentuação das desigualdades* entre os estudantes. As reformas educacionais, do modo como são concebidas e por meio das avaliações em larga escala, acentuam problemas de inclusão e exclusão, através de discursos meritocráticos, que dissimulam a realidade para justificar a desigualdade "no interior de conjunturas pautadas idealmente no igualitarismo, como no caso da democracia" (Silva, 2013, p. 203).

O paradigma da inclusão e exclusão é apresentado por Popkewitz (2004), que assinala que os currículos estandardizados de matemática, em geral, trabalham com a ideia da existência de tipos diferentes de estudantes: aqueles que são capazes de aprender e resolver

ISBN 978-84-945722-3-4

problemas e, consequentemente, aqueles são incapazes, ou que estão em desvantagem. Nesse sentido, para o autor, existe um discurso que reforça a ideia de valores estabelecidos que diferenciam e classificam o que a criança é ou deveria ser. O autor cita, como exemplo dessa diferenciação, o documento *Principles and Standards of School Mathematics,* produzido pelo National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). Nele, os estudantes que não satisfazem os critérios daqueles que são capazes de aprender, são autônomos e capazes de solucionar problemas, em geral são pobres, estrangeiros, deficientes, do sexo feminino, afrodescendentes, e categorizados como estudantes de *baixa expectativa* (NCTM, 2000). Ou seja, embora todos estejam incuídos no sistema escolar, sempre haverá duas categorias de estudantes.

Quando a educação e a educação matemática são reduzidas àquilo que pode ser medido, seus fins também são reduzidos, prevalecendo o que uma parcela da sociedade - responsável pelas reformas - considera como habilidades, normas e valores desejados para o aprendizado dos jovens (Pettersson, Popkewitz & Lindblad, 2016), deixando de lado componentes importantes para sua formação humana integral. As consequencias sociais e éticas não podem ser menosprezadas.

Referências bibliográficas

Apple, M. (2013) A política do conhecimento oficial: faz sentido a ideia de um currículo nacional? In. Moreira, A. F. B. & Silva, T. T. (orgs). *Currículo, cultura e sociedade* (12a ed., Cap. 3, pp. 71-106). São Paulo: Cortez.

Atweh, B. Ethical responsability and the "what" and "why" of mathematics education in a global context. In: Ernest, P., Greer, B. & Sriraman, B. (eds). *Critical issues in mathematics education.* (Cap. 2, pp. 7-18). Charlotte, NC: IAP, Inc.

Bloom, B. (1969). *Cross-National Study of Educational Attainment*: stage I of the IEA investigation in six subject areas. Final Report. Volume I. Chicago: University of Chicago.

Catanzaro, F. O. (2012). *O programa São Paulo Faz Escola e suas apropriações no cotidiano de uma escola de ensino médio.* Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.

Corrêa, L. M. (2008). *As concepções de professores de matemática de 5ª série do ensino fundamental sobre sua prática e os resultados do SARESP 2005*. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, SP, Brasil.

ISBN 978-84-945722-3-4

Dalben, A. (2012). Avaliações de desempenho do aluno para a atribuição de sanções e bonificações à escola e ao professor. *Anais do Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino (ENDIPE)*, Campinas, SP, Brasil, 16.

Freitas, L. C. de (2012). Os reformadores empresariais da educação: da desmoralização do magistério à destruição do sistema público de educação. *Educ. Soc.*, 33(119), 379-404. Recuperado em 26 de novembro, 2016, de http://www.cedes.unicamp.br.

Greer, B. (2009). What is mathematics education for? In: Ernest, P., Greer, B. & Sriraman, B. (eds). *Critical issues in mathematics education.* (Cap. 1, pp. 3-6). Charlotte, NC: IAP, Inc.

Menegão, R. C. S. G. (2015). *Impactos da avaliação externa no currículo escolar:* percepções de professores e gestores. Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.

Pais, A. (2009). The tension between what mathematics education should be for and what it is actually for. In: Ernest, P., Greer, B. & Sriraman, B. (eds). *Critical issues in mathematics education.* (Cap. 8, pp. 53-60). Charlotte, NC: IAP, Inc.

Pettersson, D., Popkewitz, T. S., & Lindblad, S. (2016). On the Use of Educational Numbers: Comparative Constructions of Hierarchies by Means of Large-Scale Assessments. *Espacio, Tiempo y Educación*, 3(1), 177-202. Recuperado em 2 de Abril de 2017 de http://dx.doi.org/10.14516/ete.2016.003.001.10

Pinto, M. A. R. (2011). *Política pública e avaliação:*o SARESP e seus impactos na prática profissional docente. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual Paulista, Franca, SP, Brasil.

Popkewitz, T. S. (1997). *Reforma educacional:*uma política sociológica - poder e conhecimento em educação. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

Popkewitz, T. S. (2004). The alchemy of the mathematics curriculum: inscriptions and the fabrication of the child. *American Educational Research Journal*, 41(1), pp. 3-34.

Ravitch, D. (2011). *Vida e morte do grande sistema escolar americano:* como os testes padronizados e o modelo de mercado ameaçam a educação. Porto Alegre: Sulina.

Rodrigues, R. F. (2011). *Usos e repercussões de resultados do SARESP na opinião de professores da rede estadual paulista*. Dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.

Santos, V. de M. (2009). A relação e as dificuldades dos alunos com a matemática: um objeto de investigação. *Zetetiké*, 17(57), pp. 57-94.

ISBN 978-84-945722-3-4

Silva, A. (2013). *Meritocracia, educação e matemática: um estudo relacional*. Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.

Silva, M. A. (2009). Qualidade social da educação pública: algumas aproximações. *Cad. Cedes*, 29(78), 216-226. Recuperado em 26 de Nov. 2016 de http://www.cedes.unicamp.br.

Skovsmose, O. (2014). *Um convite à educação matemática crítica*. Campinas, SP: Papirus.

Sousa, S. M. Z. L. (2003). Possíveis impactos das políticas de avaliação no currículo escolar. *Cadernos de Pesquisa*, 1(119), 175-190.

Valente, W. R. (2012). Apontamentos para uma história da avaliação escolar em matemática. In: Valente, W. R. (org). *Avaliação em matemática:* história e perspectivas atuais. (2a. ed., Cap. 1, pp. 11-38). Campinas, SP: Papirus.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-397

TRABAJO CON FUNCIONES EN EDUCACIÓN PRIMARIA: UNA PROPUESTA EDUCATIVA Y UNA LÍNEA DE INVESTIGACIÓN

María C. Cañadas – Marta Molina – Antonio Moreno – Aurora del Río –
Rodolfo Morales – Rafael Ramírez
mconsu@ugr.es – martamg@ugr.es – amorenoverdejo@gmail.com – adelrio@ugr.es –
alefut7@hotmail.com – rramirez@ugr.es
Universidad de Granada, España

Núcleo temático: Investigación en Educación Matemática
Modalidad: CB
Nivel educativo: Educación Primaria
Palabras clave: pensamiento algebraico, pensamiento funcional, educación primaria, *early algebra*

Resumen

Presentamos una línea de investigación que se enmarca en la propuesta curricular early algebra*, en la que venimos trabajando desde 2014, dentro de dos proyectos de investigación I+D del Ministerio de Economía y Competitividad del Gobierno español (EDU2013-41632-P, EDU2016-75771P). El objetivo principal de esta línea es indagar en el pensamiento funcional de estudiantes de Educación Primaria en un contexto de resolución de problemas que involucra funciones lineales. El pensamiento funcional es un componente del pensamiento algebraico que implica construir, describir, representar y razonar con y sobre funciones y sus elementos. Implementamos varias sesiones en aulas de diferentes cursos de educación primaria en las que se trabaja en pequeños grupos y en gran grupo, en función de las características de los estudiantes. En este trabajo describimos problemas utilizados y su implementación. Seleccionamos problemas que han permitido evidenciar la capacidad de los estudiantes para trabajar con nociones implicadas en las funciones como contenido matemático, identificar relaciones entre variables y generalizar por medio de diferentes sistemas de representación.*

Introducción

En la actualidad, en diferentes países (e.g., Australia, Canadá, China, Corea, Estados Unidos, Japón, Portugal) se está apostando por la inclusión de elementos algebraicos en el currículo de las matemáticas escolares desde la Educación Primaria (Merino, Cañadas y Molina, 2013). Esta propuesta curricular, que viene avalada desde la investigación, se denomina *early algebra*. Parte de una visión longitudinal de la enseñanza del álgebra escolar, comenzando desde la Educación Infantil. El interés de paliar las conocidas dificultades que los estudiantes

ISBN 978-84-945722-3-4

manifiestan en el aprendizaje del álgebra lleva a proponer la integración del pensamiento algebraico en niveles previos (Molina, 2009).

En este marco centramos nuestra atención en una componente del pensamiento algebraico: el pensamiento funcional. Estudios empíricos evidencian la capacidad de estudiantes de Educación Primaria para aprender y comprender nociones funcionales, y usar diferentes representaciones para resolver problemas que involucran variables (e.g., Brizuela y Schliemann, 2003). En España, la ley de Educación LOMCE ya hace mención a este tipo de pensamiento al señalar el objetivo de conseguir que, al acabar la Educación Primaria, todo el alumnado sea capaz de describir y analizar situaciones de cambio, encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas en contextos numéricos, geométricos y funcionales, valorando su utilidad para hacer predicciones (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2014).

Pensamiento funcional en Educación Primaria

El pensamiento funcional puede caracterizarse como el proceso de construcción, descripción y razonamiento con y acerca de las funciones; y está constituido por tópicos, procedimientos y relaciones que involucran a las funciones (Blanton, Levi, Crites y Dougherty, 2011; Cañadas y Castro, 2016). Por tanto, las funciones son el contenido matemático central del pensamiento funcional. Las cantidades variables, las relaciones funcionales, la generalización, la resolución de problemas, los sistemas de representación se consideran elementos clave para el desarrollo del pensamiento funcional desde los primeros cursos. Además, este tipo de pensamiento incluye realizar generalizaciones sobre relaciones entre cantidades que covarían y expresarlas mediante diferentes sistemas de representación (palabras, símbolos, tablas o gráficos; entre otros). También requiere razonar con distintas representaciones para analizar el comportamiento de las funciones (Blanton et al., 2011; Cañadas, Brizuela y Blanton, 2016).

En el enfoque del *early algebra* "no se trata de introducir las funciones en niveles educativos previos tal y como se trabajan en educación secundaria, sino de aprovechar el potencial de este contenido matemático para promover capacidades en los niños que les sean útiles para el razonamiento en general y el matemático en particular, tanto en el nivel educativo en el que se encuentran como en los sucesivos" (Cañadas y Molina, 2016, p. 210). Conocer las capacidades de los estudiantes de cursos inferiores a la educación secundaria relativas al

ISBN 978-84-945722-3-4

pensamiento funcional puede ayudar al desarrollo de conocimientos relacionados con otros contenidos en esos cursos y en cursos superiores (Blanton y Brizuela, 2011). La atención al desarrollo de pensamiento funcional en la Educación Primaria puede contribuir a enriquecer las matemáticas propias de esta etapa a la vez que permite a los estudiantes disponer de más tiempo para desarrollar este tipo de pensamiento y la comprensión de las representaciones asociadas.

Estudios previos

Estudios previos, desarrollados en su mayoría en Estados Unidos y Australia, ponen en entredicho las limitaciones que tradicionalmente se han supuesto a la capacidad de los estudiantes de Educación Primaria para el trabajo con elementos algebraicos. Evidencian las capacidades de dichos estudiantes para razonar sobre funciones, identificar relaciones, e incluso generalizar; y muestran que experiencias tempranas con tareas que involucran relaciones funcionales contribuyen al aprendizaje formal posterior de estas nociones (e.g., Brizuela y Martínez, 2012; Molina, Ambrose y del Rio, en prensa). Diversos estudios concluyen que los estudiantes de Educación Primaria pueden desarrollar una variedad de representaciones para razonar sobre funciones. Pueden describir verbalmente y con símbolos, la covariación y la correspondencia de datos, y utilizar diferentes sistemas de representación para modelizar (e.g., Brizuela y Schliemann 2003; Pinto, Cañadas, Moreno y Castro, 2016). Estudios como el de Mason, Stephens y Watson (2009) ponen de manifiesto la capacidad de estudiantes de Educación Primaria para identificar propiedades generales a partir de situaciones particulares en las que existe una relación entre dos cantidades cambiantes. Mediante un estudio longitudinal, Brizuela y Martínez (2012) confirman que experiencias tempranas con tareas que involucran relaciones funcionales son positivas a largo plazo. Las autoras concluyen que estos estudiantes manejan un lenguaje matemático caracterizado por el uso de letras, para representar variables y cantidades generalizadas con fluidez. La mayoría de los estudios citados destacan la necesidad de profundizar en los diferentes elementos del pensamiento funcional mencionados.

Los estudios citados tienen objetivos diversos de investigación en el contexto del pensamiento funcional, entre los que destacamos la generalización, los sistemas de representación, las relaciones funcionales o las estrategias. La mayoría de ellos se centran en lo que los estudiantes hacen o aprenden; y son pocos los que abordan el trabajo del profesor.

ISBN 978-84-945722-3-4

Desde el punto de vista matemático, todas las referencias consultadas se centran en la función directa; en cambio, pocos abordan la relación inversa, en la que los roles de las variables (dependiente e independiente se intercambian respecto a la relación directa).

Foco de nuestra investigación

En nuestra investigación, seguimos los dos focos de interés que plantean Cañadas y Molina (2016): el punto de vista investigador y el docente. Articulamos nuestros objetivos en torno a estos dos focos:

1. Describir el pensamiento funcional que ponen de manifiesto estudiantes españoles de Educación Primaria.
2. Desarrollar materiales, problemas y estrategias que favorezcan el desarrollo de pensamiento funcional y la superación de los obstáculos que identificamos como limitantes.

En este trabajo abordamos parcialmente el segundo objetivo, centrándonos en describir problemas, materiales y cómo se llevaron al aula para evidenciar el pensamiento funcional con estudiantes de Educación Primaria.

Metodología de investigación y de trabajo en las aulas de Educación Primaria

Para abordar los objetivos de nuestra investigación, contactamos un colegio de Granada abierto a participar en esta investigación. Durante dos cursos académicos consecutivos trabajamos con tres grupos de entre 25-30 estudiantes, uno de cada ciclo. Estos estudiantes no tenían experiencia previa en problemas que involucren funciones ni de generalización.

El primer curso realizamos entre 4 y 5 sesiones de trabajo en el aula de entre hora y hora y media de duración cada una. Uno de los investigadores actuó como docente en dichas sesiones, estando presente en el aula el tutor del grupo y dos investigadores más que hicieron de apoyo para la docencia y la recogida de datos. Recogimos información del trabajo realizado en el aula por medio de videograbaciones del gran grupo y de pequeños grupos de estudiantes así como a través de las hojas de trabajo escritas de los estudiantes. En esta metodología, se hace un análisis después del desarrollo de cada sesión y, teniendo en cuenta los objetivos y un análisis de los datos, se toman decisiones para el diseño de la siguiente sesión. La metodología utilizada se conoce como experimento de enseñanza (Molina, Castro, Molina y Castro, 2011). El siguiente curso llevamos a cabo entrevistas individuales semiestructuradas a algunos de esos estudiantes.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Planteamos problemas contextualizados en un contexto familiar para los estudiantes, que involucran funciones lineales entre dos variables con números naturales. Dichos problemas persiguen aportar un contexto en el cual los estudiantes puedan expresar su razonamiento y estrategias y usar representaciones múltiples en el contexto funcional. En la mayoría los problemas se sigue un proceso de razonamiento inductivo en las preguntas planteadas (Cañadas y Castro, 2007), comenzando con casos particulares para dirigir, posteriormente, su atención hacia la relación general que conecta las dos variables. Pedimos a los estudiantes que hicieran uso de diferentes representaciones (e.g., tablas, palabras, letras) que les permiten explorar y expresar la relación funcional implicada en la tarea.

En el trabajo en el aula con los problemas, se alterna el trabajo individual y grupal de los estudiantes con las puestas en común en el gran grupo.

Ejemplos de problemas

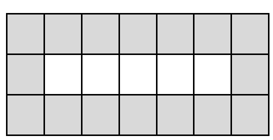
En la tabla 1 presentamos ejemplos de problemas presentados a los estudiantes de primero y de tercero, con ejemplos de preguntas y de qué tipo son según el marco conceptual presentado.

Tabla 1. Ejemplos de problemas presentados a los estudiantes

Curso	Contexto	Ejemplos de preguntas	Tipo de pregunta
1º	Una cuidadora de animales debe comprar platos de comida y agua para los perros, de modo que cada perrito debe tener su plato de comida, y cinco platos con agua que comparten entre todos, en un sitio donde los perros que tengan sed puedan ir y beber agua.	Si a la cuidadora llegan dos perros, ¿cuántos platos en total se necesitan?	Caso particular cercano-función directa
		Si a la cuidadora llegan treinta perros, ¿cuántos platos en total se necesitan?	Caso particular lejano-función directa
		¿De qué manera tú puedes calcular la cantidad de platos totales?	Caso general-función directa

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Tabla 1. Ejemplos de problemas presentados a los estudiantes

Curso	Contexto	Ejemplos de preguntas	Tipo de pregunta
		Si hay 6 platos, ¿cuántos platos hay?	Caso particular cercano-función inversa
3º	Un colegio quiere reformar el suelo de todos sus pasillos. Van a enlosar los pasillos con baldosas blancas y con baldosas grises. Todas las baldosas son cuadradas y tienen el mismo tamaño. Las baldosas se van a colocar en cada pasillo de la manera que ves en la siguiente imagen.  ¿Cuántas baldosas grises necesitan para el suelo de un pasillo en el que colocan 5 baldosas blancas?	¿Cuántas baldosas grises necesitan para el suelo de un pasillo en el que colocan 5 baldosas blancas?	Caso particular cercano-función directa
		¿Cuántas baldosas grises necesitan para el suelo de un pasillo en el que colocan 100 baldosas blancas?	Caso particular lejano-función directa
		¿Cómo explicarías el número de baldosas grises que necesitas según el número de baldosas blancas que haya?	Caso general-función directa
		Si colocan primero las grises, ¿cuántas baldosas blancas habrá si hay 16 baldosas grises?	Caso particular cercano-función inversa

Algunos de los problemas empleados son adaptaciones de los planteados en estudios previos, como es el caso de los presentados en la tabla 1. En algunos casos presentamos los mismos

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

contextos en diferentes cursos, haciendo una adaptación de los problemas según el curso. Por ejemplo, el segundo problema que se incluye en la tabla 1 se presentó en tercero y en quinto. La adaptación para quinto implicó hacer menos preguntas sobre casos particulares cercanos y facilitarles un material manipulativo que podían usar para representar las baldosas blancas y grises. Este material no lo empleamos en quinto.

Como se puede observar en los dos ejemplos de la tabla 1, en el planteamiento de los problemas se emplearon diferentes representaciones. En algunos problemas se utilizaron materiales manipulativos, ya sea para presentar la situación (así se hizo en el primer ejemplo recogido en la tabla 1) o para el posterior trabajo de los estudiantes. Como se observa en los ejemplos de preguntas a los problemas, en diferentes cursos abordamos tanto la función directa como la función inversa en el contexto de los problemas planteados.

Reflexiones finales

En este trabajo describimos una línea de trabajo novedosa a nivel nacional desde la perspectiva investigadora, que esperamos tenga repercusiones en la docencia, tal y como lo requiere el currículo. Aunque aquí no mostramos resultados, destacamos que los problemas presentados y la forma de abordarlos han dado resultados positivos y sorprendentes para el profesorado de los estudiantes, de primero a sexto de Educación Primaria, teniendo evidencia de la posibilidad de trabajar con nociones implicadas en las funciones como contenido matemático. En la mayoría de los casos, no supone cambiar los contenidos curriculares. Algunos de los problemas propuestos son similares a los propuestos en libros de texto en relación con patrones. Sin embargo, en este enfoque se trata de enfatizar las relaciones entre cantidades que covarían, empleando diferentes sistemas de representación que facilitan alcanzar la generalización.

La metodología de investigación empleada (experimento de enseñanza) enfatiza el diseño de la planificación de enseñanza, adaptando el diseño de tareas según resultados de tareas previas con objetivos específicos.

Con el trabajo que estamos desarrollando, pretendemos brindar herramientas e información a los profesores interesados en fomentar el pensamiento algebraico de los estudiantes desde un contexto funcional.

Agradecimientos

ISBN 978-84-945722-3-4

Este trabajo ha sido realizado dentro de los proyectos de investigación del Plan Nacional I+D con referencias EDU2013-41632-P y EDU2016-75771-P, financiados por el Ministerio de Economía y Competitividad de España.

Referencias

Blanton, M. L. y Brizuela, B. M. (2011). *DKR-12 early algebra proyect description*. Documento no publicado.

Blanton, M. L., Levi, L., Crites, T. y Dougherty, B. (2011). *Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in Grades 3-5*. Reston, VA: NCTM.

Brizuela, B. M. y Schliemann, A. (2003). Fourth-graders solving equations. En N. Pateman, B. Dougherty y J. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 2003 Joint Meeting of PME and PME-NA* (Vol. 2, pp. 137-143). Honolulu, HI: College of Education.

Brizuela, B. M. y Martinez, M. V. (2012). Aprendizaje de la comparación de funciones lineales. En M. Carretero, J. A. Castorina, y A. Barreiro (Eds.), *Desarrollo cognitivo y educación: procesos de conocimiento y contenidos específicos* (Vol. 2, pp. 263–286). Buenos Aires, Argentina: Editorial Paidós.

Cañadas, M. C. y Castro, E. (2007). A proposal of categorisaton for analysing inductive reasoning. *PNA*, *1*(2), 67-78.

Cañadas, M. C. y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruíz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Granada, España: Comares.

Cañadas, M. C., Brizuela, B. M. y Blanton, M. L. (2016). Second graders articulating ideas about linear functional relationships. *The Journal of Mathematical Behavior, 41*, 87-103.

Mason, J., Stephens, M. y Watson, A. (2009). Appreciating mathematical structure for all. *Mathematics Education Research Journal, 21*(2), 10-32.

Merino, E., Cañadas, M. C. y Molina, M. (2013). Uso de representaciones y patrones por alumnos de quinto de educación primaria en una tarea de generalización. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 2*(1), 24-40.

ISBN 978-84-945722-3-4

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2014). Real Decreto 126/2014 de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. *BOE*, *52*, 19349-19420. Madrid, España: Autor.

Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria. *PNA*, *3*(3), 135-156.

Molina, M., Ambrose, R. y del Rio, A. (en prensa). First encounter with variables by first and third grade Spanish students. En C. Kieran (Ed), *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: The global evolution of an emerging field of research and practice*. Springer.

Molina, M., Castro, E., Molina, J. L. y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, *29*(1), 75-88.

Pinto, E., Cañadas, M. C., Moreno, A. y Castro, E. (2016). Relaciones funcionales que evidencian estudiantes de tercero de educación primaria y sistemas de representación que usan. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 417-426). Málaga, España: SEIEM.

---

[i] Como parte del contrato metodológico, el docente pidió al investigador que espontáneamente interviniera en la clase observada.

ISBN 978-84-945722-3-4